



*Региональный обучающий семинар Центров профессионального мастерства МСЭ в режиме видеоконференции “Технологические, организационные и регуляторные основы построения телекоммуникационных сетей современных и последующих поколений”,  
Одесса, Украина, 4 сентября 2014 г.*



# **АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СИСТЕМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ В УСЛОВИЯХ МУЛЬТИСЕРВИСНОГО ТРАФИКА СЕТЕЙ NGN**

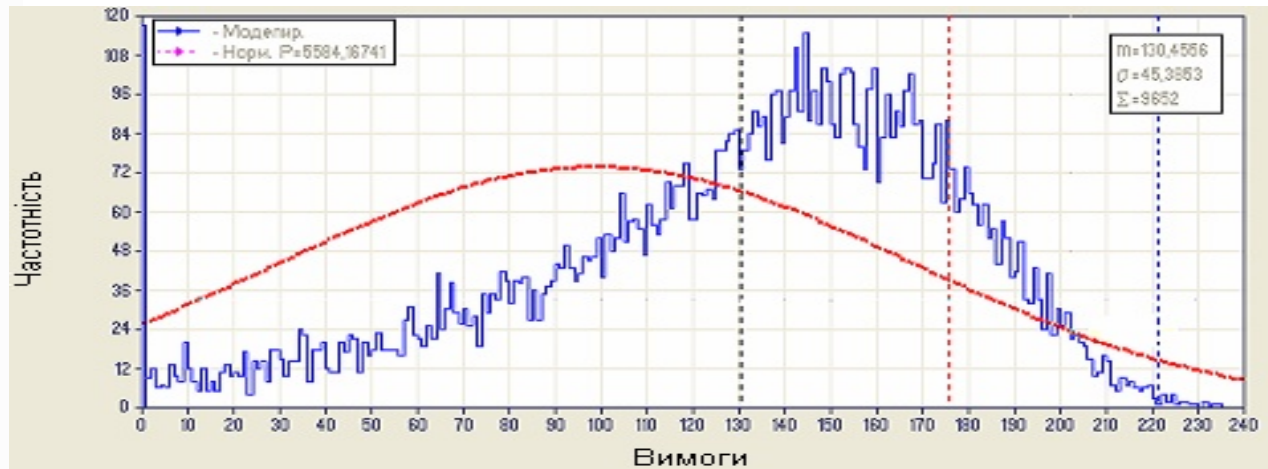
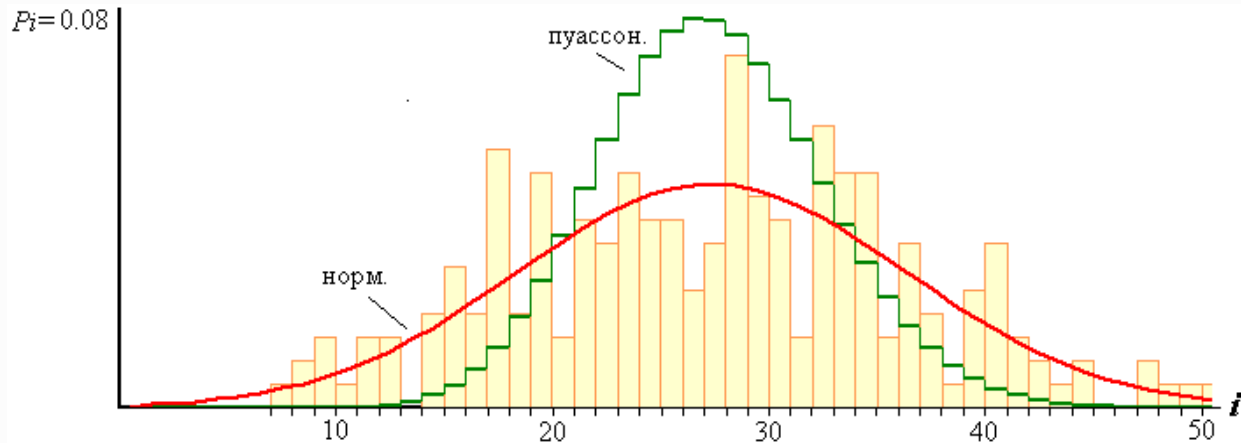
**Анатолий Ложковский**  
доктор технических наук, профессор,  
заведующий кафедры коммутационных систем  
ОНАС им. А.С. Попова

