

Théories de base des prévisions

Brève introduction

Mr. Herbert Leijon, ITU



**UNION INTERNATIONALE DES TELECOMMUNICATIONS
INTERNATIONAL TELECOMMUNICATION UNION
UNION INTERNACIONAL DE TELECOMUNICACIONES**



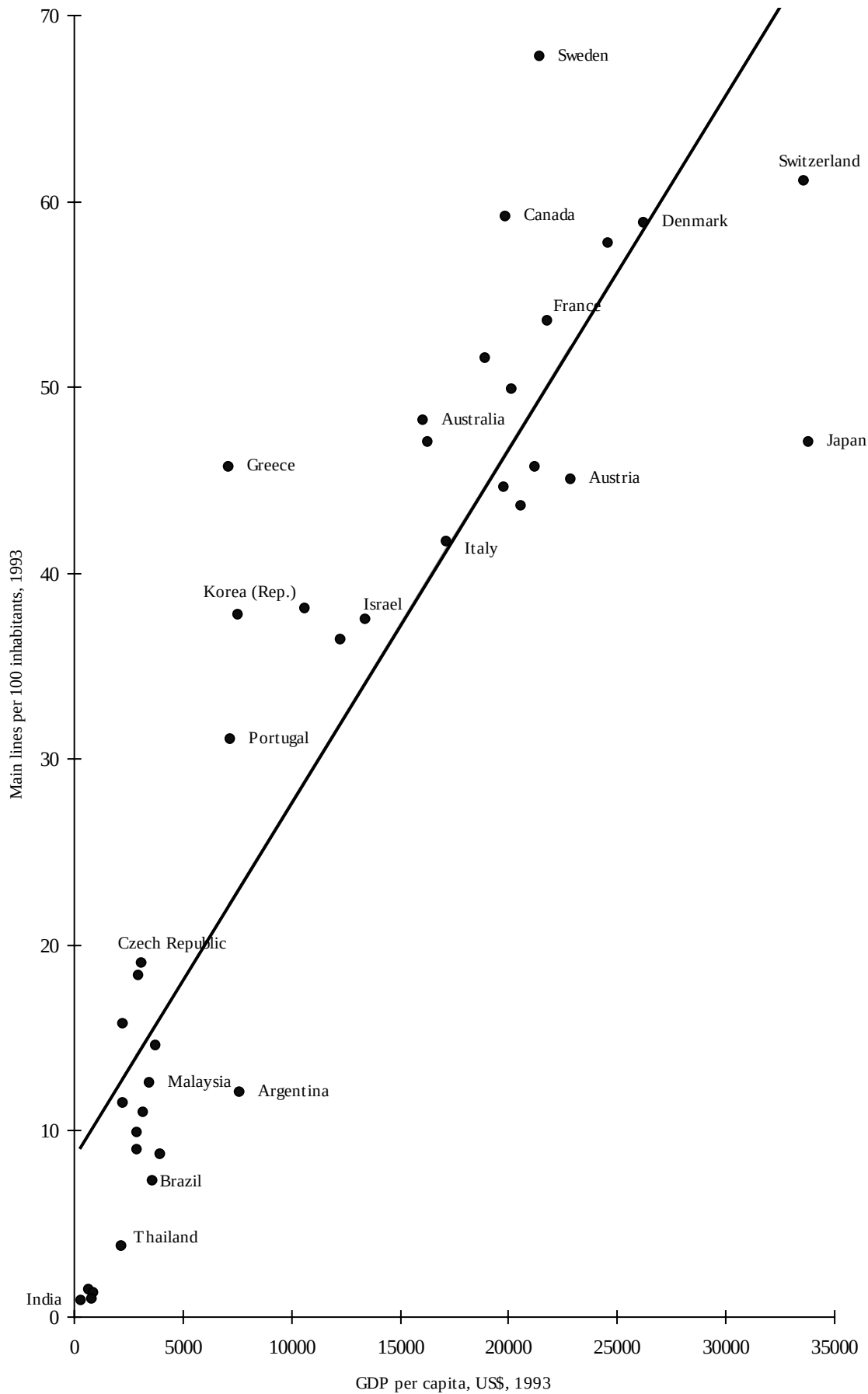
Théories de base des prévisions

Brève introduction

Contenus

Densité téléphonique et PIB par habitant	2
Sujets de prévisions	3
Stations téléphoniques et lignes principales	4
Types des prévisions	5
Données nécessaires pour la planification	6
Paramètres de trafic	7
Relation entre la prévision et le plan	8
Périodes de planification	8
Comment commencer ?	9
Densité téléphonique et PIB par habitant (exemple)	10
Analyse des demandes statistiques	11
Développement des télécommunications dans le temps	13
Analyse des tendances simples	13
1. Etude linéaire $y = a + b \cdot t$	13
2. Tendance exponentielle $y = a \cdot e^{b \cdot t}$	14
3. Tendance de Gompertz $= e^{a-b \cdot r^t}$	15
Analyse des séries chronologiques	16
Méthodes de base	16
Etudes statistiques	16
Prévision des futures niveaux	18
Vérification des prévisions	18
Jugement individuel	22
Modèle de prévision pour la planification des réseaux	25
Matrice d'intérêt du trafic	26
Modèles du trafic total	27
Modèles pour le trafic point-à-point : Croissance Pondérée	28
Méthodes de distribution de trafic: Méthode de Kruithof à double facteur	31

