

**Théorie des groupes à accessibilité totale,
Système avec perte
(Exercices inclus)**

De TETRAPRO, édité par Mr. H. Leijon, IUT



**UNION INTERNATIONALE DES TELECOMMUNICATIONS
INTERNATIONAL TELECOMMUNICATION UNION
UNION INTERNACIONAL DE TELECOMUNICACIONES**



Théorie de Base du Télétrafic (T)

THEORIE DU GROUPE A ACCESSIBILITE TOTALE, SYSTEME AVEC PERTE (TFL)

Sommaire

1. Supposions possibles pour l'intensité d'appels
2. Distributions de trafic

Bernoulli	(B)
Engset	(EB)
Erlang	(E)
Poisson	(P)
Binomiale Négative	(NB)
Binomiale Négative tronquée	(TNB)
3. Congestion

(B, EB, E, P)

Formule Itérative
4. Trafic offert et écoulé

(B, EB, E, P)
5. Charge sur le v-ème équipement
6. Facteur d'amélioration

(B, EB, E, P)
7. Probabilité de x équipements spécifiés engagés

(B, EB, E, P)
8. Commentaires Généraux

$N \leq n$	$y(p) = (N - p) \cdot \beta$	BERNOULLI (B)	}	(TFL 1.3)
$N > n$	$y(p) = (N - p) \cdot \beta$	ENGSET (EB) aussi appelé Erlang-Bernoulli		
$\left. \begin{matrix} N > n \\ N = \infty \end{matrix} \right\}$	$y(p) = y$	ERLANG (E)		
$\left. \begin{matrix} N = \infty \\ n = \infty \end{matrix} \right\}$	$y(p) = y$	POISSON		
$n = \infty$	$y(p) = a(\gamma + p)$	BIN. NEG. (NB)		
$n = finie$	$y(p) = a(\gamma + p)$	BINOM. NEG. TRONQUEE (TNB)		

Pour la capacité du système d'accepter un appel $W(p)$ à l'état (p) , il devrait être supposé que

$$\left. \begin{array}{l} W(p) = 1 \text{ quand } p < n, \text{ et} \\ W(p) = 0 \text{ quand } p = n \end{array} \right\} \quad (\text{TFL 1.4})$$

signifie que tous les équipements sont occupés dans le groupe à accessibilité totale. La dernière supposition $W(n) = 0$ est appliquée seulement quand $N \geq n$.

Il devrait être supposé plutôt que les appels rejetés ne devraient faire de tentatives répétées avec une intensité d'appels élevée, i.e., l'intensité d'appels ne devrait pas être changée par l'existence de la congestion. L'insertion de (TFL 1.3) et (TFL 1.4) dans (TGD 2.8a) et (TGD 2.9) donne maintenant le distribution décrite dans la suite pour les groupes à accessibilité totale pour les systèmes avec perte..

2. Distributions de trafic

Dépendant du choix des suppositions (TFL 1.3), différentes distributions de trafic peuvent maintenant être dérivées:

DISTRIBUTION DE BERNOULLI ($N \leq n$)

Les suppositions (TGD 2.8) + (TFL 1.3B) + (TFL 1.4) insérées dans (TGD 2.8a) et (TGD 2.9) donnent

$$\left[\begin{array}{l} [p] = \binom{N}{p} \cdot a^p \cdot (1-a)^{N-p} \\ a = \frac{\beta \cdot s}{1 + \beta \cdot s} \end{array} \right] \quad (\text{TFL 2.1B}) \quad |$$

DISTRIBUTION D'ENGSET ($N > n$)

Les suppositions (TGD 2.8) + (TFL 1.3EB) + (TFL 1.4) insérées dans (TGD 2.8a) et (TGD 2.9) donnent

$$\left[\begin{array}{l} [p] = \frac{\binom{N}{p} \cdot \alpha^p}{\sum_{v=0}^n \binom{N}{v} \cdot \alpha^v} \\ 0 \leq p \leq n \\ \alpha = \beta \cdot s \end{array} \right] \quad (\text{TFL 2.1EB}) \quad |$$

DISTRIBUTION D'ERLANG ($N \gg n$)