## Виды реального трафика телекоммуникационных сетей

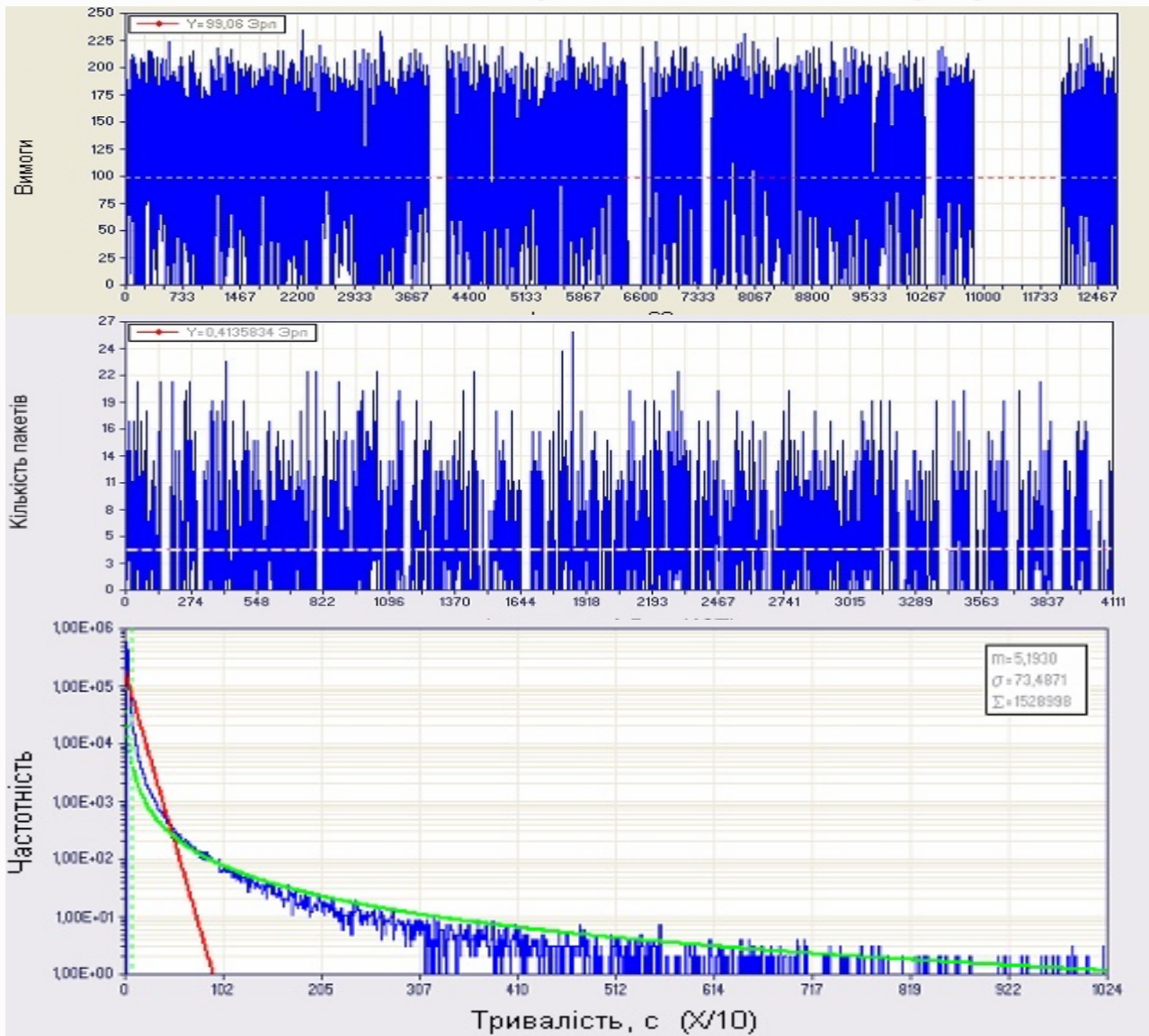
Название модели трафика	Вид распределения	Характеристики трафика	Коэффициент скученности нагрузки
Пуассоновский (моносервисный)	Z – экспонентная ф-я (M) C – з-н Пуассона	$\Lambda$ – интенсивность нагрузки	$S = \frac{D}{\Lambda} = 1$
Мультисервисный	Z – гиперэкспонентная ф-я (HM) C – з-н Гаусса	$\Lambda$ – интенсивность нагрузки $D$ – дисперсия интенсивности нагрузки	$S = 2 \dots 15$
Пакетный	Z – Парето, Вейбулла (fBM) C – «близкий» к з-ну Гаусса	$\Lambda$ – интенсивность нагрузки $k$ – коэф. пачечности трафика $H$ – коэф. самоподобности трафика	$S \gg 20$ $H = 0.5 \dots 1$

*интервал врем. между заявками - Z  
кол-во заявок в единицу времени - C*

## Функции распределения количества заявок трафика 1, 2 и 3 типа



# Статистические измерения пакетного трафика



## Системы распределения информации, имеющие решения ранее и получившие их сейчас

Модель	Известные решения	Новые решения
$M/G/m$	$B$ -формула Эрланга	-----
$M/M/m/\infty$	$C$ -формула Эрланга	-----
$M_B/M/m$	$\phi$ -ла Энгсета	Рекуррентный метод для сети
$M/D/m/\infty$	метод Кроммелина	Упрощенный метод
$M/G/1/\infty$	$\phi$ -ла Полачека-Хинчина	-----
$HM/D/m$	-----	$\phi$ -ия распределения сост. системы ( $S$ )
$HM/G/m$	-----	Метод определения хар-ик $QoS$ ( $S$ )
$HM/D/m/\infty$	-----	Итерационный метод опр. хар-ик $QoS$
$fBM/G/1/\infty$	$\phi$ -ла Норроса только для $D$	Энтропийный метод опр. хар-ик $QoS$
$G/M/1/\infty$	-----	Метод определения хар-ик $QoS$
$G/D/1/\infty$	-----	Грубый метод опр. хар-ик $QoS$
$G/G/1/\infty$	-----	Установлены все функциональные зависимости между хар-ми $QoS$

## АНАЛИЗ И СИНТЕЗ В УСЛОВИЯХ ОДНОРОДНОГО ТРАФИКА

### Модель $M/D/m/\infty$

**модель  $M/M/m/\infty$ :**

$$P_{w>0} = C_m(\Lambda) = \frac{\frac{\Lambda^m}{m!} \frac{m}{m-\Lambda}}{\sum_{k=0}^{m-1} \frac{\Lambda^k}{k!} + \frac{\Lambda^m}{m!} \frac{m}{m-\Lambda}} \quad ; \quad W = \frac{Q}{\Lambda} = \frac{1}{m-\Lambda} P_{w>0} \quad t_q = \frac{Q}{\Lambda P_{w>0}} = \frac{1}{m-\Lambda}$$

