

**Débordement à partir d'un
Groupe à Accessibilité Totale**

De TETRAPRO, édité par Mr. H. Leijon, UIT



**UNION INTERNATIONALE DES TELECOMMUNICATIONS
INTERNATIONAL TELECOMMUNICATION UNION
UNION INTERNACIONAL DE TELECOMUNICACIONES**



Théorie de base de télétrafic (T)

DEBORDEMENT A PARTIR D'UN GROUPE A ACCESSIBILITE TOTALE (TOF)

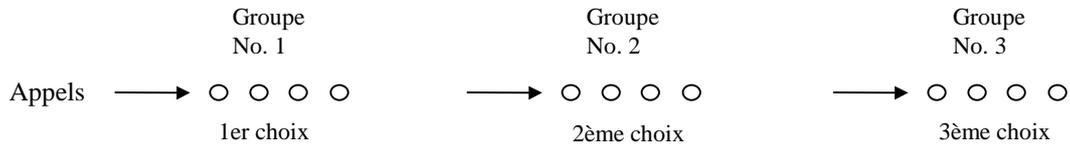
Sommaire

1. Concept du trafic du débordement
2. Définitions
3. Moyenne et variance du trafic écoulé
4. Moyenne et variance du trafic débordé
5. Addition des trafics de débordement
6. Méthode de Wilkinson
7. Autres méthodes
8. Conclusions

1. Concept du trafic du débordement

Cette section concerne la description théorique du trafic de débordement, c.à.d., le trafic qui déborde d'un groupe à accessibilité totale.

Il est possible dans quelques arrangements de commutation de laisser les appels essayer de trouver un circuit libre dans n'importe quel groupe de circuits. Si les appels sont triés dans un ordre défini, il est évident que le premier groupe devra être utilisé plus que les autres qui suivent dans la chaîne de recherche. Le second groupe devrait être trié seulement quand le groupe de premier choix est complètement occupé, et, bien sûr, le troisième groupe quand seulement les deux groupes précédents sont complètement occupés.



On peut comprendre la situation comme suit :

Groupe No. 1 devrait accepter les appels tant qu'un circuit est libre.

Groupe No. 2 devrait recevoir les appels quand le Groupe No. 1 est complètement occupé, par manque de circuits libre.

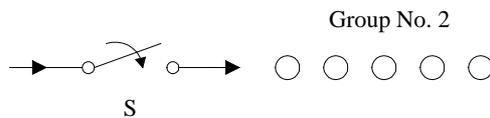
Groupe No. 3 devrait recevoir les appels quand les deux Groupes No. 1 et 2 sont complètement occupés, par manque de circuits libre.

Etcetera, jusqu'à ce que tous les choix possibles ont été essayés.

S'il n'y a pas de circuits libre dans aucun groupe cherché, l'appel est perdu. (Système avec perte)

Du point de vue théorique, on peut dire que le Groupe No. 1 est toujours trafic aléatoire. Le Groupe No. 2 est le trafic offert aléatoire seulement quand le Groupe No. 1 est occupé. Aux l'occasions sporadiques, où la fréquence et la durée dépend sur comment le Groupe No. 1 est fréquemment congestionné et combien elle va durer cette congestion. Le Groupe No. 3 est aussi ouvert pour le trafic aléatoire quand le Groupe No. 1 et le Groupe No. 2, les deux sont congestionnés.

Si on considère le Groupe No. 2, on peut le comprendre comme ayant un commutateur, S, qui est seulement opérationnel quand le Groupe No. 1 est congestionné.



Pour l'occupation dans le Groupe No. 2, les choses suivantes sont bien maintenues:

Commutateur S opérationnel:

- De nouveaux appels peuvent occupés des circuits libres;
- L'occupation existante peut terminer.

Commutateur S déconnecté (non opérationnel):

- Pas d'appels nouveau reçus;
- Les occupations existantes peuvent terminer.

On comprend que le groupe se conduit seulement comme un groupe à accessibilité totale recevant le trafic frais quand le commutateur est opérationnel. Ces intervalles sont réussis seulement par intervalle quand la terminaison arrive.

La distribution du trafic résultant devrait cependant avoir d'autres propriétés que le groupe à accessibilité totale. Le trafic dans un groupe débordant est cependant dit être dégénéré.