Supposons (TGD 2.8) + (TFL 1.3E) + (TFL 1.4) insérée dans (TGD 2.8a) et (TGD 2.9) donne

$$\boxed{\begin{aligned} [p] &= \frac{\frac{A^p}{p!}}{\sum_{v=0}^n \frac{A^v}{v!}} \\ 0 \leq p \leq n \\ A &= y \cdot s \end{aligned}} \quad \text{(TFL 2.1E) } |$$

DISTRIBUTION DE POISSON ($N = \infty, n = \infty$)

Supposition (TGD 2.8) + (TFL 1.3P) + (TFL 1.4) insères dans (TGD 2.8a) + (TGD 2.9) donne

$$\boxed{\begin{aligned} [p] &= \frac{A^p}{p!} \cdot e^{-A} \\ 0 \leq p \leq \infty \\ A &= y \cdot s \end{aligned}} \quad \text{(TFL 2.1P) } |$$

DISTRIBUTION BINOMIALE NEGATIVE ($N = \infty, n = \infty$)

Suppositions (TGD 2.8) + (TFL 1.3NB) + (TFL 1.4) insérés dans (TGD 2.8a) + (TGD 2.9) donne

$$\boxed{\begin{aligned} [p] &= \binom{-\gamma}{p} \cdot (-b)^p \cdot (1-b)^\gamma \\ 0 \leq p \leq \infty \\ b &= a \cdot s \end{aligned}} \quad \text{(TFL 2.1NB) } |$$

DISTRIBUTION BINOMIALE NEGATIVE TRONQUEE ($N = \infty, n \text{ finie}$)

Suppositions (TGD 2.8) + (TFL 1.3TNB) + (TFL 1.4) insérées dans (TGD 2.8a) + (TGD 2.9) donne

$$\boxed{\begin{aligned} [p] &= \frac{\binom{-\gamma}{p} \cdot (-b)^p}{\sum_{v=0}^n \binom{-\gamma}{v} \cdot (-b)^v} \\ 0 \leq p \leq n \\ b &= a \cdot s \\ \binom{-\gamma}{v} &= (-1)^v \cdot \binom{\gamma + v - 1}{v} \end{aligned}} \quad \text{(TFL 2.1TNB) } |$$

Il devrait être noté que:

1. La distribution d'Engset (BE) est une distribution de Bernoulli tronquée (B)
2. La distribution d'Erlang (E) est une distribution de poisson tronquée (P)

de la même façon que les deux distributions binomiales négatives (TNB) et (NB).

Il devrait être également noté que:

1. (B) et (EB) supposent que l'intensité d'appel décroît avec un nombre croissant d'occupations.
2. (P) et (E) suppose une intensité d'appel constante indépendante du nombre d'occupations.
3. (NB) et (TNB) suppose que l'intensité d'appel croît avec un nombre croissant d'occupations.

Les distributions les plus fréquemment utilisées dans la théorie du trafic sont (B) (EB) et (E). Les trois autres (P), (NB) et (TNB) sont moins utilisées dans la théorie, mais ont été incluses ici pour illustrer comment les différentes suppositions (TFL 1.3) peuvent fournir différentes descriptions du processus du trafic stationnaire. (NB) et (TNB) sont quelquefois utilisées pour décrire les propriétés du trafic de débordement. Cependant, puisque (NB) et (TNB) sont moins communément utilisées, elles devraient être omises dans le texte suivant. Pour la dérivation des expressions de la congestion, trafic écoulé, etc., le lecteur est référé à une littérature supplémentaire dans le sujet.

3. Congestion

Le temps, E, est généralement dérivée à partir des distributions de trafic $[p]$, pour $p = n$. Cf la définition dans (TGD 3.1) et (TGD 3.3).

La congestion d'appel, B, est dérivée à partir des distributions de trafic comme défini dans (TGD 3.2) et (TGD 3.4).

