



UNION INTERNATIONALE DES TÉLÉCOMMUNICATIONS

UIT-T

SECTEUR DE LA NORMALISATION
DES TÉLÉCOMMUNICATIONS
DE L'UIT

E.501

(05/97)

SÉRIE E: EXPLOITATION GÉNÉRALE DU RÉSEAU,
SERVICE TÉLÉPHONIQUE, EXPLOITATION DES
SERVICES ET FACTEURS HUMAINS

Qualité de service, gestion de réseau et ingénierie du
trafic – Ingénierie du trafic – Mesure et enregistrement du
trafic

Estimation du trafic offert sur le réseau

Recommandation UIT-T E.501

(Antérieurement Recommandation du CCITT)

RECOMMANDATIONS UIT-T DE LA SÉRIE E
**EXPLOITATION GÉNÉRALE DU RÉSEAU, SERVICE TÉLÉPHONIQUE, EXPLOITATION DES
SERVICES ET FACTEURS HUMAINS**

<i>EXPLOITATION, NUMÉROTAGE, ACHEMINEMENT ET SERVICE MOBILE</i>	
EXPLOITATION DES RELATIONS INTERNATIONALES	E.100–E.229
DISPOSITIONS OPÉRATIONNELLES RELATIVES À LA TAXATION ET À LA COMPTABILITÉ DANS LE SERVICE TÉLÉPHONIQUE INTERNATIONAL	E.230–E.299
UTILISATION DU RÉSEAU TÉLÉPHONIQUE INTERNATIONAL POUR LES APPLICATIONS NON TÉLÉPHONIQUES	E.300–E.329
DISPOSITIONS DU RNIS CONCERNANT LES USAGERS	E.330–E.399
<i>QUALITÉ DE SERVICE, GESTION DE RÉSEAU ET INGÉNIERIE DU TRAFIC</i>	
GESTION DE RÉSEAU	E.400–E.489
Statistiques relatives au service international	E.400–E.409
Gestion du réseau international	E.410–E.419
Contrôle de la qualité du service téléphonique international	E.420–E.489
INGÉNIERIE DU TRAFIC	E.490–E.799
Mesure et enregistrement du trafic	E.490–E.505
Prévision du trafic	E.506–E.509
Détermination du nombre de circuits en exploitation manuelle	E.510–E.519
Détermination du nombre de circuits en exploitation automatique et semi-automatique	E.520–E.539
Niveau de service	E.540–E.599
Définitions	E.600–E.699
Ingénierie du trafic RNIS	E.700–E.749
Ingénierie du trafic des réseaux mobiles	E.750–E.799
QUALITÉ DE SERVICE: CONCEPTS, MODÈLES, OBJECTIFS, PLANIFICATION DE LA SÛRETÉ DE FONCTIONNEMENT	E.800–E.899
Termes et définitions relatifs à la qualité des services de télécommunication	E.800–E.809
Modèles pour les services de télécommunication	E.810–E.844
Objectifs et concepts de qualité des services de télécommunication	E.845–E.859
Utilisation des objectifs de qualité de service pour la planification des réseaux de télécommunication	E.860–E.879
Collecte et évaluation de données d'exploitation sur la qualité des équipements, des réseaux et des services	E.880–E.899

Pour plus de détails, voir la Liste des Recommandations de l'UIT-T.

RECOMMANDATION UIT-T E.501

ESTIMATION DU TRAFIC OFFERT SUR LE RÉSEAU

Résumé

La présente Recommandation traite des procédures d'estimation du trafic offert sur un réseau à commutation de circuits. De plus, les méthodes permettant d'estimer le trafic offert à un faisceau de circuits et le trafic offert par origine-destination, d'après les mesures des faisceaux de circuits, y sont décrites.

Source

La Recommandation UIT-T E.501, révisée par la Commission d'études 2 de l'UIT-T (1997-2000), a été approuvée le 26 mai 1997 selon la procédure définie dans la Résolution n° 1 de la CMNT.

AVANT-PROPOS

L'UIT (Union internationale des télécommunications) est une institution spécialisée des Nations Unies dans le domaine des télécommunications. L'UIT-T (Secteur de la normalisation des télécommunications) est un organe permanent de l'UIT. Il est chargé de l'étude des questions techniques, d'exploitation et de tarification, et émet à ce sujet des Recommandations en vue de la normalisation des télécommunications à l'échelle mondiale.

La Conférence mondiale de normalisation des télécommunications (CMNT), qui se réunit tous les quatre ans, détermine les thèmes d'études à traiter par les Commissions d'études de l'UIT-T lesquelles élaborent en retour des Recommandations sur ces thèmes.

L'approbation des Recommandations par les Membres de l'UIT-T s'effectue selon la procédure définie dans la Résolution n° 1 de la CMNT.

Dans certains secteurs de la technologie de l'information qui correspondent à la sphère de compétence de l'UIT-T, les normes nécessaires se préparent en collaboration avec l'ISO et la CEI.

NOTE

Dans la présente Recommandation, l'expression "Administration" est utilisée pour désigner de façon abrégée aussi bien une administration de télécommunications qu'une exploitation reconnue.

DROITS DE PROPRIÉTÉ INTELLECTUELLE

L'UIT attire l'attention sur la possibilité que l'application ou la mise en œuvre de la présente Recommandation puisse donner lieu à l'utilisation d'un droit de propriété intellectuelle. L'UIT ne prend pas position en ce qui concerne l'existence, la validité ou l'applicabilité des droits de propriété intellectuelle, qu'ils soient revendiqués par un Membre de l'UIT ou par une tierce partie étrangère à la procédure d'élaboration des Recommandations.

A la date d'approbation de la présente Recommandation, l'UIT avait/n'avait pas été avisée de l'existence d'une propriété intellectuelle protégée par des brevets à acquérir pour mettre en œuvre la présente Recommandation. Toutefois, comme il ne s'agit peut-être pas de renseignements les plus récents, il est vivement recommandé aux responsables de la mise en œuvre de consulter la base de données des brevets du TSB.

© UIT 1997

Droits de reproduction réservés. Aucune partie de cette publication ne peut être reproduite ni utilisée sous quelque forme que ce soit et par aucun procédé, électronique ou mécanique, y compris la photocopie et les microfilms, sans l'accord écrit de l'UIT.

TABLE DES MATIÈRES

	<i>Page</i>
1 Introduction	1
2 Domaine d'application.....	2
3 Références	2
4 Faisceau à trajet unique	2
4.1 Pas d'encombrement important.....	2
4.2 Encombrement important	2
5 Disposition pour faisceau de circuits débordant et faisceau de circuits final	3
5.1 Faisceau débordant avec un encombrement peu important sur le faisceau final	3
5.2 Faisceau débordant avec un encombrement important sur le faisceau final	3
6 Trafic équivalent offert par origine-destination	4
6.1 Détermination du trafic offert par origine-destination quand on dispose de mesures de ce trafic pour la totalité des tentatives d'appel	4
6.2 Détermination du trafic offert par origine-destination quand on ne dispose que de mesures sur échantillons	4
6.3 Détermination du trafic offert par origine-destination quand on ne dispose que de mesures de l'intensité du trafic par faisceau de circuits	4
7 Historique.....	5
8 Bibliographie.....	5
Annexe A – Modèle simplifié concernant la formule présentée au 4.2.....	5
Annexe B – Trafic offert équivalent.....	10
Annexe C – Méthode appliquée pour déterminer le trafic offert par origine-destination quand on dispose seulement de mesures de l'intensité du trafic par faisceau de circuits.....	10
C.1 Notation, dérivation et solution de la formule 6-1 du 6.3.....	10
C.2 La méthode de pseudo-inversion	12
C.3 L'algorithme itératif	12
Bibliographie.....	14
Annexe D – Exemples d'application des méthodes décrites dans l'Annexe C.....	14
D.1 Exemple 1	14
D.2 Exemple 2	16
Annexe E – Exemple d'évaluation des résultats obtenus avec la méthode de pseudo-inversion et l'algorithme itératif	19

ESTIMATION DU TRAFIC OFFERT SUR LE RÉSEAU

(révisée en 1997)

1 Introduction

Pour planifier la croissance du réseau, il est nécessaire d'estimer, à partir de mesures, les quantités suivantes:

- trafic offert aux faisceaux de circuits;
- trafic offert aux destinations, par origine-destination;
- trafic offert aux centres de commutation;
- tentatives d'appel offertes aux centres de commutation;
- trafic offert aux canaux sémaphores.