Densité téléphonique et PIB par habitant



Sujets de prévisions

ACCOMMODATIONS

SITES

BATIMENTS

LIGNES

LIGNES INDIVIDUELLE D'ABONNE
(PREVISION D'EQUIPEMENT DE LIGNE)

RESEAU DE JONCTION

RESEAU INTERURBAIN

EQUIPMENT

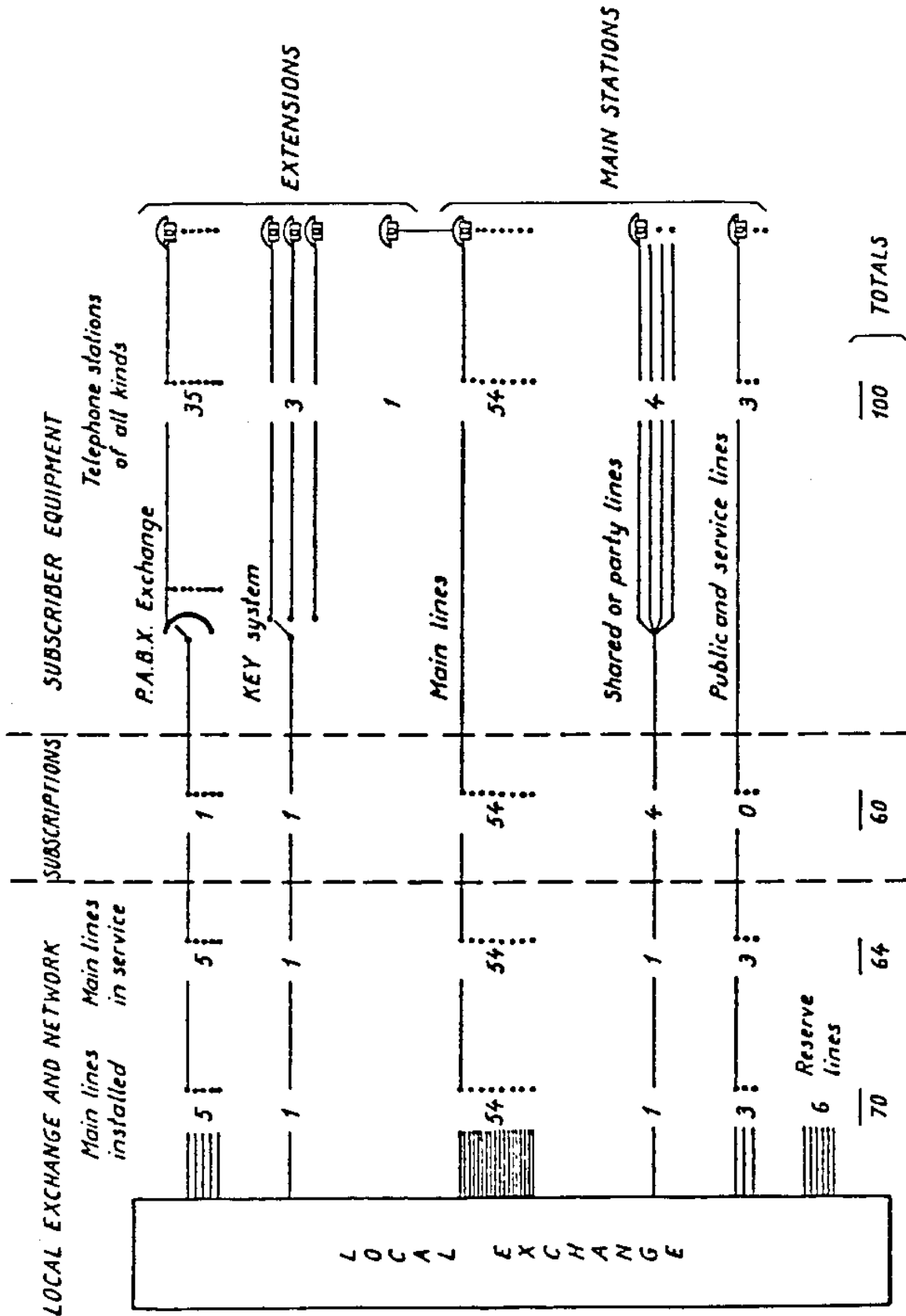
EQUIPEMENT TERMINAL D'ABONNE

EQUIPEMENT DE COMMUTATION AUTOMATIQUE

EQUIPEMENT DE STANDARD

Stations téléphoniques et lignes principales

Relation entre les stations téléphoniques de tous types, la station téléphonique principale et la ligne principale.