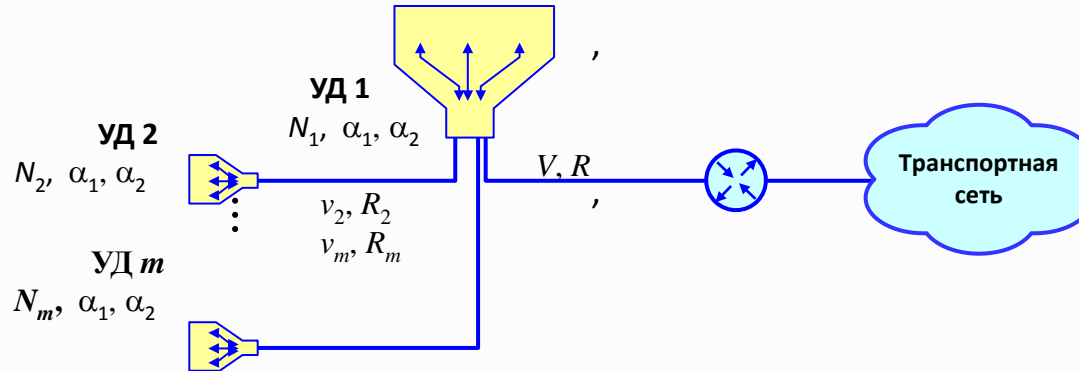
*C-формула Эрланга*

**модель  $M/D/m/\infty$ :** (был очень сложный метод Кроммелина с уравнениями Фрая)

$$P_{w>0} = \frac{C_m(\Lambda)}{2 \cdot F(k)} \quad , \quad W_{(D)} = \frac{C_m(\Lambda)}{m-\Lambda} \cdot F(k+1) \quad , \quad t_{q(D)} = \frac{F(k+2)}{m-\Lambda}$$

при  $k = 1$ , где  $F(k) = 2^{k-1} \left( \frac{m}{m+\Lambda} \right)^k$

## Пропускная способность сети широкополосного мультисервисного доступа, представленной моделью $M_B/M/m$



**Автономный сегмент сети доступа с каскадным подключением узлов доступа**

С учетом ф-лы Энгсета последовательно рассчитываются все значения  $B_j(m)$  в кластере сети:

$$jB_j(m) = \frac{\alpha_2}{1 + \alpha_1} [(mN + j + 1)B_{j-1}(m) - mNC_{N-1}^v \sum_{l=0}^v C_v^l \alpha_2^l \alpha_1^{v-l} B_{j-1-l}(m-1)]$$

**Характеристики QoS:**

$$P_i = \frac{\sum_{l=0}^i C_N^l \alpha_2^l C_{N-l}^{i-l} \alpha_1^{i-l} \sum_{j=0}^{v-l} B_j(m-1)}{\sum_{x=0}^v B_x(m)}$$

$$\Pi_j = \frac{B_j(m)}{\sum_{x=0}^v B_x(m)},$$

$$P_{ij} = \frac{\sum_{l=0}^i C_N^l \alpha_2^l C_{N-l}^{i-l} \alpha_1^{i-l} B_{j-l}(m-1)}{\sum_{x=0}^v B_x(m)}.$$

Потери  $P_B$  для связи внутри кластера и для внешней связи:

$$P_{B\hat{e}} = \frac{\alpha_1(N-v)P_v}{\lambda_{\hat{e}}},$$

$$P_{B\zeta} = \frac{\alpha_2(N-v)P_v + \sum_{i=0}^{v-1} \alpha_2(N-i)P_{iV}}{\lambda_{\hat{e}}}.$$

# АНАЛИЗ И СИНТЕЗ В УСЛОВИЯХ НЕОДНОРОДНОГО ТРАФИКА

## Модель $HM/D/m$

$P_j$  – вероятностная функция распределения состояний системы.

$P_i$  – вероятностная функция распределения количества заявок потока за время  $t$ .

Модель без потерь при  $t = \text{const}$  (неограниченное кол-во серверов)

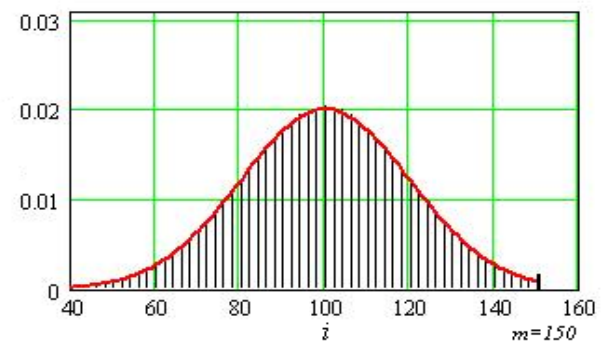
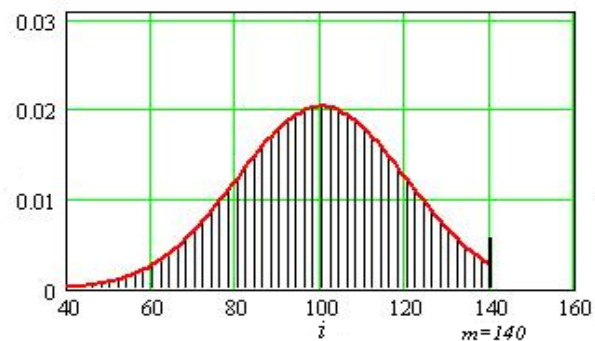
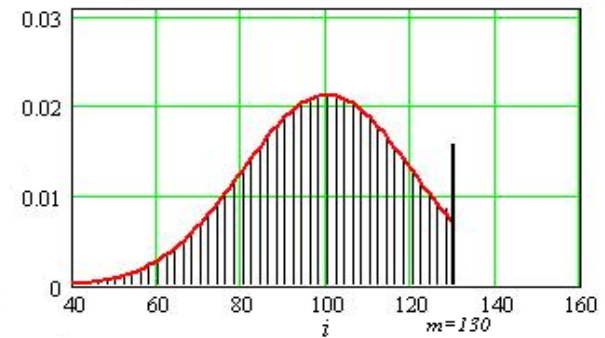
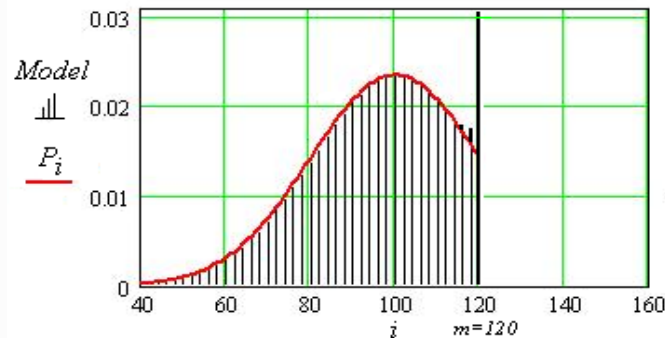
$$P_i = P_j = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(i-\Lambda)^2}{2\sigma^2}}$$