Ces quantités sont normalement estimées à partir de mesures du trafic écoulé et des tentatives d'appel pendant les heures chargées, mais plusieurs facteurs doivent être pris en considération en ce qui concerne les procédures de mesure et d'estimation:

- a) il peut y avoir lieu de ventiler les mesures, par exemple, par destination ou par type d'appel (appels utilisant des systèmes de signalisation différents, par exemple);
- b) il n'est pas toujours possible d'obtenir un relevé complet du trafic écoulé. Par exemple, dans un réseau comportant une combinaison de faisceaux débordants et de faisceaux finals, le trafic débordant de chaque faisceau n'est pas toujours mesurable;
- c) les mesures peuvent être faussées par l'encombrement. Il en résulte généralement une diminution du trafic écoulé, mais les répétitions de tentatives d'appel et l'action des autres composantes du réseau (par exemple, répétition automatique des tentatives) peuvent influencer sur cette diminution;
- d) lorsque des encombrements importants se renouvellent sur une période assez longue (plusieurs jours), il arrive que certains usagers s'abstiennent systématiquement de téléphoner pendant la période de la journée où l'encombrement se produit. Cet élément manquant apparent du trafic offert est appelé trafic supprimé. Il convient d'en tenir compte dans la planification, puisque le trafic offert augmentera en fonction du renforcement des équipements. A l'heure actuelle, on n'a pas défini d'algorithmes pour évaluer le trafic supprimé.

Il convient de distinguer trois cas:

- i) encombrement en amont du point de mesure – Cet élément n'est pas directement observable;
- ii) encombrement dû à l'équipement faisant l'objet de la mesure – Cet encombrement est détecté par des mesures d'encombrement;
- iii) encombrement en aval du point de mesure – Cet encombrement peut souvent être détecté à partir de mesures du trafic inefficace ou du taux d'efficacité. Il convient de noter que s'agissant de faisceaux à double sens, un encombrement en un autre point du réseau peut se produire à la fois en amont et en aval du point de mesure pour différents éléments de trafic.

Lorsque l'encombrement provient de l'équipement mesuré, il doit être correctement pris en compte dans l'estimation du trafic offert qui sert à planifier l'accroissement de ce type d'équipement.

Si l'encombrement se produit en un autre point du réseau, le planificateur doit considérer si cet encombrement persistera ou non pendant toute la période de planification envisagée, ce qui n'est pas toujours aisé lorsque l'équipement encombré n'est pas sous son contrôle direct.

La présente Recommandation propose des méthodes d'estimation correspondant à deux des cas exposés ci-dessus. Les paragraphes 4 et 5 traitent de la détermination du trafic offert à un faisceau de circuits; le paragraphe 4 traite plus précisément de l'estimation du trafic offert à un faisceau de circuits à trajet unique en fonctionnement normal qui peut être très encombré et le paragraphe 5 concerne l'estimation du trafic offert à une combinaison de faisceaux débordants et de faisceaux finals en l'absence d'encombrement notable. Le paragraphe 6 propose une méthode permettant de déterminer le trafic offert à des destinations par trajet origine-destination lorsqu'on dispose seulement de mesures de l'intensité du trafic sur des faisceaux de circuits ou également de mesures directes du trafic offert par origine-destination.

Au paragraphe 6, le trafic offert estimé est le "trafic offert équivalent" utilisé dans le modèle à appels rejetés défini dans l'Annexe B, alors qu'aux paragraphes 4 et 5, il est tenu compte dans l'évaluation du trafic offert des tentatives répétées de l'utilisateur.

Il convient d'appliquer ces procédures d'estimation à la mesure de chacune des heures chargées. On additionnera ensuite les estimations de trafic offert obtenues pour chacune de ces heures, conformément aux procédures décrites dans la Recommandation E.500.

2 Domaine d'application

La présente Recommandation indique, d'une part, les moyens d'estimer le trafic offert aux faisceaux de circuits d'après les mesures du trafic écoulé et, d'autre part, les moyens d'estimer les flux de trafic offert par origine-destination d'après les mesures des faisceaux de circuits.

3 Références

Les Recommandations UIT-T et autres références suivantes contiennent des dispositions qui, par suite de la référence qui y est faite, constituent des dispositions valables pour la présente Recommandation. Au moment de la publication, les éditions indiquées étaient en vigueur. Toute Recommandation ou autre référence est sujette à révision; tous les utilisateurs de la présente Recommandation sont donc invités à rechercher la possibilité d'appliquer les éditions les plus récentes des Recommandations et autres références indiquées ci-après. Une liste des Recommandations UIT-T en vigueur est publiée régulièrement.

- Recommandation E.500 du CCITT (1992), *Principes de mesure de l'intensité du trafic*.
- Recommandation E.502 du CCITT (1992), *Spécifications des mesures de trafic relatives aux commutateurs de télécommunications numériques*.

4 Faisceau à trajet unique

4.1 Pas d'encombrement important

Le trafic offert sera égal au trafic écoulé mesuré conformément à la Recommandation E.500. Aucune estimation n'est nécessaire.

4.2 Encombrement important

Supposons que A_C représente le *trafic écoulé* sur le faisceau de circuits. En partant de l'hypothèse que le renforcement du faisceau de circuits n'aura aucune incidence sur la durée moyenne des communications acheminées, ou sur le taux d'aboutissement des appels acheminés, le *trafic offert* à un faisceau de circuits peut s'exprimer par:

$$A = A_C \frac{(1 - WB)}{(1 - B)} \quad (4-1)$$

où B est la probabilité actuelle moyenne de perte pour toutes les tentatives d'appel sur le faisceau de circuits considéré et W le facteur de persévérance représentant l'effet des répétitions d'appel. Des modèles mathématiques de W sont donnés dans l'Annexe A.

Pour faciliter la détermination rapide du trafic offert conformément à la procédure approchée de l'Annexe A, le Tableau A.1 comportant les valeurs numériques du coefficient $(1 - WB)/(1 - B)$ a été établi pour une large gamme de valeurs de B , H et r' (pour la définition de H et r' voir l'Annexe A). Pour l'utilisation du Tableau A.1, voir la Note 2 de l'Annexe A.

NOTE 1 – On trouve dans l'Annexe A une dérivation de cette formule ainsi qu'un modèle plus complexe qui pourrait être utilisé lorsqu'on disposera de mesures des taux d'aboutissement.

NOTE 2 – Lorsqu'on ne dispose pas de mesures des taux d'aboutissement, on adoptera pour W une valeur comprise entre 0,6 et 0,9. Il faut noter qu'une valeur faible de W correspond à une estimation élevée du trafic offert. Les Administrations sont invitées à se communiquer réciproquement les valeurs de W qu'elles se proposent d'utiliser.

NOTE 3 – Il conviendrait que les Administrations gardent trace des données recueillies avant et après les augmentations de faisceaux de circuits. Ces données permettront de vérifier la validité de la formule précitée et de la valeur adoptée pour W .

NOTE 4 – Pour appliquer cette formule, on admet généralement que le faisceau de circuits est en fonctionnement normal ou que tout circuit défaillant a été mis hors service. Si des circuits ou des équipements de transmission ou de signalisation défaillants associés à ces circuits restent en service, la formule peut conduire à des résultats inexacts.

5 Disposition pour faisceau de circuits débordant et faisceau de circuits final

5.1 Faisceau débordant avec un encombrement peu important sur le faisceau final

5.1.1 Lorsqu'une relation est desservie par un faisceau débordant et un faisceau final, il est nécessaire de réaliser des mesures simultanées sur les deux faisceaux de circuits.

Supposons que A_H soit le trafic écoulé sur le faisceau débordant, et A_F le trafic qui, à partir d'un faisceau débordant, est écoulé sur le faisceau final. Lorsqu'il n'y a pas d'encombrement important sur le faisceau final, le trafic offert au faisceau débordant est:

$$A = A_H + A_F \quad (5-1)$$

5.1.2 On recommande deux types distincts de procédures qui comportent chacun plusieurs méthodes possibles. La méthode présentée au 5.1.2.1 a), plus précise, est la méthode préconisée bien qu'elle puisse être difficile à appliquer. La méthode indiquée au 5.1.2.2 peut servir d'estimation supplémentaire.

5.1.2.1 On effectue des mesures simultanées de A_H et du trafic total écoulé sur le faisceau final. Trois méthodes sont présentées pour estimer A_F , par ordre décroissant de préférence:

- A_F est mesuré directement. Dans la plupart des cas, on pourrait mesurer le trafic écoulé sur le faisceau final en fonction de la destination;
- le trafic total écoulé sur le faisceau final est ventilé selon la destination, proportionnellement au nombre d'appels efficaces vers chaque destination;
- le trafic écoulé sur le faisceau final est ventilé en fonction des rapports entre le nombre de tentatives de prise provenant des faisceaux débordants et le nombre total de tentatives de prise vers le faisceau final.