BERNOULLI

$E = 0 \quad (N < m)$	(TFL 3.1B)
$B = 0 \quad (N \leq m)$	

(Puisque $N \leq n$, aucun appel ne peut être rejeté)

ENGSET

$E = [n] = \frac{\binom{N}{n} \cdot \alpha^n}{\sum_{v=0}^n \binom{N}{v} \cdot \alpha^v}$	(TFL 3.1EB)
$B = \frac{[n] \cdot (N - n)}{\sum_{p=0}^n [p] \cdot (N - p)} = \frac{\binom{N-1}{n} \cdot \alpha^n}{\sum_{v=0}^n \binom{N-1}{v} \cdot \alpha^v}$	

Noter que $B < E$

ERLANG

$$E = \frac{\frac{A^n}{n!}}{\sum_{v=0}^n \frac{A^v}{v!}} = E_n(A) \quad (\text{TFL 3.1E})$$

Première formule d'Erlang
 $B = E = E_n(A)$

($B = E$ puisque l'intensité dépend du nombre d'occupations)

POISSON

$$E = B = 0 \quad (\text{TFL 3.1P})$$

(Puisque $n = \infty$)

Formule itérative

Pour le calcul numérique des probabilités d'état $[p]$, le temps de congestion E et la congestion d'appel B , comme d'autres caractéristiques des distributions de trafic, il est fréquemment convenable d'utiliser la formule itérative.

Il suit déjà à partir de (TGD 1.1) que $[p]$ peut être calculé à partir de $[p-1]$, viz

$$[p] = \frac{\lambda_{p-1}}{\mu_p} \cdot [p-1]$$

si λ_{p-1} et μ_p donnent de correctes valeurs. S'il n'est pas possible ou pratique de calculer $[0]$, la formule suivante de récurrence peut être utilisée

$$t_p = \frac{\lambda_{p-1}}{\mu_p} \cdot t_{p-1} \quad (\text{TFL 3.2})$$

pour $0 < p \leq m$

La récurrence commence par $t_0 = 1$ et continue jusqu'à la valeur élevée possible de p .

Les probabilités d'état sont donc obtenues comme

$$[p] = \frac{t_p}{\sum_k t_k} \quad (\text{TFL 3.3})$$

qui devrait satisfaire la condition

$$[p] = 1$$

Comme un exemple simple, la formule de récurrence pour la distribution d'Erlang devient

$$\lambda_{p-1} = A$$

$$\mu_p = p$$

$$t_p = \frac{A}{p} \cdot t_{p-1}$$

$$t_0 = 1$$

$$t_1 = \frac{A}{1} \cdot 1 = A$$

$$t_2 = \frac{A}{2} \cdot t_1 = \frac{A}{2} \cdot \frac{A}{1}$$

$$t_3 = \frac{A}{3} \cdot t_2 = \frac{A}{3} \cdot \frac{A}{2} \cdot \frac{A}{1}$$

etc.

De la même façon, la formule itérative peut être obtenue à partir du calcul de congestion. Deux exemples devraient être donnés ici:

La Congestion d'appel pour la distribution d'Engset

$$\frac{1}{B_v} = 1 + \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{v}{N-v} \cdot \frac{1}{B_{v-1}} \quad (\text{TFL 3.4})$$

où $B_0 = 1$ et la récurrence est finie pour $v = m$.

La Formule d'Erlang peut facilement être calculée à partir de l'expression de récurrence

$$\frac{1}{E_v(A)} = 1 + \frac{v}{A} \cdot \frac{1}{E_{v-1}(A)} \quad (\text{TFL 3.5})$$

où

$$E_0(A) = 1$$

La formule de récurrence peut être obtenue pour d'autres expressions.

4. Trafic écoulé et offert

Le trafic écoulé est défini par (TGD 3.5) et le trafic offert au groupe par (TGD 3.7)

BERNOULLI

Trafic écoulé $A^l = \sum_{p=0}^n p [p] = Na$ Trafic offert $A = \sum_{p=0}^n s \cdot (N-p) \beta \cdot [p] = Na$	(TFL 4.1B)
---	---------------------