Le degré dégénératif est souvent décrit par le rapport entre la variance, V , et la moyenne, M . Pour un trafic d'entrée Poissonien (nombre de sources infinies), cela peut être décrit par:

$$\Theta = \frac{V}{M}$$

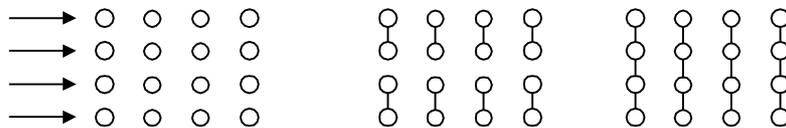
où:

$\Theta < 1$ pour le trafic écoulé dans le groupe à accessibilité totale (Distribution d'Erlang)

$\Theta = 1$ pour le trafic d'entrée, et pour le trafic écoulé s'il n'y a pas de congestion

$\Theta > 1$ pour le trafic de débordement

Le problème de calcul de la distribution de débordement est plutôt compliquée par le fait que les groupes débordants sont utilisés par plus qu'un groupe de premier choix.



Cela signifie que notre description d'un groupe débordant comme ayant un commutateur en réalité devrait avoir un commutateur pour chaque groupe primaire offrant le trafic au groupe débordant. Alors, si deux groupes de premier choix donnent le trafic débordant à un groupe de second choix, on devrait par conséquent avoir deux commutateurs donnant $2 \times 2 = 4$ différentes combinaisons de connexions et/ou commutateurs déconnectés. Chaque combinaison a ses propriétés spécifiques comme ce qui concerne les nouveaux appels et les terminaisons.

Le problème de fournir une description théorique du trafic de débordement a été attaqué dans quelques années par quelques théoriciens avec quelques succès. Alors plus loin, aucune méthode de calcul n'a été développée qui est au même temps exacte et simple. Les méthodes de calcul sont de types suivants:

- approches d'équations d'état;
- poids entre les limites connues;
- méthodes d'équivalence, c.à.d. détermination d'un groupe équivalent à accessibilité totale qui a quelques caractéristiques égales à celles existantes pour l'arrangement du groupage actuel;
- simulations.

Les méthodes d'équation d'état sont généralement impartiales pour les arrangements de groupage de la taille normale, parce que le nombre d'états possible devient très grand. Quelques méthodes de poids sont simples à utiliser en pratique, mais peuvent ne pas être toujours assez exactes.

Les méthodes d'équivalence ont été approuvées d'être plus exactes et la méthode de Wilkinson, spécialement, semble être la plus préférée aujourd'hui. La méthode de Wilkinson est basée sur la caractérisation du trafic du débordement avec sa moyenne et sa variance. La moyenne et la variance pour les groupes concernant le premier choix sont ajoutés et le trafic débordant résultant est caractérisé par un groupe équivalent à accessibilité totale qui donne un trafic débordant avec la même moyenne et variance comme des sommes calculées.

L'idée de décrire un groupe débordant comme ayant un commutateur, comme ci-dessus, a été aussi utilisée. La méthode est appelée Interrupted Poisson Process (Kuczura, 1973). Alors que la méthode de Wilkinson utilise deux paramètres pour la description du trafic débordant, la méthode de Kuczura utilise trois paramètres qui devraient augmenter l'exactitude. La méthode a été développée pour utiliser cinq paramètres par Wallström (1979). La méthode IPP-n'a pas été encore très utilisée pour des calculs pratiques.

Avant de faire une description supplémentaire du trafic de débordement, on devrait d'abord dériver les moments du trafic écoulé dans tout le groupe à accessibilité totale. Cela va aider à comprendre davantage les difficultés des moments du trafic de débordement.

2. Définitions

Les statistiques mathématiques utilisent fréquemment les moments pour décrire les propriétés et forme d'une distribution. Ces moments ont fréquemment une relation simple aux paramètres de la distribution théorique. Les moments sont aussi utiles pour la description des distributions de trafic.

Premier moment (Moyenne):

Le premier moment est défini comme:

$$\mu_1 = \sum_p p \cdot [p] \quad (\text{TOF 2.1})$$

Le premier moment donne la valeur moyenne de la distribution. Cette moyenne est fréquemment notée par $\Sigma(p)$ (l'espérance de p), M ou m . Pour une distribution de trafic μ_1 est le trafic écoulé si p est supposé sur tous les états d'occupation possibles.