5.1.2.2 Deux autres méthodes permettent d'estimer le trafic offert au faisceau débordant qui, dans ce cas, équivaut au trafic équivalent offert:

- A est obtenu par la formule:

$$A_H = A [1 - E_N(A)] \quad (5-2)$$

Dans ce cas $E_N(A)$ est la formule à appels rejetés d'Erlang, N est le nombre de circuits exploités sur le faisceau débordant. On pourrait faire l'estimation sur ordinateur par calcul itératif ou manuellement en utilisant des tableaux ou des graphiques.

La précision de cette méthode risque d'être réduite en raison du caractère non aléatoire du trafic offert, de la variation d'intensité durant la période de mesure ou de l'utilisation d'une valeur incorrecte de N .

- A est obtenu par:

$$A = A_H / (1 - B) \quad (5-3)$$

où B est la probabilité mesurée de débordement. La précision de cette méthode risque d'être réduite par la présence de tentatives de prise répétées provenant du central si elles sont incluses dans l'enregistreur des tentatives de prise du faisceau de circuits.

Il est recommandé d'utiliser les deux méthodes indiquées sous a) et b); tout écart important nécessiterait alors un complément de recherche. Toutefois, il convient de noter que ces deux méthodes pourraient ne plus être fiables pour des faisceaux débordants lorsque la probabilité de débordement augmente; dans ce cas, des périodes de mesure beaucoup plus longues seront nécessaires pour obtenir des résultats fiables.

5.2 Faisceau débordant avec un encombrement important sur le faisceau final

Dans ce cas, l'estimation du trafic offert exige que l'on associe les méthodes présentées aux 4.2 et 5.1. Avant de pouvoir recommander une procédure précise, il faut étudier ces différents paramètres et mieux les connaître.

6 Trafic équivalent offert par origine-destination

Le présent paragraphe vise à définir un modèle de trafic équivalent selon le modèle décrit à l'Annexe B.

L'évaluation précise du trafic offert par origine-destination est indispensable à la conception, l'installation et l'entretien d'un réseau de télécommunication. C'est plus particulièrement, mais pas uniquement, le cas s'agissant de réseaux avec acheminement dynamique.

La précision de cette estimation dépend de la disponibilité de mesures et de la structure du réseau.

En fait, on peut calculer le trafic offert par origine-destination de trois façons différentes avec:

- i) les mesures de la ventilation et de la durée du trafic (voir la Recommandation E.502), effectuées par les commutateurs du réseau sur la totalité du trafic;
- ii) les mesures de la ventilation et de la durée du trafic (voir la Recommandation E.502), effectuées par les commutateurs du réseau sous forme d'échantillons;
- iii) les mesures effectuées sur les nœuds et faisceaux de circuits.

6.1 Détermination du trafic offert par origine-destination quand on dispose de mesures de ce trafic pour la totalité des tentatives d'appel

En pareil cas, le problème du calcul du trafic offert par origine-destination est directement résolu par les mesures, comme spécifié au 4.2.4/E.502 et aucun autre calcul n'est nécessaire.

6.2 Détermination du trafic offert par origine-destination quand on ne dispose que de mesures sur échantillons

Ces mesures doivent être étayées par des mesures corrélatives du volume de trafic (en erlang) pour la totalité du trafic de départ. Plus précisément, si l'ensemble des mesures par origine-destination spécifiées au 4.2.4/E.502, du type 15 "ventilation du trafic" se rapporte à un échantillonnage de la totalité du trafic sortant du commutateur, les mesures correspondantes du volume de trafic doivent être des mesures globales du trafic sortant de départ et du trafic de transit (respectivement des types 3 et 6 dans la Recommandation E.502). Si la "ventilation du trafic" est appliquée à un faisceau de circuits spécifique, il est évident que la mesure correspondante du volume de trafic devra se faire sur ce même faisceau de circuits (mesure de type 10). Le trafic offert à partir des mesures du trafic écoulé doit être déterminé au moyen de la procédure décrite au paragraphe 4.

6.3 Détermination du trafic offert par origine-destination quand on ne dispose que de mesures de l'intensité du trafic par faisceau de circuits

Le présent paragraphe concerne les commutateurs qui ne procèdent à aucune mesure par origine-destination mais seulement à des mesures de l'intensité du trafic par faisceau de circuits. On peut appliquer la méthode suivante [1] aux réseaux hiérarchiques et non hiérarchiques dont le plan d'acheminement peut être fixe ou actualisé périodiquement avec la période dT , à condition que l'intervalle actualisé dT soit suffisamment grand pour garantir des conditions de trafic stationnaires.

On retient les trois hypothèses suivantes:

- i) sur chaque liaison, les appels correspondant à différentes relations de trafic subissent le même blocage, c'est-à-dire le blocage du faisceau de circuits qui a été mesuré;
- ii) l'éventualité du blocage d'un appel sur une liaison à un trajet ne dépend pas de l'éventualité du blocage sur les autres liaisons;
- iii) un trajet se compose d'au moins deux liaisons.

Les simulations ont montré que ces hypothèses permettent d'estimer le trafic offert pour chaque couple origine-destination avec une précision meilleure que 6 à 7%, lorsque les valeurs de l'encombrement du réseau sont aussi basses que les valeurs adoptées par hypothèse pour le dimensionnement du réseau.

On suppose que les renseignements suivants sont disponibles à chaque intervalle de temps:

- i) les mesures des faisceaux de circuits comprenant la charge écoulée et le blocage sur chaque faisceau TG ;
- ii) la séquence (fixe) d'acheminement pendant la période dT .

Sur la base de ces hypothèses, on peut démontrer l'équation suivante:

$$TG = Z \cdot a \quad (6-1)$$

où TG est un vecteur dont les composantes représentent le trafic écoulé de chaque faisceau de circuits, a un vecteur dont les composantes représentent le trafic offert par origine-destination, et Z une matrice dont les éléments sont définis par le blocage qui se produit sur chaque faisceau de circuits et la séquence d'acheminement. L'équation 6-1 est rigoureusement valable même si les hypothèses i) et iii) ne sont pas formulées.

On obtient le trafic offert par origine-destination, a , en résolvant l'équation 6-1 et en général, on applique pour ce faire les méthodes mathématiques classiques, comme celle qui est décrite dans l'Annexe C. Toutefois, lorsque le nombre de nœuds est élevé, la résolution du système d'équation peut être complexe et il est indispensable d'appliquer des méthodes de réduction des inconnues. La proposition de recourir à certaines de ces méthodes appelle un complément d'étude. On trouvera des exemples d'application de la méthode de pseudo-inversion dans l'Annexe D et, à titre indicatif dans l'Annexe E, une évaluation des résultats obtenus avec la méthode de pseudo-inversion et avec l'algorithme itératif.

Les notations, ainsi que la dérivation et la solution de l'équation 6-1 sont décrites à l'Annexe C lorsque deux trajets de liaison sont adoptés. L'extension à des trajets comptant plus de deux liaisons doit faire l'objet d'un complément d'étude.

7 Historique

La présente Recommandation a été publiée pour la première fois en 1984. Elle a été révisée en 1992 et en 1997.

8 Bibliographie

- [1] TU (M.): Estimation of Point-to-Point Traffic Demand in the Public Switched Telephone Network, *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 42, N^{os} 2/3/4, p. 840-845, février/mars/avril 1994.

Annexe A

Modèle simplifié concernant la formule présentée au 4.2

Les tentatives d'appel arrivant au faisceau de circuits examiné peuvent être classées comme indiqué à la Figure A.1.

Le nombre total de tentatives d'appel dans le faisceau de circuits est:

$$N = N_0 + N_{NR} + N_{LR} \quad (A-1)$$

Nous devons considérer $N_0 + N_{NR}$ qui serait le nombre de tentatives d'appel s'il n'y avait pas d'encombrement sur le faisceau de circuits.