Différence $\Delta A = A - A^l = 0$ puisque $B = 0$

ENGSET

$A^l = \frac{N \cdot \alpha}{1 + \alpha} \left(1 - \frac{N-n}{N} \cdot [n] \right) = \frac{N \cdot \alpha (1-B)}{1 + \alpha (1-B)}$ $A = \frac{N \cdot \alpha}{1 + \alpha (1-B)}$	(TFL 4.1EB)
--	----------------------

$$\Delta A = A - A^l = \frac{N \cdot \alpha \cdot B}{1 + \alpha \cdot (1-B)}$$

ERLANG

$$\begin{array}{l} A^I = A(1 - E_n(A)) \\ A = N \cdot \alpha \\ N = \infty \\ \alpha = a = 0 \end{array} \quad \text{(TFL 4.1E) |}$$

$$\Delta A = A - A^I = A \cdot E_n(A)$$

POISSON

$$\begin{array}{l} A^I = A \\ A = N \cdot \alpha \\ N = \infty \\ \alpha = a = 0 \end{array} \quad \text{(TFL 4.1P) |}$$

$$\Delta A = 0 \text{ (puisque } E = B = 0)$$

Noter que $A^I = A$ quand $B = 0$, i.e. quand il n'y a pas d'appels rejetés du groupe à accessibilité totale.

5. Charge sur le v-ème équipement

Pour la recherche aléatoire, chaque équipement est espéré avoir la même charge; cependant

$$a_v = \frac{A^I}{n} \quad \text{pour } v = 1, 2, \dots, n \quad \text{(TFL 5.1)}$$

Pour la recherche séquentielle, les expressions deviennent plus compliquées. Seulement les expressions pour les distributions d'Erlang et de Poisson semblent être simple

$$a_v = A \cdot (E_{v-1}(A) - E_v(A)) \quad \text{(TFL 5.2E)}$$

L'expression (TFL 5.2E) est bonne aussi pour les distributions de Poisson.

6. Facteur d'amélioration

Le facteur d'amélioration qui décrit combien plus de trafic peut être écoulé quand un groupe croît de n à $n + \Delta n$ équipements, il est défini par (TGD 3.10). Les expressions devraient être données ci-dessous pour une croissance de n à $n + 1$ équipements dans le groupe.

BERNOULLI

$$F(n) = A^I(n+1) - A^I(n) = Na - Na = 0 \quad \text{(TFL 6.1B)}$$

(Puisque $N \leq n$, déjà n équipements sont suffisants pour écouler tout le trafic offert au groupe).

ENGSET

$$F(n, N) = \frac{N \cdot \alpha(1 - B')}{1 + \alpha(1 - B')} - \frac{N \cdot \alpha(1 - B)}{1 + \alpha(1 - B)}$$

où

$$B' = B(N, n+1) = \frac{\binom{N-1}{n+1} \cdot \alpha^{n+1}}{\sum_{v=0}^{n+1} \binom{N-1}{v} \cdot \alpha^v} \quad (\text{TFL 6.1EB})$$

et

$$B = B(N, n) = \frac{\binom{N-1}{n} \cdot \alpha^n}{\sum_{v=0}^n \binom{N-1}{v} \cdot \alpha^v}$$

ERLANG

$$F(n) = A \cdot (E_n(A) - E_{n+}(A)) \quad (\text{TFL 6.1E})$$

POISSON et BINOMIALE NEGATIVE

Pas de signification puisque $n = \infty$

7. Probabilité de X équipements spécifiés engagés

Cette expression, $H(x)$, comme donné dans (TGD 3.11), devrait seulement être donné pour la recherche aléatoire.

BERNOULLI

$$H(x) = \frac{\binom{N}{x}}{\binom{n}{x}} \cdot a^x \quad (\text{TFL 7.1B})$$

ENGSET

$$\left. \begin{aligned}
 H(x) &= \frac{E(n, N, \alpha)}{E(n-x, N-x, \alpha)} \\
 \text{où} \\
 E(n, N, \alpha) &= \frac{\binom{N}{n} \cdot \alpha^n}{\sum_{v=0}^n \binom{N}{v} \cdot \alpha^v} \\
 E(n-x, N-x, \alpha) &= \frac{\binom{N-x}{n-x} \cdot \alpha^{n-x}}{\sum_{v=0}^{n-x} \binom{N-x}{v} \cdot \alpha^v}
 \end{aligned} \right\} \quad (TFL \quad 7.1EB)$$

ERLANG

$$H(x) = \frac{E_n(A)}{E_{n-x}(A)} \quad (TFL \quad 7.1E)$$

(Formule de Palm-Jacohaeus)

où $E_n(A)$ est la première formule d'Erlang.