Second moment central (Variance):

Le second moment central est défini comme:

$$\mu_2 = \sum_p (p - \mu_1)^2 \cdot [p] \quad (\text{TOF 2.2})$$

Ici, μ_2 est aussi appelée la variance de la distribution puisque elle décrit de combien dévie la distribution à partir de sa moyenne, ou en d'autres termes, la concentration autour de la moyenne. La variance est fréquemment dénotée par:

$$\varepsilon \{(x - \mu_1)^2\}, \text{ } V \text{ or } \sigma^2$$

En plus, la déviation standard d'une distribution est:

$$\sigma = \sqrt{\mu_2} \quad (\text{TOF 2.3})$$

Pour un trafic de distribution, la variance signifie également la concentration autour de la moyenne.

Le rapport μ_2 / μ_1 , c.à.d. V/M , est fréquemment utilisé pour décrire le caractère de la distribution de trafic. Comme déjà mentionné, pour les entrées de Poisson:

$$\Theta = \frac{V}{M} = 1$$

est fréquemment appelé "trafic de pure hasard".

Un trafic, pour lequel

$$\Theta = \frac{V}{M} < 1$$

est souvent appelé "trafic glissant (smooth traffic)", et finalement, si

$$\Theta = \frac{V}{M} > 1$$

le trafic est dit être inégal, ou dégénéré.

Dans ce qui suit, on devrait apprendre que $\theta < 1$ pour le trafic écoulé et que $\theta > 1$ appliqué pour le trafic de débordement. $\theta = 1$ appliqué seulement pour le trafic poissonnien (nombre infini de sources, pas de congestion). On devrait également apprendre que la valeur particulière de θ dépend du type de distribution, alors que les différentes valeurs sont obtenues pour la distributions de Bernouilli, Engset et Erlang.

Moments élevés

Les troisièmes et quatrièmes moments centraux, μ_3 et μ_4 , sont quelques fois utilisés pour définir l'asymétrie (skewness) et excède d'une distribution. Ces moments n'ont pas été plus utilisés dans la théorie du télétrafic. De ce fait, l'utilisation des moments élevés du trafic a principalement été utilisée dans l'application de la méthode d'interruption du processus de poisson.

Le désavantage des moments élevés dans l'estimation des paramètres d'une distribution statistique à partir des données observées est, bien sûr, que la précision décroît avec la décroissance de l'ordre du moment.

3. Moyenne et variance du trafic écoulé

Comme défini par (TOF 2.1) et (TOF 2.2), la moyenne et la variance d'une distribution de trafic sont:

$$M = \sum p \cdot [p] \quad (\text{TOF 3.1})$$

$$V = \sum_p (p - M)^2 \cdot [p] \quad (\text{TOF 3.2})$$

Les sommations sont faites pour toutes les valeurs possibles de p .

Pour le trafic écoulé par un groupe à accessibilité totale (groupe primaire), on devrait, par la suite, utiliser la notations m et v pour la moyenne et la variance.

Comme défini par (TGD 3.5), on sait que:

$$m = A' = \sum_{p=0}^n p \cdot [p] \quad (\text{TOF 3.1a})$$

où n est le nombre maximum d'occupations possibles. Pour le calcul de la variance, on peut écrire $(p-m)^2$ comme suit:

$$(p - m)^2 = p \cdot (p - 1) + p - 2mp + m^2$$

On peut donc calculer v à partir:

$$v = \sum_{p=2}^n p \cdot (p - 1) \cdot [p] + (1 - 2m) \cdot \sum_{p=1}^n p \cdot [p] + m^2 \cdot \sum_{p=0}^n p$$

Selon (TOF 3.1a), on a donc:

$$v = \sum_{p=2}^n p \cdot (p - 1) \cdot [p] + m - m^2 \quad (\text{TOF 3.2a})$$

Cette expression est utilisée pour la dérivée de v pour des distributions ordinaire d'un groupe à accessibilité totale. Considérons l'équation d'équilibre (TGD 1.11) et supposons une distribution de temps de prise exponentielle comme défini par (TGD 2.8), l'expression (TOF 3.2a) peut être transférée à:

$$v = \sum_{p=2}^n s^2 \cdot y(p-1) \cdot y(p-2) \cdot [p-2] + m - m^2 \quad (\text{TOF 3.2b})$$

qui quelquefois simplifie la dérivée de v .

Distribution de Bernouilli

A partir de (TFL 4.1B), il s'en suit que:

$$m = \sum_{p=0}^N p \cdot [p] = N \cdot a \quad (\text{TOF 3.3B})$$

$$(N \leq n)$$

Utilisons (TFL 2.1B), on obtient

$$v = \sum_{p=0}^n (p-m)^2 \cdot [p] = N \cdot a \cdot (1-a) \quad (\text{TOF 3.4B})$$

et par conséquent

$$\Theta = \frac{v}{m} = 1-a \quad (\text{TOF 3.5B})$$

qui est inférieur à un.