Types des prévisions

Deux types de prévisions - globale et détaillée - sont nécessaires pour les buts des centres et de la planification des réseaux.

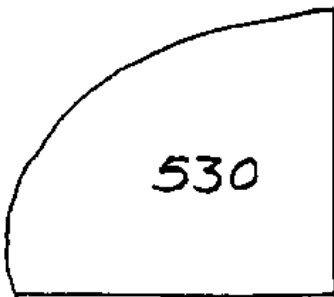
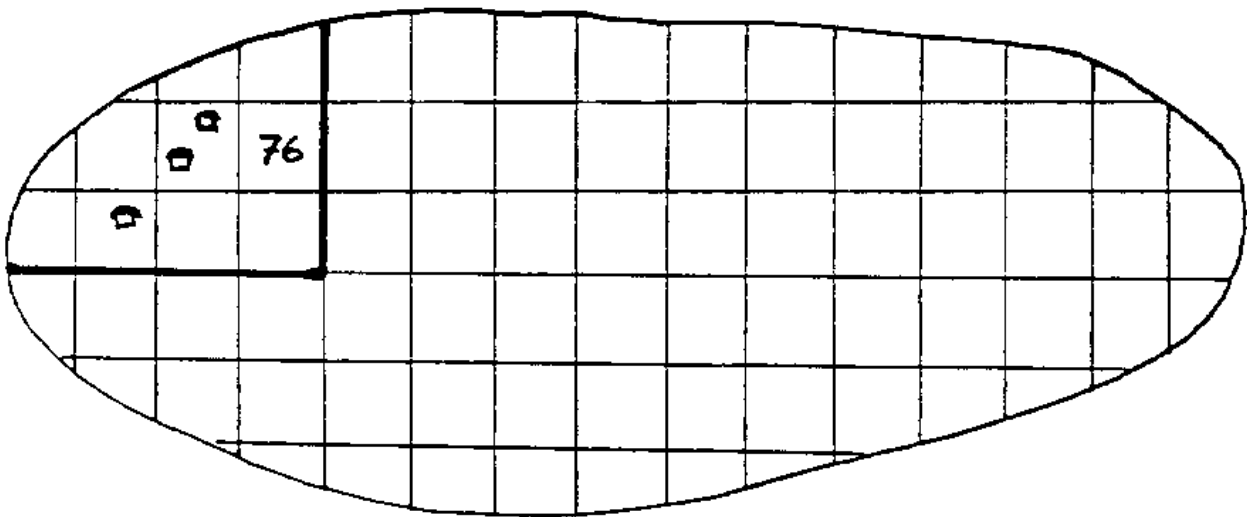
La prévision globale est nécessaire pour prévoir le futur trafic qui est la base de dimensionnement du réseau de jonction. Les prévisions globales sont purement une description numérique du développement des abonnés à l'intérieur du pays, de la ville, de la zone du central sans s'occuper sur la localisation exacte de chaque abonné.

La prévision détaillée, d'autre part, a une localisation exacte comme objectif principal.

La prévision détaillée est utilisée pour la planification des centres locaux et leurs localisations.

Comme les prévisions du trafic sont basées sur les prévisions du développement téléphonique, il est important de savoir exactement les types de mesures qui ont été utilisés pour les prévisions du développement téléphonique.

Les prévisions du trafic doivent être basées sur le nombre de lignes principales, et si c'est possible les diviser en plusieurs catégories avec la charge de trafic de chacune.



ABONNE PROF.	220
ABONNE RES.	310
Σ	530

Données nécessaires pour la planification

Le prévisioniste doit être préparé à présenter les données sous plusieurs formes différentes, qui dépendent de différents besoins de planification, comme par exemple:

Distribution des abonnés dans la zone de télécommunications:

- a. l'emplacement exact pour les abonnés individuels
- b. le nombre d'abonnés dans chaque carré de la carte quadrillée
- c. le nombre d'abonnés par zone de trafic dans la zone des télécommunications
- d. le nombre d'abonnés par classe d'abonnés dans chaque zone de trafic

Trafic:

- e. trafic départ et arrivée par abonné
- f. trafic départ et arrivée par abonné dans chaque zone de trafic
- g. trafic départ et arrivée par abonné pour chaque classe d'abonnés
- h. flux de trafic entre chaque deux zones

On peut définir:

- A la quantité du trafic total liée à un groupe d'abonnés
- N le nombre d'abonnés dans le groupe
- α le taux d'appels par abonnés
- Y l'intensité d'appel dans le groupe
- S le temps de maintien d'appel