POISSON

Pas de signification puisque $n = \infty$

Noter que les deux expressions $H(x)$ pour EB et E ont l'apparition de forme des probabilités conditionnelles. La même chose pour la distribution Binomiale négative tronquée.

8. Commentaires généraux

Les sections précédentes présenté brièvement la formule de distribution pour les distributions de trafic, congestion, trafic écoulé et offert et autres caractéristiques typiques pour les différentes distributions de trafic traitées ici. Quelques formules ont été simples et d'autres moins simples. Il est toujours un avantage si une caractéristique de trafic peut être exprimée dans une formule simple. Il devient facile à comprendre ses significations et aussi faire des déductions algébriques supplémentaires surtout avec les calculs numériques.

L'importance de la formule simple, cependant, la valeur changée avec le temps puisque la plus part des calculs dans les pays avancés sont aujourd'hui faits par des ordinateurs électroniques. Cela signifie que la formule qui est simple pour l'homme peut ne pas l'être toujours pour le programme. Cependant, quelques formules contenant des signes de sommation ou de produit peuvent parfois être préférables pour la programmation.

Toutes les distributions données ci-dessus supposent que l'intensité d'appel ne change pas par les appels rejetés. Cette supposition donne les expressions mathématiques simples. Il est, cependant, tout à fait possible d'introduire une supposition que les sources de trafic, qui ont des appels rejetés, font des tentatives renouvelées avec une intensité d'appel élevée. Une telle supposition devrait augmenter le réalisme de la description du processus de trafic, mais devrait également augmenter les complications mathématiques.

Cependant, une telle supposition devrait être introduite, elle doit être gardée dans l'esprit que la congestion, spécialement dans le groupe considéré, est seulement une raison mineure des tentatives répétées. Autres raisons sont généralement d'une grande influence sur la quantité de tentative d'appels répétées.

Théorie de base du Télétrafic (T)

EXERCICES A

Groupe à accessibilité totale, système avec perte d'appel. Exercices de base.

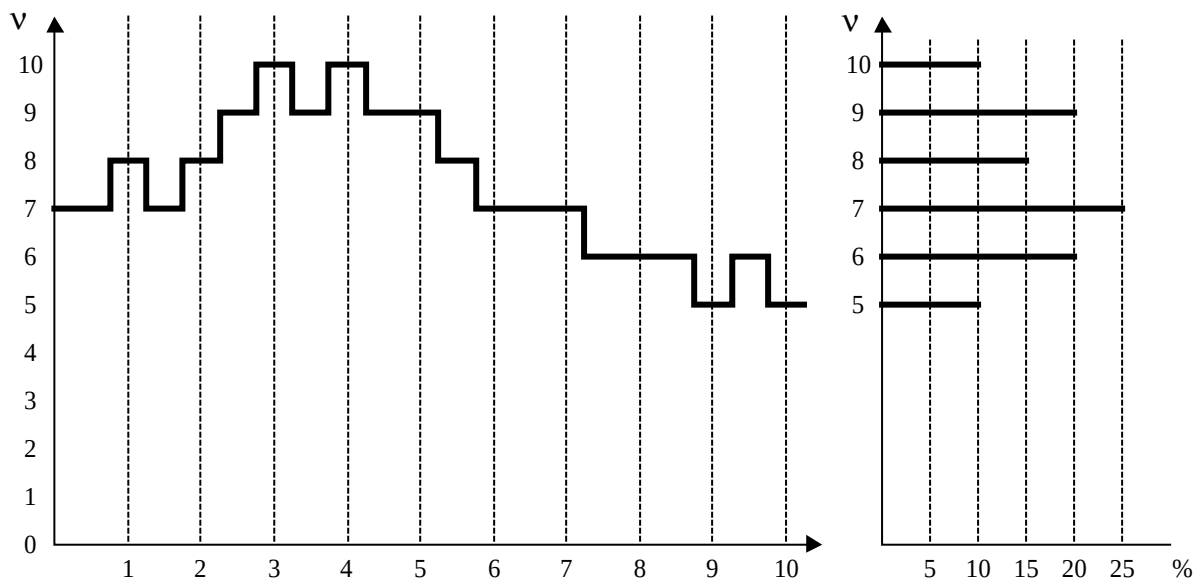
TXA 1 Quel est le trafic offert exprimé en erlangs, si le taux d'appel et le temps moyen de maintien sont, respectivement:

- a) 1,000 appels/heure 90 sec.
- b) 1,200 appels/heure 2 min.
- c) 4 appels/sec. 1.6 min.
- d) 3 appels/min. 0.04 heure

TXA 2 Quel est le nombre d'appels espéré par heure si le trafic offert est 35 erlangs et le temps de maintien moyen est 140 secondes?