Distribution d'Engset

A partir de (TFL 4.1EB), on a:

$$m = \frac{N \cdot \alpha (1-B)}{1 + \alpha \cdot (1-B)} = \frac{N \cdot \alpha}{1 + \alpha} \cdot \left(1 - \frac{N-n}{N} \cdot E \right) \quad (\text{TOF 3.3EB})$$

pendant que la dérivée de v est un peu plus compliquée. Cependant, après quelques transformations, l'expression peut être écrite

$$v = \frac{(N-1) \cdot \alpha}{1 + \alpha} \cdot (m - nE) + \frac{n \cdot (n-1) \cdot \alpha \cdot E}{n + \alpha} + m - m^2$$

ou

$$v = m \cdot \frac{\alpha}{1 + \alpha} \cdot (N + \alpha + n \cdot B) - \frac{N \cdot \alpha}{1 + \alpha} \cdot n \cdot B - m^2 \quad (\text{TOF 3.4EB})$$

où E est le temps de congestion et B la congestion d'appel.

Le rapport $\Theta = \frac{v}{m}$ est inférieur à un.

Remarque:

La relation entre E et B comme défini par (TFL 3.1EB) peut être écrite

$$\frac{B}{E} = \frac{N-n}{N-m} \quad (\text{TOF 3.6EB})$$

où m est défini par (TOF 3.3EB).

Distribution d'Erlang

A partir de (TFL 4.1E), on a:

$$m = A \cdot (1 - E_n(A)) \quad (\text{TOF 3.3E})$$

et pour v , l'expression suivante est arrivée à

$$v = A \cdot (1 - E_n(A)) - A \cdot E_n(A) \cdot (n - A + A \cdot E_n(A)) \quad (\text{TOF 3.4E})$$

où

$$v = m - M \cdot (n - m)$$

où $M = AE_n(A)$ et $E_n(A)$ est la seconde formule d'Erlang.

Le rapport:

$$\Theta = \frac{v}{m} = 1 - \frac{M}{m} \cdot (n - m) \quad (\text{TOF 3.5E})$$

est inférieur à l'unité.

Distribution de Poisson

Si on laisse $n \rightarrow \infty$,

$$E_n(A) = 0$$

et on obtient:

$$m = A \quad (\text{TOF 3.3P})$$

$$v = A \quad (\text{TOF 3.4P})$$

$$\Theta = 1 \quad (\text{TOF 3.5P})$$

qui décrit les propriétés d'un trafic généré par un nombre infini de sources ($N = \infty$), qui n'est pas perturbé par la congestion, puisque $n = \infty$.

Distribution du Binomial Négatif

Pour cette distribution, définie par (TFL 2.1NB), on obtient

$$m = \frac{b\gamma}{1-b} \quad (\text{TOF 3.3NB})$$

$$v = \frac{b\gamma}{(1-b)^2} \quad (\text{TOF 3.4NB})$$

$$\Theta = \frac{v}{m} = \frac{1}{1-b} \quad (\text{TOF 3.5NB})$$

Distribution du Binomial Négatif Tronquée

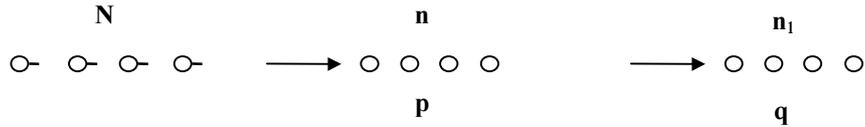
A partir de (TFL 2.1 TNB), on obtient

$$m = \frac{b \cdot \gamma \cdot (1 - E)}{1 - b} - \frac{b \cdot n \cdot E}{1 - b} \quad (\text{TOF 3.3TNB})$$

$$v = \frac{b \cdot (\gamma + 1) \cdot (m - n \cdot E)}{1 - b} - \frac{b \cdot m \cdot (n - 1) \cdot E}{1 - b} + m - m^2 \quad (\text{TOF 3.4TNB})$$

Ces deux distributions sont d'intérêt puisque $\theta > 1$, pour au moins (TOF 3.5NB). Cela donne une similarité avec les propriétés du trafic de débordement.

4. Moyenne et variance du trafic du débordement



Considérons un groupe à accessibilité totale pour une recherche séquentielle avec N sources et $n + n_1$ circuits, où:

$$n + n_1 > N$$

(Cela signifie que si $N = \infty$, aussi $n_1 = \infty$)

Le groupe divisé à accessibilité totale est utilisé pour décrire le caractère du trafic rejeté à partir de la première partie du groupe (n). Ce trafic rejeté, ou trafic de débordement, devrait être écoulé par la seconde partie (n_1).