Supposons que:

$$B = \frac{N_L}{N} \quad \text{est la probabilité de blocage mesurée sur le faisceau de circuits;} \quad (A-2)$$

$$W = \frac{N_{LR}}{N_L} \quad \text{est la proportion de tentatives d'appel bloquées qui sont renouvelées.} \quad (A-3)$$

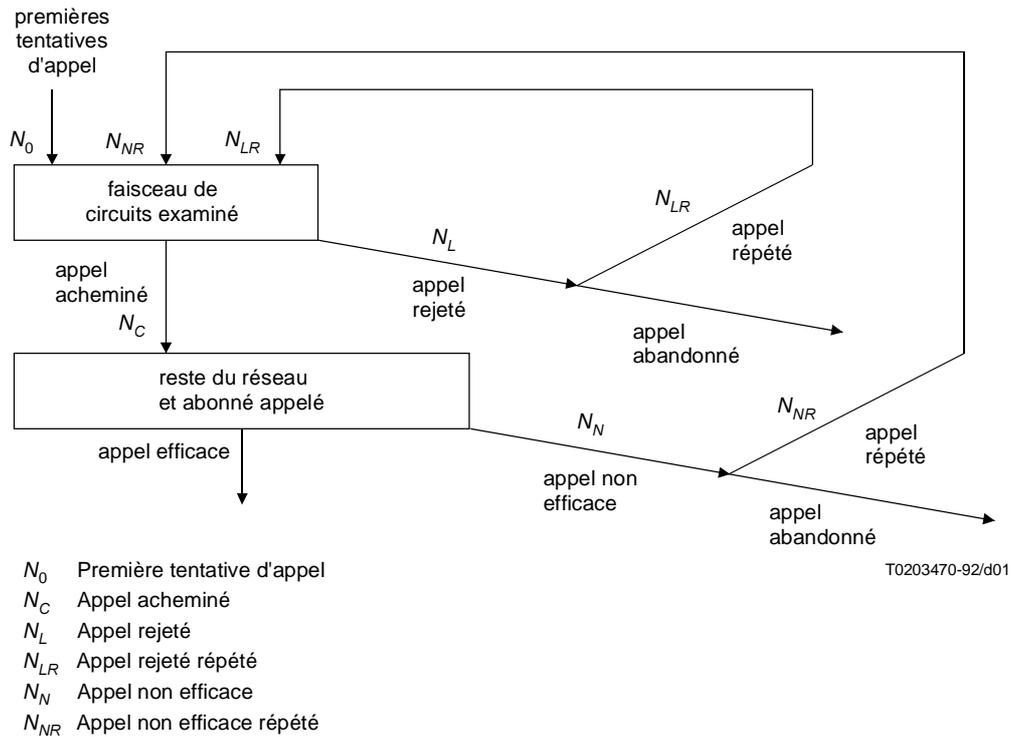


Figure A.1/E.501

Nous obtenons:

$$N_0 + N_{NR} = N - N_{LR} = (N - N_{LR}) \frac{N_C}{N_C} = N_C \frac{(N - N_{LR})}{(N - N_L)} = N_C \frac{(1 - BW)}{(1 - B)} \quad (\text{A-4})$$

Le modèle présenté ci-dessus est en fait une simplification étant donné que le taux N_{NR} serait modifié en cas de renforcement du faisceau de circuits.

En multipliant par h , durée moyenne d'un appel écoulé sur le faisceau de circuits, nous obtenons:

$$A = A_C \frac{(1 - WB)}{(1 - B)} \quad (\text{A-5})$$

où A_C est le trafic écoulé sur le faisceau de circuits.

Le modèle présenté ci-dessus est en fait une simplification étant donné que le taux N_{NR} serait modifié en cas de renforcement du faisceau de circuits.

Une autre méthode consiste à évaluer un facteur de persévérance équivalente W d'après les formules suivantes:

$$W = \frac{r'H}{1 - H(1 - r')} \quad (\text{A-6})$$

$$H = \frac{\beta - 1}{\beta(1 - r)} \quad (\text{A-7})$$

$$\beta = \frac{\text{toutes les tentatives d'appel}}{\text{premières tentatives d'appel}} \quad (\text{A-8})$$

où r' est le taux d'effectivité des prises sur le faisceau de circuits examiné et r le taux d'aboutissement des tentatives d'appel vers le faisceau de circuits examiné.

On peut établir ces formules en considérant la situation après renforcement du faisceau (voir la Figure A.2).

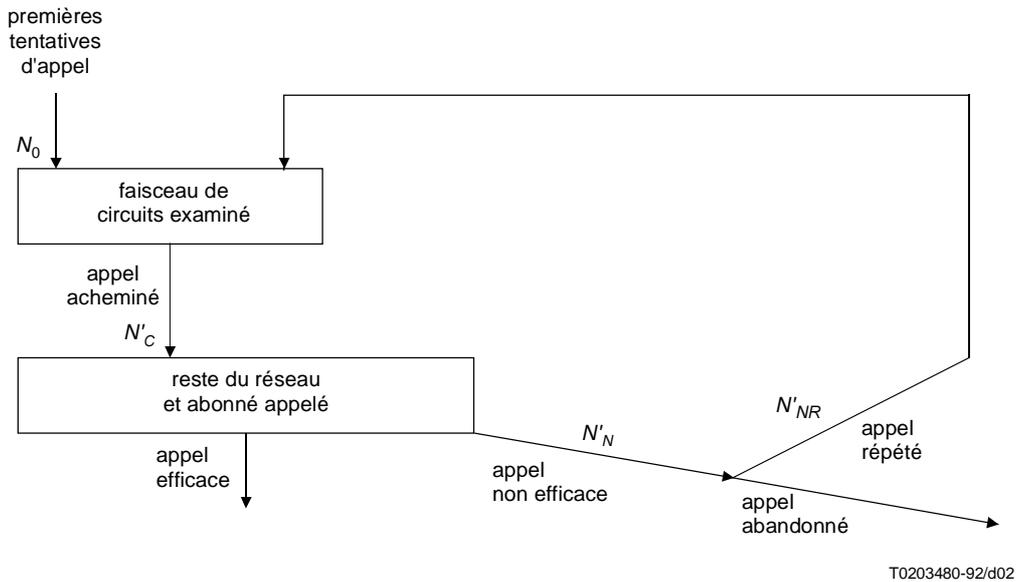


Figure A.2/E.501

Il est nécessaire d'estimer N'_C qui correspond aux appels à acheminer lorsqu'il n'y a pas d'encombrement sur le faisceau de circuits. Cela est possible en établissant des relations entre N_C et N_0 (avant renforcement) et entre N'_C et N_0 (après renforcement), étant donné que l'on suppose que le premier nombre de tentatives N_0 reste inchangé. On introduit les paramètres suivants:

- H est la persistance globale d'abonné;
- r' est le taux d'effectivité des prises sur le faisceau de circuits.

Avant renforcement:

$$H = \frac{N_{NR} + N_{NL}}{N_N + N_L} \quad (\text{A-9})$$

$$r' = \frac{N_C - N_N}{N_C} \quad (\text{A-10})$$

Après renforcement:

$$H = \frac{N'_{NR}}{N'_N} \quad (\text{A-11})$$

$$r' = \frac{N'_C - N'_N}{N'_C} \quad (\text{A-12})$$

Pour simplifier, on admet que H et r' ne sont pas modifiés par le renforcement. On peut facilement en déduire les deux relations suivantes:

$$N_0 = \frac{N_C [1 - H(1 - r') - r'BH]}{1 - B} \quad (\text{A-13})$$

$$N_0 = N'_C [1 - H(1 - r')] \quad (\text{A-14})$$

d'où:

$$N'_C = \frac{N_C \left[1 - \left(\frac{r'H}{1 - H(1 - r')} \right) B \right]}{1 - B} \quad (\text{A-15})$$

En multipliant par la durée moyenne de communication h , on obtient une estimation du trafic offert en fonction du trafic écoulé.

La formule:

$$H = \frac{\beta - 1}{\beta(1 - r)} \quad (\text{A-16})$$

est valable à la fois avant et après le renforcement, ce que l'on peut aisément évaluer d'après les diagrammes ci-dessus.

NOTE 1 – Certaines Administrations seront peut-être en mesure de fournir des renseignements concernant le taux d'aboutissement des appels vers la destination en question.

NOTE 2 – La procédure d'évaluation du facteur de persévérance W mentionnée ci-dessus est fondée sur l'hypothèse que H , r' et h demeurent inchangés après le renforcement du faisceau. L'élimination de l'encombrement conduit en fait à une modification de H et dans des cas pratiques cela cause une sous-évaluation du facteur W et donc une surévaluation du trafic offert dans la formule du 4.2. Selon une étude effectuée au cours de la période 1985-1988, la surévaluation est pratiquement négligeable si $B \leq 0,2$ et $r' \geq 0,6$. Pour des valeurs B plus grandes et r' plus petites, la surévaluation peut être significative, à moins que d'autres facteurs dont l'étude n'a pas tenu compte, ne la compensent. Il est donc nécessaire de faire attention à l'utilisation du Tableau A.1 dans la gamme des valeurs indiquées. Pour les réseaux à développement dynamique, la surévaluation du trafic offert et le surdimensionnement qui en résulte peuvent être tolérés, ce qui n'est pas forcément le cas de réseaux stables.