TXA 3 Quel est le temps moyen de maintien en secondes si le trafic offert = 33 erlangs et le taux d'appels = 1,100 appels/heure?

TXA 4 Dans un groupe constitué de 10 circuits, le nombre de circuits occupés a été lu d'une manière continue durant une période de temps. Le développement en temps est montré dans la figure ci-dessous. Il est aussi donné, dans le diagramme, la proportion de la période totale quand exactement 0, 1, ... , 10 circuits sont engagés.



a) Calculer le trafic écoulé par le groupe durant la période et calculer le temps de congestion.

b) Supposons que le groupe a été cherché à travers les points de temps donnés sur le diagramme. Quelle estimation pour le trafic écoulé et le temps de congestion devraient être obtenus?

TXA 5 Supposons qu'un groupe onside de 10 circuits. Utilisant la table d' Erlang, donner la congestion avec 4 chiffres après la virgule pour les valeurs suivantes de A = trafic offert:

$A = 1, 3, 5, 10, 15, 25, 50, 100, 200, 300$ erlangs.

TXA 6 Supposons qu'un groupe offre un trafic de 10 erlangs. Utilisant la table d'Erlang, donner la congestion avec 4 chiffres après la virgule pour les nombres suivants, n , de circuits:

$n = 1, 2, 3, 5, 7, 10, 13, 20, 23, 30$.

- TXA 7 Quel est le trafic le plus élevé en erlangs qui peut être offert à un groupe de 20 circuits si la congestion permise est au plus 0.005?
- TXA 8 Combien de circuits devraient être dans un groupe offrant un trafic de 48 erlangs si la congestion permise est au plus 0.002?
- TXA 9 Un groupe de 18 circuits offre un trafic avec le taux d'appel de 480 appels/heure et le temps moyen de maintien est de 105 secondes.
- Quel est le trafic offert, le temps de congestion, la congestion d'appel, le trafic écoulé, la moyenne du trafic écoulé par circuit et le nombre espéré des appels rejetés par heure?
- TXA 10 Comment croit un trafic qui est écoulé par différents circuits dans un groupe de 5 circuits sous des conditions de recherche séquentielle et aléatoire, si le groupe offre le trafic de 2 erlangs?
- TXA 11 Montrer que la moyenne du trafic écoulé par circuit dans un groupe avec la recherche séquentielle est égal au trafic écoulé par circuit dans un groupe avec recherche aléatoire, si les groupes sont également larges et offrent le même trafic.
- TXA 12 Déterminer le trafic qui peut être offert à un groupe de 10 et 100 circuits si la valeur de congestion devrait être 0.005.
- Supposons que ces trafics augmentent de 10 % et 20 %, respectivement. Calculer les valeurs de congestion résultante.
- Aussi, donner le trafic écoulé et la moyenne du trafic écoulé par circuit pour tous les cas.
- TXA 13 Considérons un système d'Erlang avec perte avec n circuits, l'intensité d'appels λ , et le temps de conversation exponentiellement distribuée par la moyenne τ .
- Soit j un entier $0 \leq j \leq n$.
- a) Dériver la fonction de distribution de l'intervalle de temps à partir d'un epoch quand l'état (j) commence jusqu'à ce que cet état fini.
- b) Quelle est la moyenne de cet intervalle de temps?
- c) Calculer la probabilité qu'un état fini par une transition à $(j-1)$ et $(j+1)$ respectivement.
- TXA 14 Un pulsionmètre d'abonné donne une impulsion au début d'appel et puis une impulsion supplémentaire toutes les trois minutes durant la conversation. Supposons que le temps de conversation est une variable exponentiellement distribuée avec une moyenne de trois minutes. Calculer la proportion d'appels qu'il devait avoir:
- a) exactement 2 impulsions
 - b) moins que 2 impulsions
 - c) plus que 2 impulsions
 - d) au moins 2 impulsions
 - e) au plus 2 impulsions