Alors, bien sûr, $A = Y \cdot S$

mais aussi: $A = N \cdot \alpha$

Paramètres de trafic

$$A = Y \cdot S$$

A = Trafic

Y = Intensité d'appel

S = Temps de maintien d'appel

$$A_c^{(t_0)}, Y_c^{(t_0)}, S_c^{(t_0)} \leftarrow \text{peut \acute{e} tr\acute{e}mesur\acute{e}}$$

$$A_o^{(t_1)}, Y_o^{(t_1)}, S_o^{(t_1)} \leftarrow \text{n\acute{e}cessaire pour le dimensionnement}$$

$$A_d^{(t_2)}, Y_d^{(t_2)}, S_d^{(t_2)} \leftarrow \text{n\acute{e}cessaire pour la planification}$$

c = \acute{e}coul\acute{e}

o = offert

d = demand\acute{e}

t_0 = situation actuelle

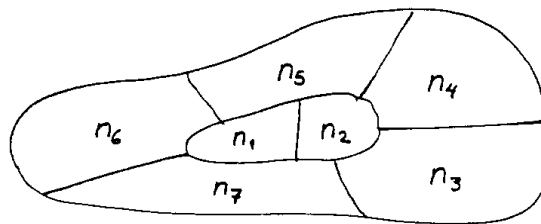
t_1 = valeur future (court terme)

t_2 = valeur future (long terme)

$$A = n \cdot \alpha$$

n = nombre d'abonn\acute{e}s

α = taux d'appel, erl./abonn\acute{e}



$$A_i = n_i \cdot \alpha_i$$

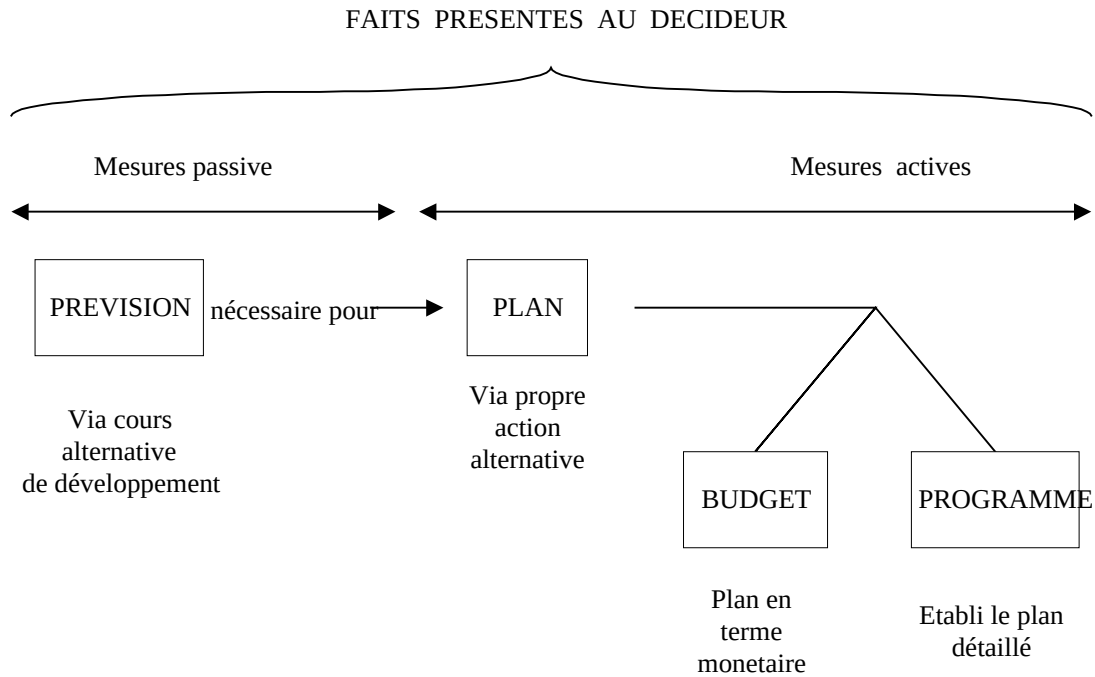
$$\begin{array}{lcl} \alpha_a, \alpha_b, \dots & & \} a, b, \dots = \\ n_a + n_b + \dots & = n & \} \text{cat\acute{e}gories d'abonn\acute{e}s} \end{array}$$

$$n_{1a} + n_{1b} + \dots = n_1$$

$$n_{2a} + n_{2b} + \dots = n_2$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\hline n_a + n_b + \dots = n$$



Relation entre la prévision et le plan

Prévision: La prévision est la prédiction du future et elle est passif au point de vue prise de décision. Les prévisions forment normalement une base pour la planification.

Plan: Le plan est une proportion pour les actions futures. Le plan peut contenir l'évaluation des alternatives d'actions et il est dirigé vers les activités sur lesquelles il y a contrôle.