Si on note l'état de groupe par (p, q) , on a les limites suivantes pour p et q

$$0 \leq p \leq n$$

$$0 \leq q \leq n_1$$

$$0 \leq p + q \leq n + n_1 \leq N$$

L'état des probabilités $[p \ q]$ peut être déterminé par les équations de l'état. Comme une règle, pas de simples expressions obtenues. La moyenne et la variance de trafic de débordement sont définies comme:

$$M = \sum_{p=0}^{n_1} \sum_{q=0}^{n_2} q [p \ q] \tag{TOF 4.1}$$

$$V = \sum_{p=0}^{n_1} \sum_{q=0}^{n_2} (q - M)^2 \cdot [p \ q] \tag{TOF 4.2}$$

Le cas le plus commun est le débordement à partir d'un groupe Erlang distribué. Alors, on a

$$M = A \cdot E_n(A) \tag{TOF 4.1E}$$

$$V = M \cdot \left(1 - m + \frac{A}{n + 1 - A + M} \right) \tag{TOF 4.2E}$$

$$\Theta = \frac{V}{M} = 1 - m + \frac{A}{n + 1 - A + M} \tag{TOF 4.3E}$$

Cette expression a été déduite par Riordan. Elle est utilisée dans la méthode de Wilkinson pour les calcul d'acheminement avec débordement.

Le rapport Θ est > 1 , qui est typique pour le trafic de débordement.

Le comportement fonctionnel de M , V et Θ peut être synthétisé comme suit:

$$\underline{n = 0, \ A > 0}$$

$$M = V = A$$

$$\Theta = 1$$

$$\underline{n > 0, \ A > 0, \ \Theta > 1}$$

A est croissante:

- M et V croient
- Θ croit au maximum et décroît après
- quand $A \rightarrow \infty$, $\Theta \rightarrow 1$

n est croissante:

- M et V décroît vers zéro
- croît jusqu'à un maximum et puis décroît
- quand $n \rightarrow \infty$, $\Theta \rightarrow 1$
- la valeur maximale de Θ croit avec la croissance de n ; le maximum arrive quand n est visuellement plus grande que A

L'existence du maximum de Θ a été utilisé par Wilkinson dans la dernière simplification de sa méthode. Cette dernière méthode est appelée "Maximum Peakedness Factor Method".

Pour un nombre limité de sources, c.à.d. débordement d'un groupe distribué Engset, une solution a été présentée par Schehrer (1972). La solution, cependant, ne donne pas comme expression simple comme pour le cas d'Erlang (TOF 4.1E-3E).

5. Addition des trafics de débordement

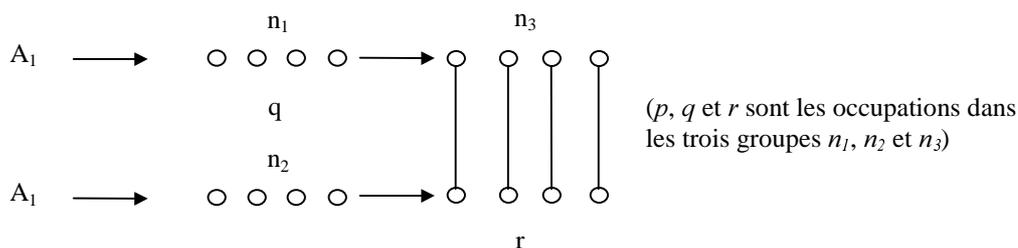


C'est un fait bien connu que si deux trafics de Poisson, A_1 et A_2 , sont offert au même groupe à accessibilité totale, le cas devrait être équivalent à ce que va arrive si le groupe est offre un trafic de taille $A_1 + A_2$.

Vue qu'aucune priorité n'est pas donnée à aucun trafic, les probabilités d'état, la congestion et le trafic écoulé dépendent tous des paramètres $A = A_1 + A_2$.

On peut également constater que le trafic de débordement à partir d'un tel groupe est, selon (TOF 4.1E) et (TOF 4.2E), exclusivement dépendant de A et non pas des parties individuelles, A_1 et A_2 . Cela maintien bien également pour le trafic écoulé par le groupe comme défini par (TOF 3.3E) et (TOF 3.4E).

Le problème suivant est: Que va t il arriver si deux trafics de débordement sont offert au même groupe secondaire?