Модель с ограниченным до  $m$  кол-ва серверов: определяет  $P_i$  в пределах  $0 \leq j \leq m$ :

$$P_j = \frac{A}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(j-\Lambda)^2}{2\sigma^2}}$$

где

$$A = \frac{1}{\int_0^{m-\Lambda} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} dt - \int_0^{0-\Lambda} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} dt}$$





# АНАЛИЗ И СИНТЕЗ В УСЛОВИЯХ НЕОДНОРОДНОГО ТРАФИКА

## Модель $HM/D/m$

### Вероятность потерь в системе $HM/D/m$

Для пуассоновского потока  $\sigma^2 = \Lambda$  и  $S = 1$ , вероятность  $P_{j=m} = P_B$ .

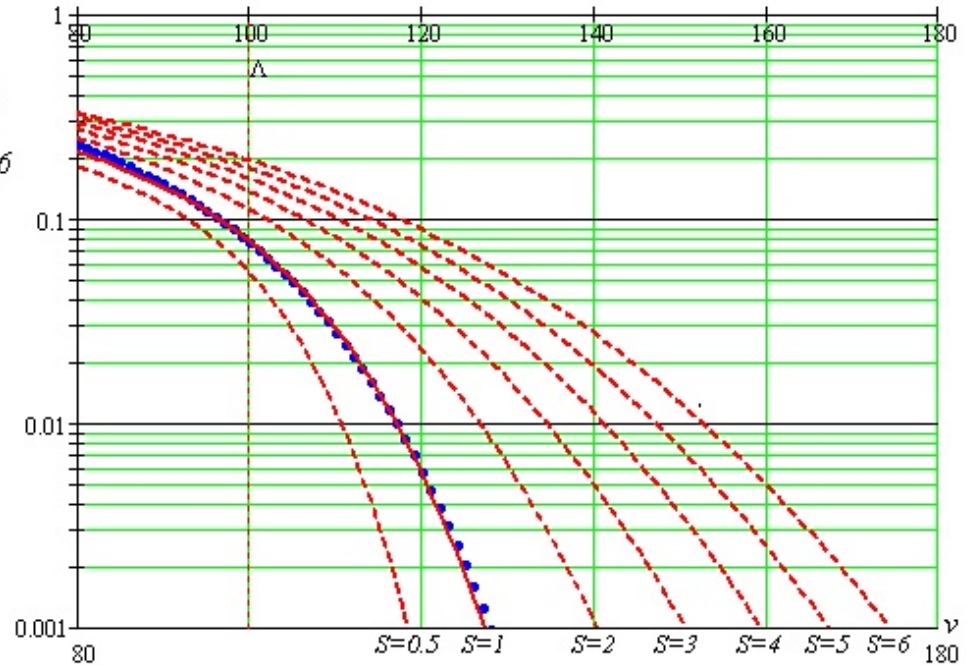
Для гиперэкспонентного потока  $\sigma^2 > \Lambda$ , вероятность  $P_B > P_{j=m}$  в  $S$  раз, где  $S = \frac{\sigma^2}{\Lambda}$

$$P_B = \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(m-\Lambda)^2}{2\sigma^2}} \sigma^2}{\frac{m-\Lambda}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\sigma} e^{-\frac{t^2}{2}} dt + \frac{\Lambda}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\sigma} e^{-\frac{t^2}{2}} dt} \frac{\sigma^2}{\Lambda}$$

$E\nu$   
 $S = 0.5 \dots 6$

$$P_B = \frac{1}{\sum_{k=0}^m \exp\left[\frac{-(k - 2\Lambda + m)(k - m)}{2\sigma^2}\right]} \frac{\sigma^2}{\Lambda}$$