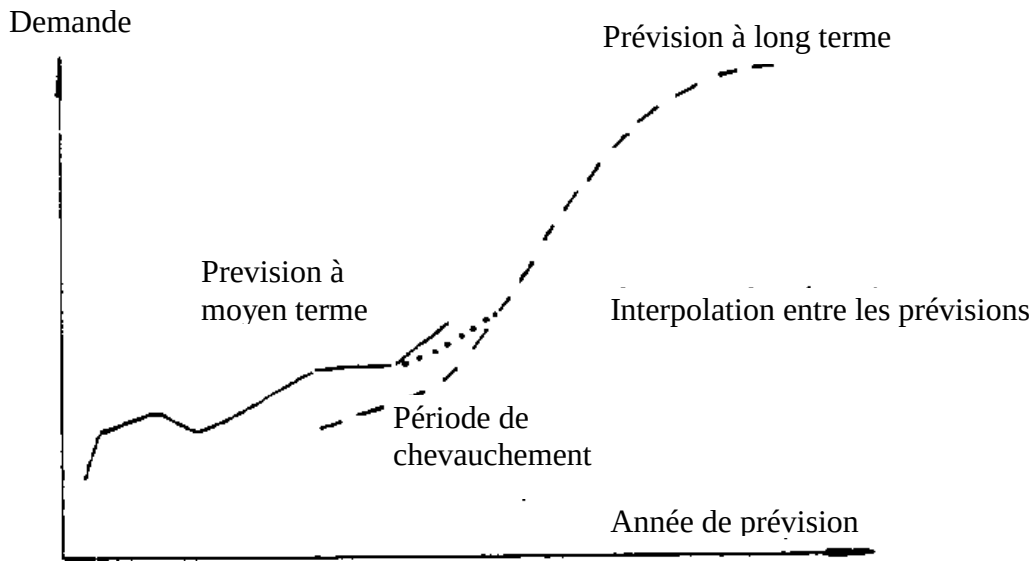
Programme: Le programme est la description des mesures, souvent dérivées des plans qui ont été décidés ci-dessous.

Périodes de planification

La période pour laquelle les prévisions sont demandées dépendent de la question particulière de la politique sous considération; prévisions de la demandes sont demandées pour les prises de décision dans les zones suivantes:

Demandes d'appareils d'abonnés	1-2 ans
Approvisionnement des équipements des centres de commutation	3-4 ans
Planification des lignes locales	6-10 ans
Génie Civil	10-15 ans
Planification et construction des bâtiments	10-20 ans
Acquisition des sites et politique de disposition	jusqu'à 50 ans