TXA 15 Avec la même principe de taxation que l'Exercice TXA 14, supposons que les intervalles d'impulsion sont égaux à m et le temps moyen de conversation est égal à τ . Démontrer que le nombre moyen d'impulsion par appel est:

$$\frac{\frac{m}{e^{\tau}}}{\frac{m}{e^{\tau}} - 1}$$

TXA 16 Sue un faisceau de circuits entre les centres A et B, la durée moyenne des conversations de A → B est 4 minutes et de ceux de B → A est 3 minutes. Supposons une distribution exponentielle pour les deux cas. La quantité d'appels de A → B représente 55 % des appels. Calculer la probabilité qu'un appel arbitraire devrait avoir un temps de conversation > 6 minutes.

TXA 17 Au temps 0, il y a 5 conversations en progression sur un groupe de circuits. Supposons que les temps de conversation sont distribués exponentiellement avec une moyenne de 3 minutes. Calculer la probabilité pour qu'après 1 minute exactement, 2 de ces communications restent en progrès.

TXA 18 Considérons un système d'Erlang avec perte avec 10 circuits et un trafic offert A . Les circuits sont recherchés en ordre. Comment agrandi la proportion de temps

- a) est le circuit No. 9 occupé?
- b) exactement 9 circuits sont occupés simultanément?
- c) les 9 premiers circuits sont occupés simultanément?
- d) les 9 premiers circuits sont occupés simultanément et le circuit No. 10 est libre?

TXA 19 Un groupe à accessibilité totale est constitué de 6 circuits et lui offert un trafic de 6 sources. Le trafic offert par source est supposé égal à 0.5 erlangs.

Quel est le trafic offert, la congestion d'appels et la congestion de temps?

TXA 20 Un groupe à accessibilité totale est constitué de 6 circuits et lui est offert un trafic à partir d'un grand nombre de sources. Le trafic offert total est supposé égal à 3 erlangs. Quelle est la congestion d'appels et la congestion de temps?

TXA 21 Faire une comparaison entre les Exercices TXA 19 and TXA 20.

TXA 22	Circuit 1	○	●	○	●	○
	Circuit 2	○	○	○	○	○
	Circuit 3	○	○	●	●	●
	Circuit 4	○	○	○	○	●
	{		123		123	
	0		1		2	
	circuit engagé		circuit engagé		circuits engagés	

Dans la figure ci-dessus, quelques états différents d'occupation sont montré pour un groupe constitué de 4 circuits:

- a) Dessiner systématiquement tous les différents états d'occupation pour ce groupe de circuits.
- b) Combien d'état différent d'occupation avec exactement 0, 1, 2, 3, 4 circuits engagés sont obtenus?
- c) Quel est le nombre total d'états différents d'occupation?
- d) Dans combien de ces cas les circuits No. 1 et No. 3 sont engagés?

TXA 23 Supposons un groupe constitué de n circuits dénombrés 1, 2, 3, ..., n .

- a) Combien y a-t-il d'états différents si on ne s'intéresse qu'au nombre de circuits engagés?
- b) Combien y a-t-il d'états différents si on s'intéresse à savoir lesquels des circuits sont engagés?
- c) Combien y a-t-il d'états différents du type considéré en b) avec exactement 0, 1, 2, ..., n circuits engagés?
- d) Combien y a-t-il d'états différents du type considéré en b) avec x spécifiques circuits engagés et, simultanément, exactement p circuits engagés?
- e) Dénotons par $[p]$ la probabilité qu'exactly p de circuits sont engagés. Utiliser le résultat de c) et d) pour montrer comment $H(x)$ devrait être calculé quand

$$H(x) = P \{x \text{ circuits spécifiques engagés}\}$$

- TXA 24 Même supposition comme dans l'exercice TXA 19. Calculer $H(3)$, la probabilité pour que trois circuits spécifiques soient engagés (p.e. circuits Nos. 1, 2, 3 ou circuits Nos. 2, 4, 6).
- TXA 25 Même supposition comme dans l'exercice TXA 20. Calculer $H(3)$, la probabilité pour que trois circuits spécifiques soient engagés.