Tableau A.1/E.501

Valeurs de $\frac{1 - WB}{1 - B}$

H =	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95
<i>B</i> = 0,1						
<i>r</i> ' = 0,3	1,0653	1,0584	1,0505	1,0411	1,0300	1,0165
<i>r</i> ' = 0,4	1,0574	1,0505	1,0427	1,0340	1,0241	1,0129
<i>r</i> ' = 0,5	1,0512	1,0444	1,0370	1,0289	1,0202	1,0105
<i>r</i> ' = 0,6	1,0462	1,0396	1,0326	1,0252	1,0173	1,0089
<i>r</i> ' = 0,7	1,0421	1,0358	1,0292	1,0223	1,0152	1,0077
<i>r</i> ' = 0,8	1,0387	1,0326	1,0264	1,0200	1,0135	1,0068
<i>B</i> = 0,2						
<i>r</i> ' = 0,3	1,1470	1,1315	1,1136	1,0925	1,0675	1,0373
<i>r</i> ' = 0,4	1,1293	1,1136	1,0961	1,0765	1,0543	1,0290
<i>r</i> ' = 0,5	1,1153	1,1	1,0833	1,0652	1,0454	1,0238
<i>r</i> ' = 0,6	1,1041	1,0892	1,0735	1,0568	1,0390	1,0201
<i>r</i> ' = 0,7	1,0949	1,0806	1,0657	1,0503	1,0342	1,0174
<i>r</i> ' = 0,8	1,0872	1,0735	1,0595	1,0451	1,0304	1,0154
<i>B</i> = 0,3						
<i>r</i> ' = 0,3	1,2521	1,2255	1,1948	1,1587	1,1158	1,0639
<i>r</i> ' = 0,4	1,2216	1,1948	1,1648	1,1311	1,0931	1,0498
<i>r</i> ' = 0,5	1,1978	1,1714	1,1428	1,1118	1,0779	1,0408
<i>r</i> ' = 0,6	1,1785	1,1530	1,1260	1,0974	1,0669	1,0345
<i>r</i> ' = 0,7	1,1627	1,1382	1,1127	1,0862	1,0587	1,0299
<i>r</i> ' = 0,8	1,1495	1,1260	1,1020	1,0774	1,0522	1,0264
<i>B</i> = 0,4						
<i>r</i> ' = 0,3	1,3921	1,3508	1,3030	1,2469	1,1801	1,0995
<i>r</i> ' = 0,4	1,3448	1,3030	1,2564	1,2040	1,1449	1,0775
<i>r</i> ' = 0,5	1,3076	1,2666	1,2222	1,1739	1,1212	1,0634
<i>r</i> ' = 0,6	1,2777	1,2380	1,1960	1,1515	1,1041	1,0537
<i>r</i> ' = 0,7	1,2531	1,2150	1,1754	1,1342	1,0913	1,0466
<i>r</i> ' = 0,8	1,2325	1,1960	1,1587	1,1204	1,0813	1,0411
<i>B</i> = 0,5						
<i>r</i> ' = 0,3	1,5882	1,5263	1,4545	1,3703	1,2702	1,1492
<i>r</i> ' = 0,4	1,5172	1,4545	1,3846	1,3061	1,2173	1,1162
<i>r</i> ' = 0,5	1,4615	1,4	1,3333	1,2608	1,1818	1,0952
<i>r</i> ' = 0,6	1,4166	1,3571	1,2941	1,2272	1,1562	1,0806
<i>r</i> ' = 0,7	1,3797	1,3225	1,2631	1,2013	1,1369	1,0699
<i>r</i> ' = 0,8	1,3488	1,2941	1,2380	1,1807	1,1219	1,0617

Annexe B

Trafic offert équivalent

Dans le modèle à appels rejetés, le trafic offert équivalent est celui qui produit le trafic écoulé observé conformément à la relation:

$$y = A(1 - B) \quad (\text{B-1})$$

où:

y est le trafic écoulé;

A est le trafic offert équivalent;

B est l'encombrement d'appel dans la partie du réseau examinée.

NOTE 1 – Il s'agit d'un concept purement mathématique. Dans la pratique, il est seulement possible de déceler le nombre de tentatives de prise dont l'effet sur l'occupation indique si elles donnent lieu à de très courtes prises ou à des communications.

NOTE 2 – Le trafic offert équivalent, qui est supérieur au trafic écoulé et par conséquent supérieur au trafic efficace, diminue lorsque la persévérance de l'abonné augmente.

NOTE 3 – B est évalué sur une base purement mathématique de sorte qu'il est possible d'établir une relation directe entre le trafic écoulé et l'encombrement d'appel B et de ne pas tenir compte du rôle du trafic équivalent offert A .

Annexe C

Méthode appliquée pour déterminer le trafic offert par origine-destination quand on dispose seulement de mesures de l'intensité du trafic par faisceau de circuits

C.1 Notation, dérivation et solution de la formule 6-1 du 6.3

Les notations suivantes sont adoptées:

L : nombre de liaisons;

P : nombre de relations de trafic;

$a(i)$: trafic offert sur la relation de trafic i ;

Trajet ij : désigne le j^{e} trajet pour la relation de trafic i ;

$OL(ij)$: relation de trafic i offerte sur le trajet ij ;

$PB(ij)$: blocage du trajet ij ;

$CL(ij)$: intensité de la relation de trafic i acheminée sur le trajet ij :

$$CL(ij) = OL(ij) \cdot [1 - PB(ij)] \quad (\text{C-1})$$

Liaison de trajet ijk : désigne le k^{e} faisceau de circuits du trajet ij :

- $k = 1$ ou 2 , puisqu'on tient seulement compte des trajets à 1 et 2 liaisons (l'extension à un trajet de n liaisons est triviale);
- chaque liaison de trajet ijk correspond à un seul faisceau de circuits q ($q = 1, 2, \dots, L$), mais chaque faisceau de circuits q peut correspondre à un certain nombre de liaisons de trajet ijk . Cette relation est désignée par des correspondances X , c'est-à-dire:

$$X(ijk) = q \quad (\text{C-2})$$

q désigne un faisceau de circuits ou est égal à zéro, de sorte que:

- si $X(ij1) = 0$, cela signifie que la relation de trafic i a au plus $j - 1$ trajets;
- si $X(ij2) = 0$ et $X(ij1) \neq 0$, cela signifie que le j^{e} trajet pour la relation de trafic i est un trajet à une seule liaison.

$LB(ijk)$: blocage de la liaison ijk ;

$TG(q)$: trafic total écoulé sur le faisceau de circuits q .

Grâce aux hypothèses relatives à l'indépendance du blocage des appels sur chaque liaison d'un trajet, le blocage du trajet est une simple fonction du blocage de ses faisceaux de circuits:

$$PB(ij) = LB(ij1) + LB(ij2) - LB(ij1) \cdot LB(ij2) \quad (C-3)$$

S'il existe une possibilité de retour en arrière, on peut obtenir la formule suivante:

$$OL(ij) = a(i) \cdot \prod_{t=1}^{j-1} PB(it) \quad (C-4)$$

On aura donc, d'après les formules C-1 et C-4:

$$CL(ij) = a(i) \cdot [1 - PB(ij)] \cdot \prod_{t=1}^{j-1} PB(it) = s(ij) \cdot a(i) \quad (C-5)$$

où:

$$s(ij) = [1 - PB(ij)] \cdot \prod_{t=1}^{j-1} PB(it) \quad (C-6)$$

Le trafic total écoulé sur chaque faisceau de circuits q dans ce cas sera:

$$TG(q) = \sum_{X(ijk)=q} CL(ij) = \sum_{X(ijk)=q} s(ij) \cdot a(i) \quad (C-7)$$

En l'absence de possibilité de retour en arrière, l'appel est acheminé sur le trajet qui suit dans la séquence d'acheminement, mais seulement s'il est bloqué sur la première liaison du trajet ij . L'appel est abandonné s'il est bloqué sur la deuxième liaison. En pareil cas, il faut réécrire ainsi la formule C-4:

$$OL(ij) = a(i) \cdot \prod_{t=1}^{j-1} LB(it1) \quad (C-8)$$

Il résulte des formules C-1 et C-8 que:

$$CL(ij) = a(i) \cdot [1 - PB(ij)] \cdot \prod_{t=1}^{j-1} LB(it1) \quad (C-9)$$

et en admettant dans ce cas (absence de possibilité de retour en arrière) que:

$$s(ij) = [1 - PB(ij)] \cdot \prod_{t=1}^{j-1} LB(it1) \quad (C-10)$$

on peut écrire la formule définitive comme en C-7.