Le cas est décrit dans la figure ci-dessus. Le trafic A_1 est servie par n_1 premiers circuits, A_2 par n_2 . Trafic débordant des deux groupes primaires et offert au groupe secondaire, n_3 .

L'état de ce système, qui est une liaison simple, est défini par (p, q, r) où p, q et r sont le nombre d'occupations dans chaque partie. D'une manière analogue à (TOF 4.1) et (TOF 4.2), la moyenne et la variance du trafic de débordement peut être exprimée comme

$$M_{12} = \sum_{p=0}^{n_1} \sum_{q=0}^{n_2} \sum_{r=0}^{n_3} r [p \ q \ r] \tag{TOF 5.1}$$

$$V = \sum_{p=0}^{n_1} \sum_{q=0}^{n_2} \sum_{r=0}^{n_3} (r - M_{12})^2 \cdot [p \ q \ r] \tag{TOF 5.2}$$

où on peut supposer $n_3 = \infty$ (pas de congestion).

On peut calculer la moyenne et la variance du trafic de débordement à partir de chaque groupe comme donné par (TOF 4.1), (TOF 4.1E) et (TOF 4.2E). Supposons que les valeurs du premier groupe sont M_1 et V_1 et pour le second groupe M_2 et V_2 .

La question donc est :

$$M_1 + M_2 = M_{12} \quad (?)$$

et

$$V_1 + V_2 = V_{12} \quad (?)$$

On peut supposer que n_3 est aussi grand que aucune appel ne devraient pas être rejetés. Cela signifie qu'il n'y a pas de compétition entre le trafic débordant à partir de n_1 et débordant à partir de n_2 . Le nombre d'occupations dans n_3 , r , doit cependant être une vraie mesure du nombre total des appels débordants. En plus, les deux groupes n_1 et n_2 agissent indépendamment des autres. Il est, cependant, très probable que

$$M_1 + M_2 = M_{12} \quad (\text{TOF 5.3})$$

devrait être vraie de plus en plus $n_3 = \infty$. Cet accord avec les théories des statistiques mathématiques relevant que les valeurs espérées (moyenne) de la somme des deux variables statistiquement indépendantes devraient égales à la somme des deux moyennes individuelles, c.à.d.

$$\varepsilon\{x_1 + x_2\} = \varepsilon\{x_1\} + \varepsilon\{x_2\}$$

Les théories des statistiques mathématiques confirment que la variance pour une somme de variables statistiques indépendantes est égale à la somme des variances individuelles. Par conséquent

$$V_1 + V_2 = V_{12} \quad (\text{TOF 5.4})$$

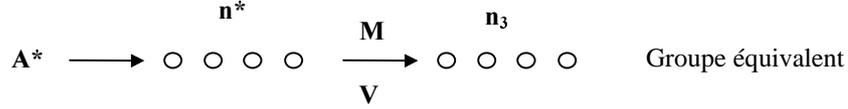
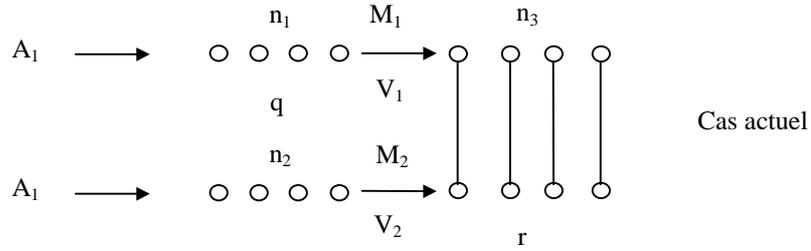
de plus que la congestion n'arrive ($n_3 = \infty$).

On peut par conséquent décrire le trafic de débordement total au même groupe secondaire par l'ajout des moyennes et des variances pour le trafic rejeté à partir de chaque groupe primaire. Cela donne deux paramètres de description pour le trafic offert de débordement au groupe secondaire.

6. Méthode de Wilkinson

Pour calculer le nombre nécessaire de circuits dans les schémas à acheminement avec débordement, presque toutes les administrations et fabricant utilisent aujourd'hui la méthode de Wilkinson, ou des applications développées supplémentaires basées sur cette méthode.

La méthode est une méthode d'équivalence, où le groupe équivalent à accessibilité totale est défini par la moyenne et la variance de ses trafics de débordement. Cette moyenne et variance devraient être égales à la somme des moyennes et variances des trafics débordants offerts au groupe secondaire.