Relation entre les prévision à court moyen et long terme

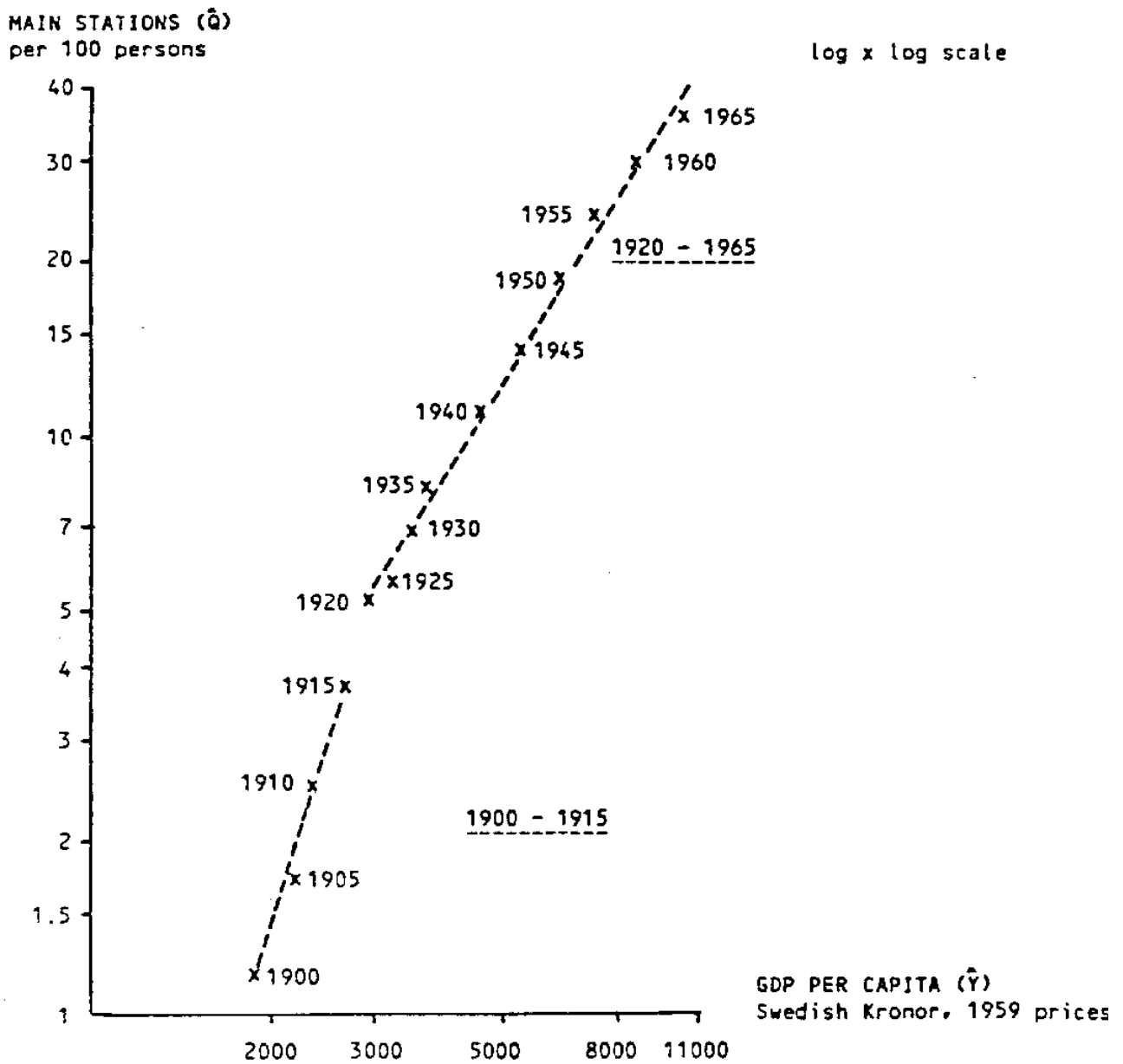


Comment commencer ?

Le processus de prévision peut être divisé en parties suivantes:

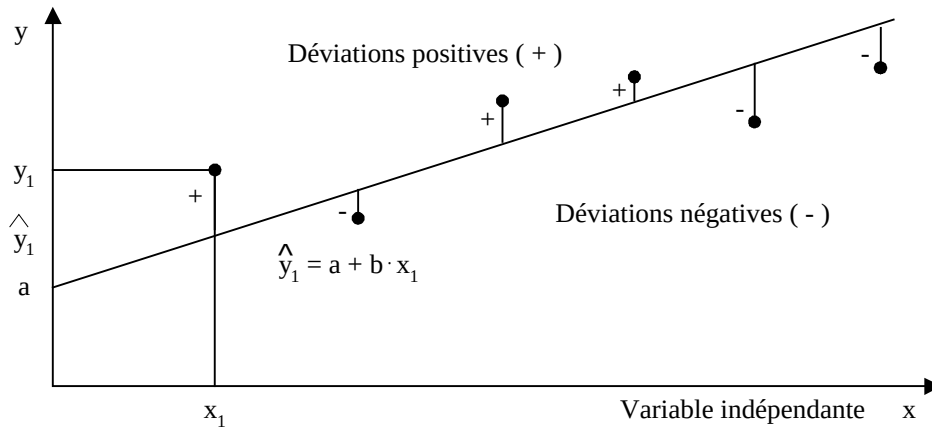
- Définition du problème. Le but et des suppositions pour les prévisions doit être déterminé.
- Collection des données de base. Plusieurs sources des données de base sont examinées. La population et la croissance économique sont étudiées. Les résultats des prévisions récentes sont des faits essentiels.
- Choix de la méthode des prévisions. Le choix de la méthode est fait en fonction des informations disponibles et l'exactitude demandée, etc.
- Analyse et établissement des prévisions. L'analyse consiste en la préparation méthodique des données de base et l'évaluation des résultats reçu.
- Documentation. Les prévisions doivent être présentées dans un format facile et compréhensible. Le résultat doit contenir certains scénarios de prévision. A coté des prévisions normales il doit avoir une prévision optimiste et une pessimiste.

Densité téléphonique et PIB par habitant (exemple)



Analyse des demandes statistiques

Deux variables de régression.



Minimiser $\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_1)^2$

$$y = \alpha + \beta \cdot x + \varepsilon \quad \bar{\varepsilon} = 0$$

$$E(y/x) = \alpha + \beta \cdot X$$

Soient a, b être estimées de α, β

$$b = \frac{n \cdot \sum x \cdot y - \sum x \cdot \sum y}{n \cdot \sum x^2 - (\sum x)^2} \quad a = \frac{\sum y}{n} - \frac{b \cdot \sum x}{n}$$

n = nombre d'observations

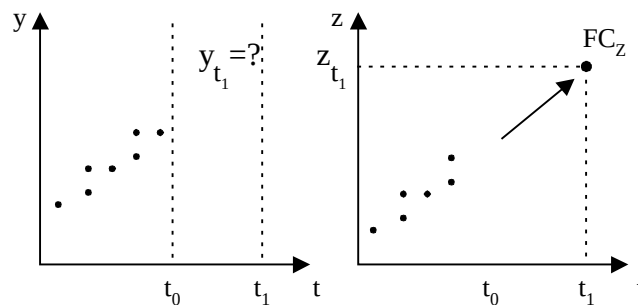
$$R^2 = \frac{[n \cdot \sum (x \cdot y) - \sum x \cdot \sum y]^2}{[n \cdot \sum y^2 - (\sum y)^2] \cdot [n \cdot \sum x^2 - (\sum x)^2]}$$