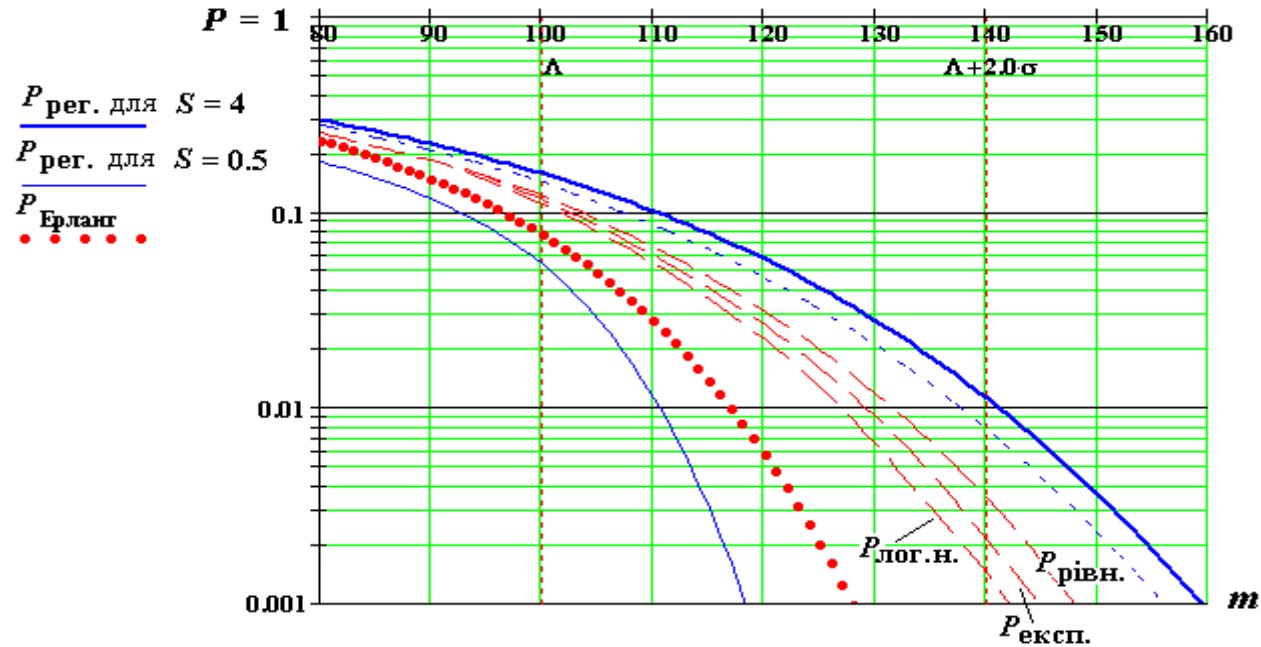
Зависимость вероятности  $P_B$  от  $m$  и  $S$



# АНАЛИЗ И СИНТЕЗ В УСЛОВИЯХ НЕОДНОРОДНОГО ТРАФИКА

## Модель $HM/G/m$ с потерями

Вероятность потерь в системе  $HM/G/m$



$$P_B = \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(m-\Lambda)^2}{2\sigma^2}}}{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\sigma} e^{-\frac{t^2}{2}} dt + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\frac{\Lambda}{\sigma}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt} \frac{\sigma^2}{\Lambda} \left[ 1 - \frac{(S^2 - 1)(\sigma - \Lambda + m)}{\sigma(kS^2 - k + 5)} \right]$$

где  $k = 16,45; 4,25; 3,55; 2,85$  та  $2,32$  для  $D, U, M, \text{Log}N$  та  $HM$  распределений длительности обслуживания

# АНАЛИЗ И СИНТЕЗ В УСЛОВИЯХ НЕОДНОРОДНОГО ТРАФИКА

## Модель $M/D/m/\infty$ с очередью

Вероятность ожидания:

$$P_{w>0} = \sum_{j=m}^{\infty} P_j = 1 - \sum_{j=0}^{m-1} P_j$$

где  $j$  – состояние системы  
( $0 \leq j \leq m$  – серверы,  $m < j \leq \infty$  – очередь).

$P_j$  – по закону Гаусса

$$W = t_q P_{w>0}$$

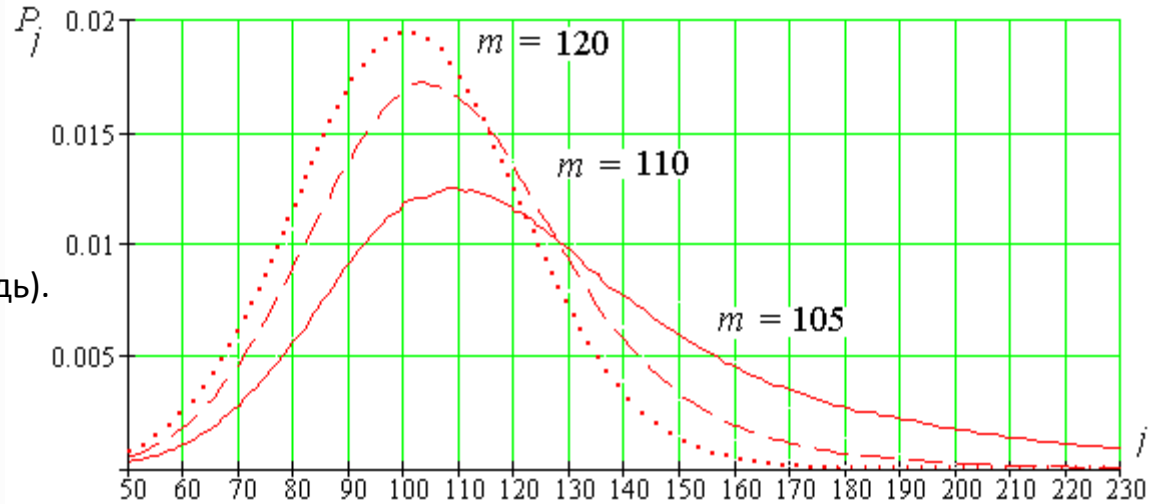
$$Q = \Lambda W$$

$$t_q = \left( \frac{S}{m - \Lambda} \right) \frac{m}{m + \Lambda + 1 + \Lambda / m} = \frac{S}{(m + 1) \left[ 1 - (\Lambda / m)^2 \right]}$$