Les valeurs M_1 , M_2 , V_1 et V_2 sont calculées à partir de (TOF 4.1E) et (TOF 4.2E).

Un groupe équivalent à accessibilité totale qui est cherché, devrait satisfaire la condition.

$$\left. \begin{aligned} M &= M_1 + M_2 \\ V &= V_1 + V_2 \end{aligned} \right\} \quad (\text{TOF 6.1})$$

Le groupe équivalent est donc défini par ses deux paramètres A^* et n^* , où

$$\left. \begin{aligned} A^* \cdot E_{n^*}(A^*) &= M \\ M \cdot \left(1 - M + \frac{A^*}{n^* + 1 - A^* + M} \right) &= V \end{aligned} \right\} \quad (\text{TOF 6.2})$$

Puisque les valeurs numériques de M et V sont données, (TOF 6.2) implique que A^* et n^* devraient être trouvés par trie et erreur. La solution de (TOF 6.2), cependant, donne quelques problèmes numériques qui sont surmontés par les algorithmes et les graphes appropriés pour les calculs. La précision est plutôt améliorée par l'utilisation des valeurs non entières de n^* . Puisque la formule d'Erlang, $E_n(A)$, est seulement définie pour des nombres entières des circuits n , cela implique qu'une convention appropriée devrait être introduite pour le calcul de la formule pour les valeurs non entières.

La congestion pour le cas présent est estimé comme

$$E = \frac{A^* \cdot E_{n^*+n_3}(A^*)}{A_1 + A_2} \quad (\text{TOF 6.3})$$

Cette formule donne une estimation de la congestion totale. Elle ne spécifie pas combien de trafics individuels, A_1 et A_2 , sont rejetés. Il existe beaucoup de méthodes, cependant, pour estimer la congestion de ces trafics. Il est cependant trouvé par la méthode heuristique que les pertes dans le groupe secondaire sont proportionnelles aux valeurs de $V:M$. Un trafic plus dégénéré devrait, par expérience, faire plus de congestion qu'un trafic non dégénéré, alors que le degré de dégénératif est exprimé par le rapport $V : M$.

Cependant, si on définit les pertes dans un groupe secondaire comme e_1 et e_2 , on peut écrire

$$e_1 = k \cdot \frac{V_1}{M_1} \quad e_2 = k \cdot \frac{V_2}{M_2} \quad (\text{TOF 6.4})$$

où k est une constante inconnue.

La perte totale dans le groupe n_3 est donc

$$M_1 \cdot e_1 + M_2 \cdot e_2 = A^* \cdot E_{n^*+n_3}(A^*) \quad (\text{TOF 6.5})$$

En Introduisant (TOF 6.4) dans (TOF 6.5), on trouve que

$$k = \frac{A^* \cdot E_{n^*+n_3}(A^*)}{V_1 + V_2}$$

et que les congestions individuelles sont

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \frac{M_1 \cdot e_1}{A_1} = \frac{V_1}{V_1 + V_2} \cdot \frac{A^* \cdot E_{n^*+n_3}(A^*)}{A_1} \\ E_2 &= \frac{M_2 \cdot e_2}{A_2} = \frac{V_2}{V_1 + V_2} \cdot \frac{A^* \cdot E_{n^*+n_3}(A^*)}{A_2} \end{aligned} \right\} \quad (\text{TOF 6.6})$$

L'expression (TOF 6.6) est approximative, mais donne plutôt des estimations exactes. L'expression a été introduite par Elldin & Lind (voir Ref. No. 2)¹.

7. Autres méthodes

Comme déjà mentionné, les méthodes de calcul pour le trafic de débordement peuvent être classées comme équations d'état, méthodes de poids et d'équivalence. Une quatrième possibilité est les simulations.

La méthode d'équation d'état implique la solution du système d'équation linéaire avec un grand nombre d'inconnus. Il est, cependant, non pratique pour n'importe quel arrangement de débordement comprenant plus que , disant, 10-15 circuits. L'utilisation de certaines relations connues pour le nombre total d'occupations, la supposition de symétrie et des approximations raisonnables peuvent étendre l'utilité de la méthode, mais il doit être rester considéré comme non appropriée pour les calculs pratiques. La méthode est cependant valable pour des études principales et comme vérification pour certaines approximation.

La meilleur méthode de poids connue est la méthode de O'Dell. A côté des difficultés d'arriver aux résultats exacts, il est aussi moins appropriée pour définir les propriétés particulières du trafic débordant.