Le trafic offert sur chaque relation peut être calculé à partir de l'ensemble de la formule C-7, dans laquelle la définition de $s(ij)$ dépend de la présence d'une possibilité de retour en arrière dans le réseau.

On peut appliquer des méthodes de pseudo-inversion ou d'itération diverses pour résoudre le système d'équations C-7, qui peut être écrit sous la forme matricielle suivante:

$$TG = Z \cdot a \quad (C-11)$$

où:

$$\begin{aligned} TG &= [TG(1), \dots, TG(L)]^T \\ a &= [a(1), \dots, a(P)]^T \\ Z &= [z(uv)]_{L \times P} \end{aligned} \quad (C-12)$$

où $z(uv) = s(vr)$ si le faisceau de circuits u est un faisceau de circuits du r^e trajet de la relation v ; autrement il est égal à zéro.

Actuellement, on a proposé ici deux méthodes pour résoudre le système d'équations C-11: la méthode de pseudo-inversion et un algorithme itératif.

C.2 La méthode de pseudo-inversion

Si on utilise la méthode de pseudo-inversion, la solution du système C-11 est:

$$a^0 = Z^0 \cdot TG \quad (C-13)$$

où a^0 est l'estimée du trafic offert et Z^0 la pseudo-inverse de Z (C-1).

Si le système est carré, c'est-à-dire si le nombre d'équations est égal au nombre d'inconnues et par conséquent si le réseau est entièrement maillé, la solution est déterminée de manière univoque, soit:

$$Z^0 = Z^{-1} \quad (C-14)$$

où Z^{-1} est la matrice inverse (si elle existe) de Z .

S'agissant de réseaux non entièrement connectés dans lesquels le nombre d'équations est inférieur au nombre d'inconnues, le système d'équations ne comporte pas de solution unique, de sorte qu'il faut évaluer le trafic offert pour chaque relation, en introduisant ainsi une erreur inversement proportionnelle au nombre de faisceaux de circuits. En pareil cas:

$$Z^0 = Z^T \cdot (Z \cdot Z^T)^{-1} \quad (C-15)$$

où Z^T est la matrice transposée de Z .

Il peut arriver enfin que le nombre de formules soit plus grand que celui des inconnues (systèmes surdéterminés), par exemple quand d'autres mesures de réseau, comme le total du trafic des centraux, sont additionnées. En pareil cas:

$$Z^0 = (Z^T \cdot Z)^{-1} \cdot Z^T \quad (C-16)$$

De toute manière, a^0 est la meilleure estimée de a , au sens des moindres carrés, sur la base des mesures disponibles.

C.3 L'algorithme itératif

Dans la méthode itérative $a^{(0)}$, on commence par donner une estimée initiale de a . Ensuite, à partir de l'estimée actuelle $a^{(k)}$ au k^e échelon, on calcule une nouvelle estimée $a^{(k+1)}$ comme suit:

$$a^{(k+1)} = a^{(k)} + w^{(k)} \cdot v^{(k)} \quad (C-17)$$

Dans cette équation, la grandeur scalaire $w^{(k)}$ et la r^e composante générique du vecteur $v^{(k)}$ s'obtiennent par une pondération appropriée de l'erreur $\Delta TG^{(k)} = Z \cdot a^{(k)} - TG$, conformément aux expressions suivantes (C-2):

$$v_r^{(k)} = a_r^{(k)} \sum_{i=1}^L \frac{\Delta TG_i^{(k)}}{TG_i} z_{i,r} \quad r = 1, 2, \dots, P \quad (C-18)$$

$$w^{(k)} = \frac{\left(\Delta TG^{(k)}\right)^T Z \cdot v^{(k)}}{\left(v^{(k)}\right)^T Z^T Z \cdot v^{(k)}} \quad (C-19)$$

On calcule ces équations de façon à réduire au minimum la distance entre ΔTG et la valeur actualisée $w \cdot v$ à chaque itération. Ce processus prend fin lorsque la variation relative de l'estimée

$$\frac{\|a^{(k+1)} - a^{(k)}\|}{\|a^{(k)}\|} \quad (C-20)$$

est inférieure à une limite préétablie (par exemple 10^{-3}).

Selon que l'estimée initiale $a^{(0)}$ est plus ou moins proche de la valeur vraie de a , la méthode sera plus ou moins exacte ou rapide.

Pour trouver une expression appropriée de l'estimée initiale du trafic par origine-destination, il convient d'appliquer les étapes suivantes:

- 1) estimation de la probabilité $P_{R|T}(r|k)$ selon laquelle le trafic écoulé sur le faisceau de circuits k appartient à la relation origine-destination r , avec l'équation:

$$P_{R|T}(r|k) = \frac{z_{k,r}}{\sum_i z_{k,i}} \quad (C-21)$$

où $z_{k,r}$ est l'élément de la k^e rangée et de la r^e colonne de z ;

- 2) estimation du trafic par origine-destination écoulé sur chaque trajet, constitué d'un ou de plusieurs faisceaux de circuits, avec l'équation:

$$a_{r,q}^* = \min_{k_i} \left[P_{R|T}(r|k_i) TG_{k_i} \right] \quad (C-22)$$

où l'indice inférieur i s'applique à tous les faisceaux de circuits du trajet q ;

- 3) estimation du trafic total écoulé sur le faisceau de circuits k en tant que somme des estimées du trafic pour toutes les relations utilisant ce faisceau de circuits, avec l'équation:

$$TG_k^{est} = \sum_{r,q} a_{r,q}^* \quad (C-23)$$

- 4) normalisation de l'estimée obtenue à l'étape 2):

$$a_{r,q}^{**} = a_{r,q}^* \frac{TG_{k_1}}{TG_{k_1}^{est}} \quad (C-24)$$

- 5) estimation du trafic par origine-destination offert à l'aide du trafic par origine-destination estimé qui est écoulé sur chaque trajet et de la perte estimée pour chaque paire origine-destination:

$$a_r^{(0)} = \frac{\sum a_{r,q}^{**}}{1 - PB_r} \quad (C-25)$$

où la perte PB_r pour la relation r est estimée à partir des pertes mesurées sur les faisceaux de circuits, en partant de l'hypothèse que chaque relation utilisant le même faisceau de circuits subit la même perte.

NOTE 1 – Différentes relations de trafic ne voient pas le même blocage sur un faisceau de circuits, surtout si l'on a recours à la réservation de circuits. La méthode proposée peut utiliser les probabilités de blocage de la relation de trafic. Dans les deux cas, $LB(ijk)$ doit être interprété comme le blocage du faisceau de circuits vu par la relation de trafic i sur le faisceau de circuits ijk . Les équations obtenues restent inchangées. L'évaluation du blocage de la relation par des modèles analytiques appelle un complément d'étude.

NOTE 2 – S'agissant des grands réseaux, des problèmes de calcul (par exemple, l'instabilité) peuvent nuire à la résolution du système des équations linéaires C-11. De plus, la convergence des algorithmes itératifs n'est pas prouvée sur le plan purement mathématique mais résulte de l'examen de cas pratiques. Il est vivement recommandé de réduire les dimensions du système pour diminuer la charge de calcul. La méthode à adopter à cet égard appelle un complément d'étude.

Bibliographie

- ALBERT (A.): Regression and the Moore-Penrose Pseudoinverse, *Academic Press*, New York, 1972.
- KIM (N.): A point-to-point traffic estimation from circuit group and office measurement for large network, *13th International Teletraffic Congress*, p.465-469, Copenhague, 19-26 juin 1991.