$Q$  – дополнительная нагрузка из очереди

$$\Lambda_2 = \Lambda + Q$$

$$\sigma_2 \approx \sigma + Q/2$$



Распределение состояний системы  $M/D/m/\infty$  при  $\Lambda = 100$  Ерл та  $S = 4$

# АНАЛИЗ И СИНТЕЗ В УСЛОВИЯХ САМОПОДОБНОГО ТРАФИКА

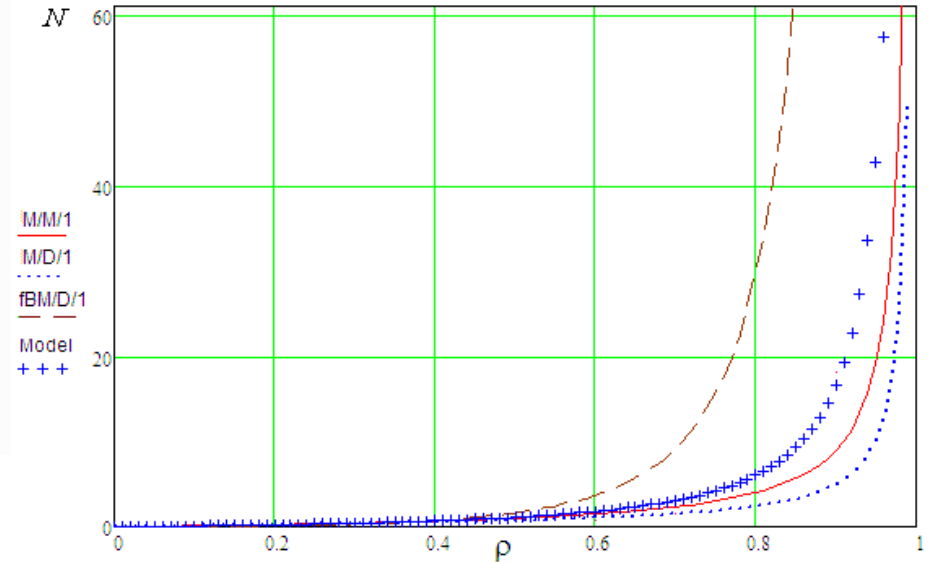
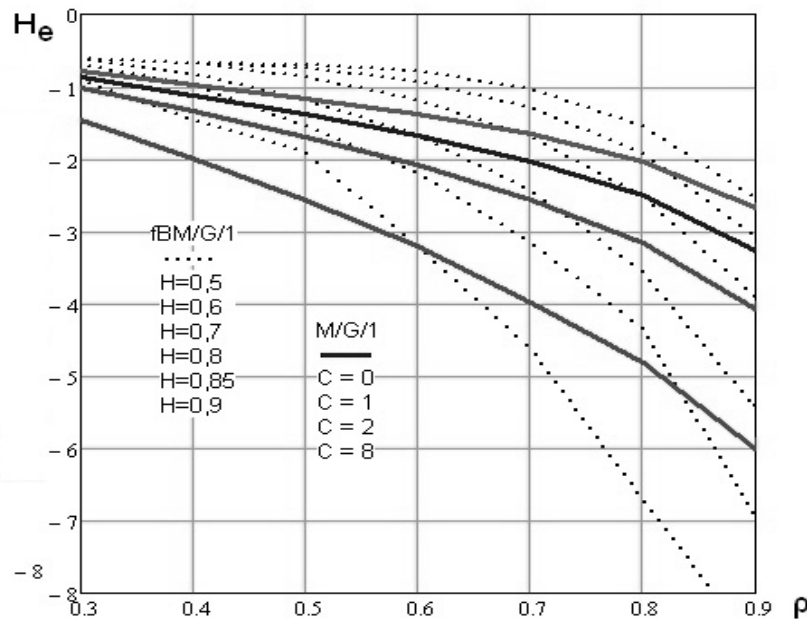
## Модель $fBM/D/1/\infty$ с очередью

Ф-ла Норрса:

$$N = x = \frac{(1-\rho)^{\frac{H}{H-1}}}{\frac{0.5}{\rho^{H-1}}}$$

Энтропия:

$$H_e = -\sum_{i=1} p_i \log p_i$$



$$N = \rho + \rho^2 \frac{1+C^2}{2(1-\rho)} \quad Q = N - \rho \quad T = \frac{N}{\rho} \quad W = T - 1$$

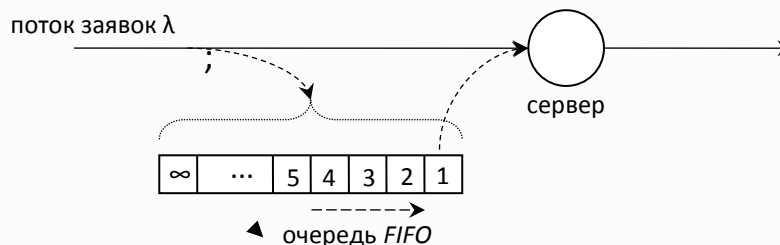
Лог. нормальный закон:  $H_e = \log \left( \sigma e^{\frac{1}{\sigma}} \sqrt{2\pi e} \right)$

Экспонентный закон:  $H_e = \log \frac{e}{\lambda}$

Закон Вейбулла:  $H_e = \log e \left[ 1 + \frac{\alpha-1}{\alpha} (C + \ln \beta) \right] - \log \alpha \beta$

# АНАЛИЗ И СИНТЕЗ В УСЛОВИЯХ ОБОБЩЕННОЙ МОДЕЛИ ТРАФИКА

## Модель $G/M/1/\infty$ с очередью



### модель $M/G/1/\infty$

вероятность ожидания  $P_{w>0} = P_{\text{зн}}$  и  $P_{w>0} = \rho$ .