Parmi les méthodes d'équivalence qui devraient être mentionnées la méthode de Berkerly (1934), où le trafic de débordement est défini par un paramètre seulement, qui est la moyenne, M , à partir duquel A^* est calculé. La procédure de calcul est en principe la même, comme pour la méthode de Wilkinson puisqu'elle permet des solutions successives du trafic réel avec les trafics fictifs. La méthode est basée sur le processus de Poisson interrompu, peut être aussi considérée comme méthode d'équivalence puisque les intervalles opérés/libération pour le commutateur fictif sont estimés à partir des moments du trafic de débordement.

Parmi les méthodes d'équivalence on devrait aussi mentionner la méthode de Wilkinson's "Maximum Peakedness Method". Cette méthode simplifie les calculs sue le groupe équivalent à accessibilité totale. Par cette méthode, les moyennes, M , sont calculées de la manière ordinaire mais les variances sont estimées comme

$$V = \Theta_{max} \cdot M \quad (\text{TOF 7.1})$$

où Θ_{max} est la valeur maximale du rapport $V:M$ pour un nombre donné de circuits dans le groupe primaire. Le calcul devrait, cependant, être toujours sur le côté coffre-fort. La méthode est bien sûr moins exacte que la méthode originale donnée par Wilkinson.

¹ La méthode de Wilkinson définie par (TOF 6.1) - (TOF 6.3) peut être repetée. Cela signifie que si les arrangement de la commutation contiennent aussi un groupe tertiaire group, un autre groupe équivalent peut être déterminé. Ce groupe peut donc présenter le débordement à partir d'un nombre des trafics fictifs, comme A^* après $n^* + n_3$ circuits.

Une approximation intéressante basée sur la méthode du point maximum “the Maximum Peakedness Method” est donnée par Fredericks (1980). Ici, si M , V et Θ sont donnés, une estimation approximative de la congestion dans un groupe secondaire peut être calculée à partir de la formule d’Erlang, $E_n(A)$, si n et A sont distribués par

$$\left. \begin{aligned} n &= \frac{n_l}{\Theta} \\ A &= \frac{M}{\Theta} \end{aligned} \right\} \quad (\text{TOF 7.2})$$

où n_l est le nombre actuel de circuits dans le groupe secondaire. Puisque

$$\frac{M}{\Theta} = V$$

la variance est introduite dans la formule d’Erlang comme une mesure de du trafic offert au groupe secondaire.

Puisque cette méthode est dite être aussi exacte que la méthode originale de Wilkinson, et puisque numériquement simple à manipuler, cette approximation peut être plus utilisée dans le futur.

Le développement supplémentaire et les applications de la méthode de Wilkinson ont été présentés par Bretschneider, Rapp, Wallström, Schehrer, Fried et autres. Des explications et des détails supplémentaires sur comment utiliser la méthode sont donnés dans les chapitres qui suivent.

8. Conclusions

Il suit que le trafic débordant à partir d’un groupe primaire a d’autres propriétés que le trafic qui lui est offert.

Il n’existe pas de méthodes simples pour le calcul exact de distribution et de congestion dans un groupe écoulant le trafic de débordement. La méthode de déterminer deux paramètres à partir de la moyenne et la variance ne doit pas donner une description complète du trafic du débordement puisqu’elle ne peut pas garantir l’accord des moments les plus élevés². Cette méthode donne, cependant, des valeurs assez exactes pour des buts pratiques qui ont été vérifiées par simulations. Le seul problème est le besoin en calcul numérique pour déterminer les quantités de circuits. Certains diagrammes, graphes et algorithmes de calcul existent, cependant, qui simplifient ce travail.

Le fait que la variance au rapport moyen, $V:M$, est plus grand que l’unité indique que plus de circuits devraient être nécessaires pour écouler le même trafic (moyenne) à la même congestion permise, si le trafic est dégénéré comme comparé avec le trafic frais ‘fresh trafic’. Il a été aussi indiqué que si le trafic avec différents degrés dégénératifs est mixé dans un groupe secondaire, le trafic avec une valeur supérieure de $V:M$ devrait également avoir une congestion élevée.

Le problème de calculer l’effet du trafic de débordement devrait être plutôt traité dans les chapitres suivants comme en ce qui concerne le câblage pour la recherche séquentielle (“linkage for sequential hunting”) et comme les calculs relatifs aux réseaux à acheminement avec débordement.

² Puisque chaque groupe primaire est défini par deux paramètres, A et n , dans le cas d’Erlang, une description complète du trafic de débordement aggregated nécessite $2 \times x$ moments, si x groupes primaires débordent à un groupe secondaire.