Annexe D

Exemples d'application des méthodes décrites dans l'Annexe C

D.1 Exemple 1

Considérons le réseau à 3 nœuds suivant (voir les Figures D.1 et D.2):

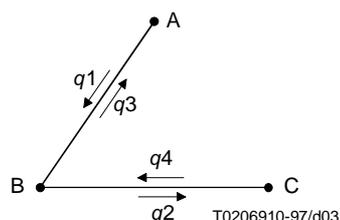


Figure D.1/E.501 – Cas du faisceau de circuits avec trafic dans un seul sens

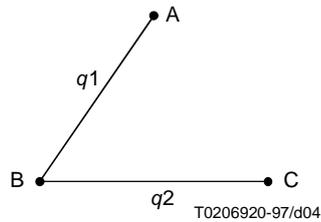


Figure D.2/E.501 – Cas du faisceau de circuits avec trafic dans les deux sens

Les couples origine-destination et leurs trajets figurent dans les tableaux ci-dessous:

pour le cas du trafic dans un seul sens

Origine-destination	(A, B)	(B, C)	(C, A)	(B, A)	(C, B)	(A, C)
<i>i</i>	1	2	3	4	5	6
Trajet	$q1$	$q2$	$q4, q3$	$q3$	$q4$	$q1, q2$

pour le cas du trafic dans les deux sens

Origine-destination	(A, B)	(B, C)	(C, A)	(B, A)	(C, B)	(A, C)
<i>i</i>	1	2	3	4	5	6
Trajet	$q1$	$q2$	$q2, q1$	$q1$	$q2$	$q1, q2$

Sur la base du tableau d'acheminement, on peut exprimer les correspondances $X(ijk) = q$ comme suit:

pour le cas du trafic dans un seul sens

<i>ijk</i>	<i>q</i>										
111	1	211	2	311	4	411	3	511	4	611	1
112	0	212	0	312	3	412	0	512	0	612	2

pour le cas du trafic dans les deux sens

<i>ijk</i>	<i>q</i>										
111	1	211	2	311	2	411	1	511	2	611	1
112	0	212	0	312	1	412	0	512	0	612	2

La matrice *Z* est:

$$Z = \begin{bmatrix} s(11) & 0 & 0 & 0 & 0 & s(61) \\ 0 & s(21) & 0 & 0 & 0 & s(61) \\ 0 & 0 & s(31) & s(41) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s(31) & 0 & s(51) & 0 \end{bmatrix}$$

pour le cas du trafic dans un seul sens;

$$Z = \begin{bmatrix} s(11) & 0 & s(31) & s(41) & 0 & s(61) \\ 0 & s(21) & s(31) & 0 & s(51) & s(61) \end{bmatrix}$$

pour le cas du trafic dans les deux sens.

Supposons aussi que, pour le cas des faisceaux de circuits avec trafic dans les deux sens, toutes les liaisons aient la même valeur de blocage 0,1. On obtient alors les valeurs suivantes de $s(ij)$: $s(i1) = 0,9$ pour $i = 1, 2, 4$ et 5 , et $s(i1) = 0,81$ pour $i = 3$ et 6 .

Nous avons donc:

$$\begin{bmatrix} TG(1) \\ TG(2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9 & 0 & 0,81 \\ 0 & 0,9 & 0,81 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a(1) + a(4) \\ a(2) + a(5) \\ a(3) + a(6) \end{bmatrix}.$$

En supposant que $TG(1) = 5$ E, et $TG(2) = 7$ E, nous obtenons:

$$\begin{bmatrix} a(1) + a(4) \\ a(2) + a(5) \\ a(3) + a(6) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,43 \text{ E} \\ 3,65 \text{ E} \\ 4,58 \text{ E} \end{bmatrix}.$$

C'est-à-dire que le trafic offert dans les deux sens entre les points d'extrémité A et B est de 1,43 E; entre les points d'extrémité B et C, de 3,65 E et entre les points d'extrémité A et C de 4,58 E.

Dans le cas du faisceau de circuits avec trafic dans un seul sens, nous obtenons les valeurs pour $s(i1)$: $s(i1) = 0,9$ pour $i = 1, 2, 4$ et 5 et $s(i1) = 0,81$ pour $i = 3$ et 6 . Nous avons donc:

$$\begin{bmatrix} TG(1) \\ TG(2) \\ TG(3) \\ TG(4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,90 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,81 \\ 0,00 & 0,90 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,81 \\ 0,00 & 0,00 & 0,81 & 0,90 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & 0,81 & 0,00 & 0,90 & 0,00 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a(1) \\ a(2) \\ a(3) \\ a(4) \\ a(5) \\ a(6) \end{bmatrix}.$$

En supposant que:

$$TG = \begin{bmatrix} 2,5 \\ 3,5 \\ 2,5 \\ 3,5 \end{bmatrix},$$

avec la méthode de pseudo-inversion nous obtenons:

$$\begin{bmatrix} a(1) \\ a(2) \\ a(3) \\ a(4) \\ a(5) \\ a(6) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,716709 \\ 1,82782 \\ 2,29008 \\ 0,716709 \\ 1,82782 \\ 2,29008 \end{bmatrix}.$$

D.2 Exemple 2

Considérons le réseau suivant (voir les Figures D.3 et D.4):

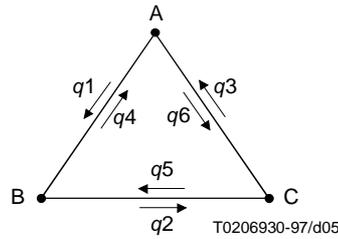


Figure D.3/E.501 – Cas du faisceau de circuits avec trafic dans un seul sens

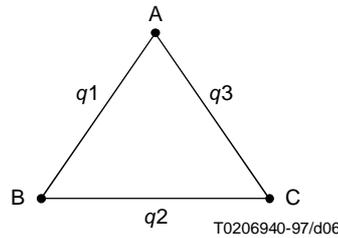


Figure D.4/E.501 – Cas du faisceau de circuits avec trafic dans les deux sens

Les nœuds origine-destination et leurs séquences d'acheminement figurent dans les tableaux suivants:

pour le cas du trafic dans un seul sens

Nœuds origine-destination	(A, B)	(B, C)	(C, A)	(B, A)	(C, B)	(A, C)
<i>i</i>	1	2	3	4	5	6
Trajet de premier choix	<i>q1</i>	<i>q2</i>	<i>q3</i>	<i>q4</i>	<i>q5</i>	<i>q6</i>
Trajet de second choix	<i>q6, q5</i>	<i>q4, q6</i>	<i>q5, q4</i>	<i>q2, q3</i>	<i>q3, q1</i>	<i>q1, q2</i>

pour le cas du trafic dans les deux sens

Nœuds origine-destination	(A, B)	(B, C)	(C, A)	(B, A)	(C, B)	(A, C)
<i>i</i>	1	2	3	4	5	6
Trajet de premier choix	<i>q1</i>	<i>q2</i>	<i>q3</i>	<i>q1</i>	<i>q2</i>	<i>q3</i>
Trajet de second choix	<i>q3, q2</i>	<i>q1, q3</i>	<i>q2, q1</i>	<i>q2, q3</i>	<i>q3, q1</i>	<i>q1, q2</i>

Sur la base du tableau d'acheminement, on peut exprimer les correspondances $X(ijk) = q$ comme suit:

pour le cas du trafic dans un seul sens

<i>ijk</i>	<i>q</i>										
111	1	211	2	311	3	411	4	511	5	611	6
112	0	212	0	312	0	412	0	512	0	612	0
121	6	221	4	321	5	421	2	521	3	621	1
122	5	222	6	322	4	422	3	522	1	622	2

pour le cas du trafic dans les deux sens

<i>ijk</i>	<i>q</i>										
111	1	211	2	311	3	411	1	511	2	611	3
112	0	212	0	312	0	412	0	512	0	612	0
121	3	221	1	321	2	421	2	521	3	621	1
122	2	222	3	322	1	422	3	522	1	622	2

La matrice Z est:

$$Z = \begin{bmatrix} s(11) & 0 & 0 & 0 & s(52) & s(62) \\ 0 & s(21) & 0 & s(42) & 0 & s(62) \\ 0 & 0 & s(31) & s(42) & s(52) & 0 \\ 0 & s(22) & s(32) & s(41) & 0 & 0 \\ s(12) & 0 & s(32) & 0 & s(51) & 0 \\ s(12) & s(22) & 0 & 0 & 0 & s(61) \end{bmatrix} \quad \text{pour le cas du trafic dans un seul sens;}$$

$$Z = \begin{bmatrix} s(11) & s(22) & s(32) & s(41) & s(52) & s(62) \\ s(12) & s(21) & s(32) & s(42) & s(51) & s(62) \\ s(12) & s(22) & s(31) & s(42) & s(52) & s(62) \end{bmatrix} \quad \text{pour le cas du trafic dans les deux sens.}$$

Supposons aussi que pour les faisceaux de circuits dans les deux sens toutes les liaisons aient la même valeur de blocage 0,1. On obtient alors les valeurs suivantes de $s(ij)$, avec ou sans retour en arrière: $s(i1) = 0,9$ et $s(i2) = 0,081$.

Nous avons donc:

$$\begin{bmatrix} TG(1) \\ TG(2) \\ TG(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,981 & 0,081 & 0,081 \\ 0,081 & 0,981 & 0,081 \\ 0,081 & 0,081 & 0,981 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a(1) + a(4) \\ a(2) + a(5) \\ a(3) + a(6) \end{bmatrix}$$

En supposant que $TG(1) = 5 E$, $TG(2) = 7 E$, et $TG(3) = 10 E$, nous obtenons:

$$\begin{bmatrix} a(1) + a(4) \\ a(2) + a(5) \\ a(3) + a(6) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,82 E \\ 6,05 E \\ 9,38 E \end{bmatrix}$$

C'est-à-dire que le trafic offert dans les deux sens entre les points d'extrémité A et B est de 3,82 E, entre les points d'extrémité B et C, il est de 6,05 E, et entre les points d'extrémité A et C, il est de 9,38 E.