### модель $G/M/1/\infty$

$r_k$  – геометрическое распределение кол-ва заявок в системе в моменты поступления новых заявок (модель  $M/G/1/\infty$ :  $p_k = r_k$ )

$p_0 = 1 - P_{\text{зн}}$  (или  $p_0 = 1 - \rho$ ) ;  $r_0 = 1 - P_{w>0}$ .

заявка ожидает обслуживания с вероятностью  $P_{w>0} = 1 - r_0$ .

Распределение времени ожидания:  $W(t) = 1 - P_{w>0} e^{-\mu(1-P_{w>0})t}$

Среднее время ожидания:  $W = \frac{P_{w>0}}{1 - P_{w>0}}$

характеристики QoS:  $P_{\text{зн}} = \rho$      $P_{w>0} = 1 - \frac{\rho}{N}$      $Q = \frac{\rho \cdot P_{w>0}}{1 - P_{w>0}}$      $t_q = T = \frac{1}{1 - P_{w>0}}$      $N = \frac{\rho}{1 - P_{w>0}}$

# АНАЛИЗ И СИНТЕЗ В УСЛОВИЯХ ОБОБЩЕННОЙ МОДЕЛИ ТРАФИКА

## Модель $G/M/1/\infty$ с очередью

Хар-ка $QoS$	Характеристика $QoS$				
	$Q$	$W$	$t_q$	$N$	$G/G/1/\infty$
$P_{3H}$	$\rho$	$\rho$	$\rho$	$\rho$	
$P_{w>0}$	$\frac{Q}{\rho+Q}$	$\frac{W}{1+W}$	$1 - \frac{1}{t_q}$	$1 - \frac{\rho}{N}$	$\frac{Q}{N}$
$Q$	–	$\rho \cdot W$	$\rho \cdot (t_q - 1)$	$N - \rho$	$N \cdot P_{w>0}$
$W$	$\frac{Q}{\rho}$	–	$t_q - 1$	$\frac{N}{\rho} - 1$	
$t_q$	$1 + \frac{Q}{\rho}$	$1 + W$	–	$\frac{N}{\rho}$	
$N$	$\rho + Q$	$\rho \cdot (1 + W)$	$t_q \rho$	–	$\frac{Q}{D_{w>0}}$
$T$	$1 + \frac{Q}{\rho}$	$1 + W$	$t_q$	$\frac{N}{\rho}$	

# АНАЛИЗ И СИНТЕЗ В УСЛОВИЯХ ОБОБЩЕННОЙ МОДЕЛИ ТРАФИКА

## Модели $G/D/1/\infty$ и $G/G/1/\infty$ с очередью

Параметр $QoS$	Модель СРІ			
	$M/D/1/\infty$	$G/M/1/\infty$	$G/G/1/\infty$	$G^*/D/1/\infty$
$P_{3H}$	$\rho$	$\rho$	$\rho, \frac{Q}{t_q P_{w>0}}$	
$P_{w>0}$	$\rho$	$1 - \frac{\rho}{N}$	$\frac{W}{t_q}, \frac{Q}{t_q \rho}$	
$Q$	$\frac{\rho^2}{2(1-\rho)}$	$\frac{\rho P_{w>0}}{1 - P_{w>0}}$	$\frac{\rho P_{w>0}}{1 - P_{w>0}} (t_q - W)$	$\frac{\rho P_{w>0}}{2(1 - P_{w>0})}$
$W$	$\frac{\rho}{2(1-\rho)}$	$\frac{P_{w>0}}{1 - P_{w>0}}$	$\frac{P_{w>0}}{1 - P_{w>0}} (t_q - W)$	$\frac{P_{w>0}}{2(1 - P_{w>0})}$
$t_q$	$\frac{1}{2(1-\rho)}$	$\frac{1}{1 - P_{w>0}}$	$\frac{1}{1 - P_{w>0}} (t_q - W)$	$\frac{1}{2(1 - P_{w>0})}$
$N$	$\rho + \frac{\rho^2}{2(1-\rho)}$	$\frac{\rho}{1 - P_{w>0}}$	$\rho + \frac{\rho P_{w>0}}{1 - P_{w>0}} (t_q - W)$	$\frac{\rho(2 - P_{w>0})}{2(1 - P_{w>0})}$
$T$	$1 + \frac{\rho}{2(1-\rho)}$	$\frac{1}{1 - P_{w>0}}$	$1 + \frac{P_{w>0}}{1 - P_{w>0}} (t_q - W)$	$\frac{2 - P_{w>0}}{2(1 - P_{w>0})}$

для  $M/D/1/\infty$ :  $t_q - W = 0,5$

# СИСТЕМА АВТОМАТИЗОВАНОГО ПРОЕКТИВАННЯ СЕТЕЙ

## свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір України № 32499

Відкрито Проект в БД F:\ЗСАПР\_TCv4\Odesa5.mdb

Файл Правка Вид Групи Елементи Матриця Сервіс Налаштування База Довідка

Панель  
 Прибрати  Ярлик

Тип:  
 Вузол   
 Мітка

Текст:  
 ПАТС-  
 Цифрова (ЦС)