Dans le cas du faisceau de circuits avec trafic dans un seul sens, nous obtenons les valeurs de $s(ij)$: $s(i1) = 0,9$ et $s(i2) = 0,081$ pour $i = 1, \dots, 6$. Nous avons donc:

$$\begin{bmatrix} TG(1) \\ TG(2) \\ TG(3) \\ TG(4) \\ TG(5) \\ TG(6) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,900 & 0,000 & 0,000 & 0,000 & 0,081 & 0,081 \\ 0,000 & 0,900 & 0,000 & 0,081 & 0,000 & 0,081 \\ 0,000 & 0,000 & 0,900 & 0,081 & 0,081 & 0,000 \\ 0,000 & 0,081 & 0,081 & 0,900 & 0,000 & 0,000 \\ 0,081 & 0,000 & 0,081 & 0,000 & 0,900 & 0,000 \\ 0,081 & 0,081 & 0,000 & 0,000 & 0,000 & 0,900 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a(1) \\ a(2) \\ a(3) \\ a(4) \\ a(5) \\ a(6) \end{bmatrix}$$

En supposant que:

$$TG = \begin{bmatrix} 2,5 \\ 3,5 \\ 5,0 \\ 2,5 \\ 3,5 \\ 5,0 \end{bmatrix},$$

avec la méthode de la pseudo-inversion nous obtenons:

$$\begin{bmatrix} a(1) \\ a(2) \\ a(3) \\ a(4) \\ a(5) \\ a(6) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,0281 \\ 3,2491 \\ 5,08061 \\ 2,0281 \\ 3,2491 \\ 5,08061 \end{bmatrix}.$$

Annexe E

Exemple d'évaluation des résultats obtenus avec la méthode de pseudo-inversion et l'algorithme itératif

Afin d'évaluer les deux méthodes, on a choisi un réseau de taille moyenne, constitué de 15 nœuds (voir la Figure E.1). Le réseau est en partie maillé et a un taux de connexité de 65%.

Le plan d'acheminement ne permet pas plus de 3 trajets composés d'une ou deux liaisons, pour chacun des couples origine-destination.

Pour ce réseau, on a choisi deux ensembles fondamentaux de valeurs du trafic par origine-destination (elles résultent d'un changement d'échelle des valeurs réelles), de façon à obtenir respectivement une qualité moyenne d'écoulement du service de 2,5% et de 7,1%. Chaque ensemble a ensuite été randomisé (dans une fourchette de $\pm 10\%$), en vue d'obtenir 2 groupes de 100 ensembles.

Chacun de ces deux ensembles a ensuite été soumis à une analyse du réseau qui nous a fourni les valeurs du trafic écoulé sur les faisceaux de circuits ainsi que les pertes associées. Après avoir constitué le système d'équations C-11 pour chaque ensemble de valeurs de trafic par origine-destination, on a appliqué les deux méthodes (de pseudo-inversion et l'algorithme itératif) de façon à obtenir 2 groupes de 100 ensembles de valeurs estimées du trafic par origine-destination pour chaque méthode. Le point de départ choisi pour l'algorithme itératif a été fixé à 1 erlang pour tous les couples origine-destination.

Pour évaluer le degré de performance de l'une et l'autre méthode, on a utilisé 2 indicateurs: l'erreur quadratique moyenne et l'erreur absolue, qui sont définies comme suit:

$$\|e\|_2 = \frac{\|a_s - a\|_2}{\|a\|_2} = \frac{\sqrt{\sum_h (a_{s,h} - a_h)^2}}{\sqrt{\sum_h a_h^2}}, \quad (E-1)$$

$$\|e\|_\infty = \text{Max}_h \left| \frac{a_{s,h} - a_h}{a_h} \right|. \quad (E-2)$$

où a est le vecteur vrai et a_s le vecteur estimé (avec la méthode de pseudo-inversion ou l'algorithme itératif).

La valeur moyenne et l'écart type des deux indicateurs sont indiqués dans les Tableaux E.1 et E.2.

Tableau E.1/E.501 – Erreur quadratique moyenne (moyenne ± écart type)

		Cas A (Perte moyenne ≅ 2,5%)	Cas B (Perte moyenne ≅ 7,1%)
Méthode de pseudo-inversion		9,28 ± 0,26%	9,49 ± 0,28%
Algorithme itératif	Initialisation uniforme	8,33 ± 0,26%	8,95 ± 0,30%
	Annexe E initialisation	5,84 ± 0,12%	6,57 ± 0,27%

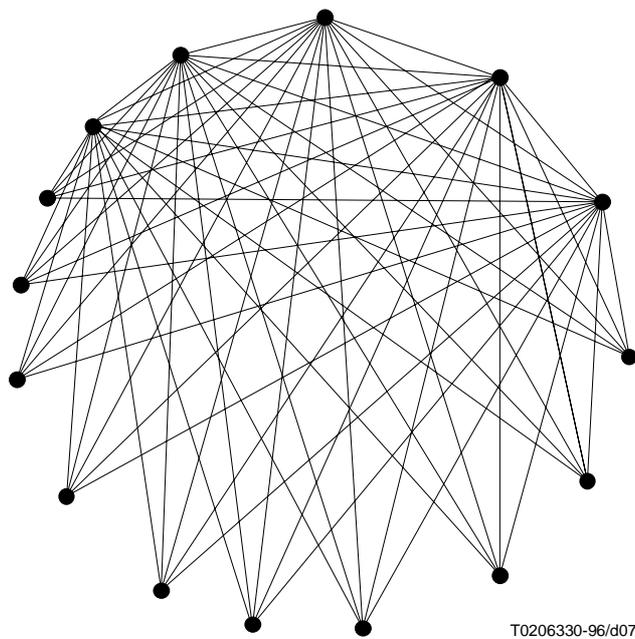
Tableau E.2/E.501 – Erreur absolue (moyenne ± écart type)

		Cas A (Perte moyenne ≅ 2,5%)	Cas B (Perte moyenne ≅ 7,1%)
Méthode de pseudo-inversion		212 ± 15%	237 ± 14%
Algorithme itératif	Initialisation uniforme	268 ± 22%	282 ± 21%
	Annexe E initialisation	140 ± 10%	142 ± 11%

Bien que l'erreur absolue soit très grande dans les deux méthodes, elle s'applique généralement à des relations de trafic de faible intensité.

Pour obtenir la solution il a fallu en moyenne 17,8 itérations pour le cas de la perte de 2,5% et 20,2 itérations pour celui de la perte de 7,1% (l'algorithme a été arrêté lorsque la variation relative introduite par une nouvelle itération était inférieure à 10^{-4}).

Comme on peut le voir, les deux méthodes ont donné lieu à des résultats acceptables.



T0206330-96/d07

Figure E.1/E.501 – Topologie du réseau

SÉRIES DES RECOMMANDATIONS UIT-T

Série A	Organisation du travail de l'UIT-T
Série B	Moyens d'expression: définitions, symboles, classification
Série C	Statistiques générales des télécommunications
Série D	Principes généraux de tarification
Série E	Exploitation générale du réseau, service téléphonique, exploitation des services et facteurs humains
Série F	Services de télécommunication non téléphoniques
Série G	Systèmes et supports de transmission, systèmes et réseaux numériques
Série H	Systèmes audiovisuels et multimédias
Série I	Réseau numérique à intégration de services
Série J	Transmission des signaux radiophoniques, télévisuels et autres signaux multimédias
Série K	Protection contre les perturbations
Série L	Construction, installation et protection des câbles et autres éléments des installations extérieures
Série M	RGT et maintenance des réseaux: systèmes de transmission, de télégraphie, de télécopie, circuits téléphoniques et circuits loués internationaux
Série N	Maintenance: circuits internationaux de transmission radiophonique et télévisuelle
Série O	Spécifications des appareils de mesure
Série P	Qualité de transmission téléphonique, installations téléphoniques et réseaux locaux
Série Q	Commutation et signalisation
Série R	Transmission télégraphique
Série S	Equipements terminaux de télégraphie
Série T	Terminaux des services télématiques
Série U	Commutation télégraphique
Série V	Communications de données sur le réseau téléphonique
Série X	Réseaux pour données et communication entre systèmes ouverts
Série Z	Langages de programmation