Розмір:  
 Y 795  
 X 795

Рисунок:  
 0 - Нет

Очистити  
 Розмір  
 Вести

Телефон

Технічні Характеристики Вузла - АТС-32

Абоненти | Навантаження | Тип АТС | Вихідні Пучки | Вхідні Пучки | Коefіцієнт q | Текст

Категорія:  
 З підвищеним навантаженням  
 Адміністративно-діловий сектор  
 Квартирні абоненти  
 З Internet по телефонній АЛ  
 Користувачі інтелектуальних послуг  
 З доступом до ISDN  
 Міські таксофони  
 Міжміські й універсальні таксофони  
 Лінії екстрених спецслужб  
 Лінії інформаційно-довідкових служб

Кількість	Структурний склад абонентів				
	у в	у вх	у вн	у ав	у авх
	0,06	0,055	0,025	0,01	0,009
	0,05	0,045	0,02	0,008	0,007
4 500	0,04	0,035	0,015	0,006	0,005
	0,08	0,07	0,025	0,055	0,045
	0,06	0,065	0,025	0,055	0,045
	0,15	0,015	0,15	0,001	0,001
	0,2	0,001	0,125	0,001	0,001
	0,2	0,1	0,2	0,001	0,001
	0,001	0,3	0,3	0,001	0,001
	0,001	0,4	0,4	0,001	0,001
<b>Всього:</b>	<b>4 500</b>				

До відома... Завантажено

Примітити Відмінити Ok

Виконано

Загальний час роботи: 14 хв.

Документ1 - Microsoft Word 11:30

пуск D:\DATA\НА... Мой компью... F:\ F:\ЗСАПР\_T... Відкрито Пр... Документ1 - ... Моделирова... UK 11:30



# СИСТЕМА МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ

## свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір України № 32500

Моделирование СМО типа  $M/M/1/D/m/r=550$

Файл Опции Запись Справка

### Параметры модели СМО

**Длительность интервала Z:**  
Закон распределения:  $\sigma/Z = 2,02$   
HM - Гиперэкспоненциальный

Задано:  $\lambda = 1,316$     Результат:  $1,31777$

$p_1 = 0,87$      $z_1 = 0,39526$   
 $p_2 = 0,0$      $z_2 = 1,0$   
 $p_3 = 0,0$      $z_3 = 1,0$   
 $p_4 = 0,13$      $z_4 = 3,2$

**Z = 0,75886**

Sk = 5,552     $\sigma = 1,533$   
Ex = 43,703    D = 2,349

### Параметры обслуживания T:

Закон распределения:  $\sigma/T = 0$   
Регулярный

Задано:  $\mu = 0,01316$     Результат:  $0,01316$

T = 75,98784

D = 0     $\sigma = 0$

Sk = 0    Ex = 0

### График

Параметр:	Обознач.	Моделир.	Примечание
Вер-ть зан. всех серверов	$P_m =$	0,016	P(115)
Вер-ть отказа	$P_b =$	0	
Нагрузка Входящая	$\Delta = T/Z, Y_{in} =$	100,135	
Нагрузка	$\Sigma (T) / \text{Модел}$	100,135	
Нагрузка	$\Delta * (1 - P_b)$	100,135	
Ср. кол. занятых серверов	$\Sigma (i * P_i), Y_s =$	64,677	
Ср. кол. заявок на Т		75,988	1,31777
Интенсивность нагрузки	$\Delta =$	100,130	Эрл. Yin
Дисперсия	D =	398,998	
Станд. отклонение	$\sigma =$	19,975	
Асимметрия	Sk =	0,032	
Экссесс	Ex =	-0,026	
- Скученность нагрузки	S =	3,98	D / Yin

Sk = 0,1    Ex = 0,01    S = 4,08

### Таблица

Сравнить:

В-формула Эрланга     $E_m = 0,0138656$   
N-формула     $N_m = 0,0194277$     28,6%

Вероятность ожидания    Рож = 0,347  
Средняя длина очереди    Q = 5,189  
Ср. Длит. ок. в системе    W = 0,052  
Ср. Длит. ок. в очереди    tq = 0,149

**Метод расчета:**  
Ложковский А.Г. Метод расчета систем обслуживания с ожиданием при произвольном потоке вызовов. - К.: Зв'язок №1, 2006., С.57-60.

Результаты | в ед. изм. | Погрешн.:

	Моделир.	Расчетн.		Относит.
Рож	0,34706	?	Шаг 1	7,2%
Рэн	0,32384	0,23592		-27,1%
Q	5,18920	3,61777		-30,3%
W смо	0,05182	0,03613	3,94 с	-30,3%
tq оч.	0,14932	0,15315	11,3 с	2,6%
			Шаг 2	
Рож	0,34706	0,31078		-10,5%
Q		4,76573		-8,2%
W		0,04760	3,62 с	-8,2%
tq	- статья:	0,14201		-4,9%
			Шаг 3	
Рож		0,33374		-3,8%
Q		5,11779		-1,4%
W		0,05111	3,88 с	-1,4%
tq		0,15315		2,6%

Длит. ожидания:  
M = 11,35 с  
D = 97,96  
Sk = 1,7  
Ex = 4,19

Модель  Расчет

СМО: Установить: 100 x 1 Эрл

Очередь: 550    Нагрузка: 100,13    Дисперсия: 398,998

Служба = 679896    Обслужено заявок: 1 959 000

Каналы: 115    Отказано:  Нач. состояние: 0 кан.

**Go! Start**

412,94 час.    0:00:08    ver 1.9.5027

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ



[www.onat.edu.ua](http://www.onat.edu.ua)

тел: +380-48-705-02-33,  
е-mail: [aoshk@onat.edu.ua](mailto:aoshk@onat.edu.ua)