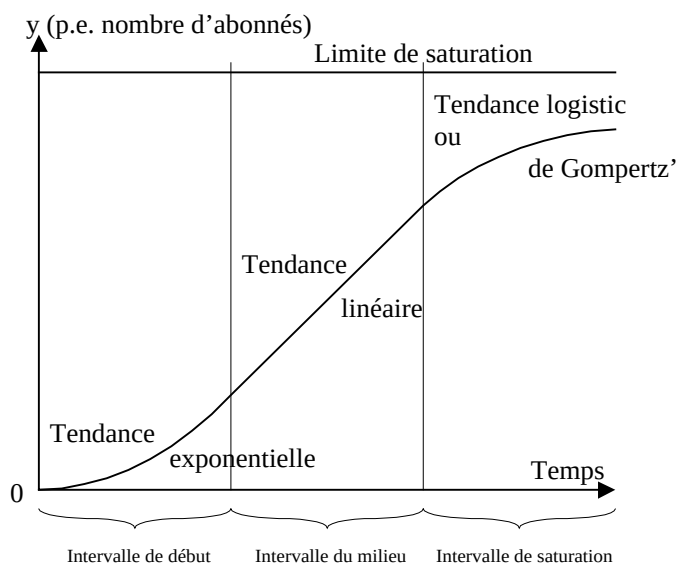
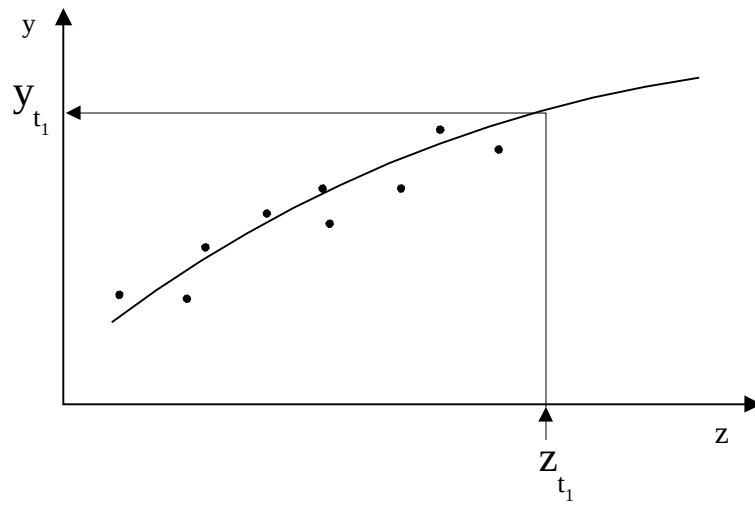
ou

$$R^2 = \frac{\sum (\bar{y} - \bar{y})^2}{\sum (y - \bar{y})^2} = \frac{\text{variation expliquée}}{\text{variation totale}}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n}$$

$$-1 \leq R \leq 1$$





Développement des télécommunications dans le temps

Développement des administrations des télécommunications dans le temps.

Les courbes correspondantes aux expressions mathématiques ci-dessous, sont souvent appelées des courbes de croissance, même si “la croissance” quelque temps décroît réellement en quantité? Ci dessous sont quelques courbes de tendance:

Linéaire $y = a + b \cdot t$

Parabolique $y = a + b \cdot t + c \cdot t^2$

Exponentielle $y = a \cdot x \cdot e^{b \cdot t}$

Gompertz $y = e^{a-b \cdot r^t}$

Posons

t = point de temps (variables indépendantes)

a, b, c, r = paramètres à calculer à partir des données historiques

y = l'article à déterminer (variable dépendante)

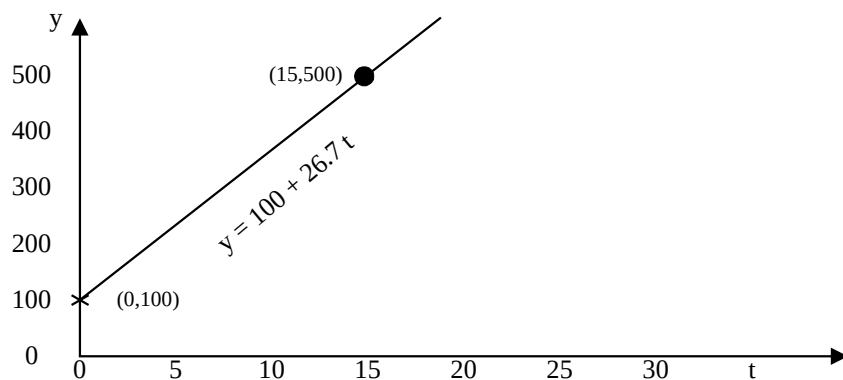
e = la fonction exponentielle

Analyse des tendances simples

Quelques simples exemples numériques de tendances:

1. Etude linéaire $y = a + b \cdot t$

L'équation contient deux paramètres inconnus a et b , qui devraient être calculés selon les données de base. Pour calculer deux paramètres il faut deux équations. Ces deux équations doivent être obtenus par la supposition de deux points dans le repère par lesquelles la lignes droite doit passer.



Supposons les points suivants: $t = 0$ $t = 15$
 $y = 100$ $y = 500$

Cela donne les deux équations demandées pour avoir a et b :

$$100 = a + b \cdot 15 \quad \text{alors } a = 100$$

$$500 = a + b \cdot 15$$

si on remplace a dans la seconde équation on aura

$$500 = 100 + b \cdot 15 \text{ et}$$

$$b = \frac{500 - 100}{15} = 26.7$$

Cela donne la tendance: $y = 100 + 26.7 \cdot t$

2. Tendance exponentielle $y = a \cdot e^{b \cdot t}$

Supposons les mêmes points donnés $\begin{cases} t = 0 \\ y = 100 \end{cases}$ $\begin{cases} t = 15 \\ y = 500 \end{cases}$

Les deux équations demandées doivent être

$$100 = a \cdot e^{b \cdot 0}$$

$$500 = a \cdot e^{b \cdot 15} \quad \text{alors } a = 100$$

Si on remplace la valeur de a dans la deuxième équation

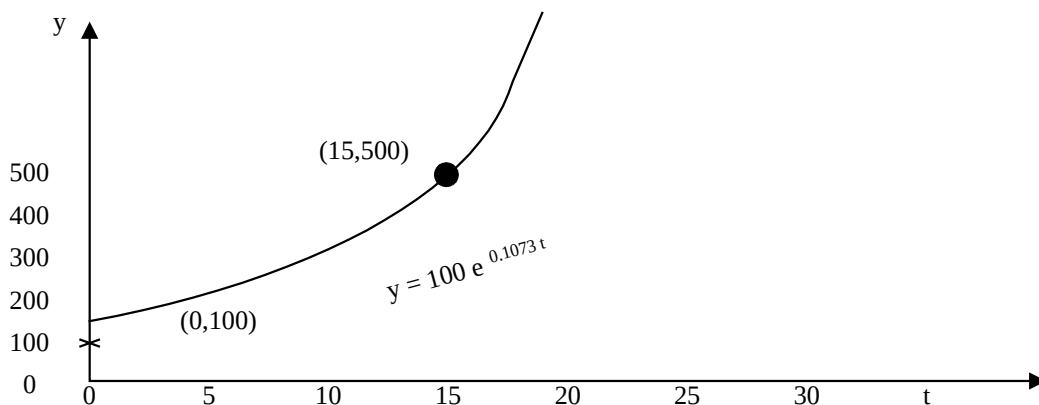
$$500 = 100 \cdot e^{b \cdot 15} \quad 5 = e^{b \cdot 15}$$

Avec le logarithme naturel

$$1.609 = 15 \cdot b \quad \text{alors } b = 0.1073$$

Cela donne la tendance $y = 100 \cdot e^{0.1073 \cdot t}$

La courbe est tracée dans le diagramme ci-dessous:



3. Tendance de Gompertz = $e^{a-b \cdot r^t}$

Dans ce cas a trois paramètres a , b et r . Leur calcul nécessite trois équations, deux peuvent être obtenues par l'utilisation de deux points, comme déjà vu dans les exemples précédents.

$$\begin{array}{l} \lceil t = 0 \\ \lfloor y = 100 \end{array} \quad \begin{array}{l} \lceil t = 15 \\ \lfloor y = 500 \end{array}$$

La troisième équation peut être obtenue par une supposition à l'infini le valeur de la saturation, c.à.d. le point

$$\begin{array}{l} \lceil t = \infty \\ \lfloor y = 3000 \end{array}$$

Les trois paramètres peuvent donc être calculés de la fonction suivante:

$$100 = e^{a-b \cdot r(0)}$$

$$500 = e^{a-b \cdot r(15)}$$

$$3000 = e^{a-b \cdot r(\infty)}$$

La troisième équation donne comme $r < 1$

$$3000 = e^a : \quad \underline{a = \ln 3000 = 8.006}$$

La première équation donne, si $a = 8.006$ est inséré

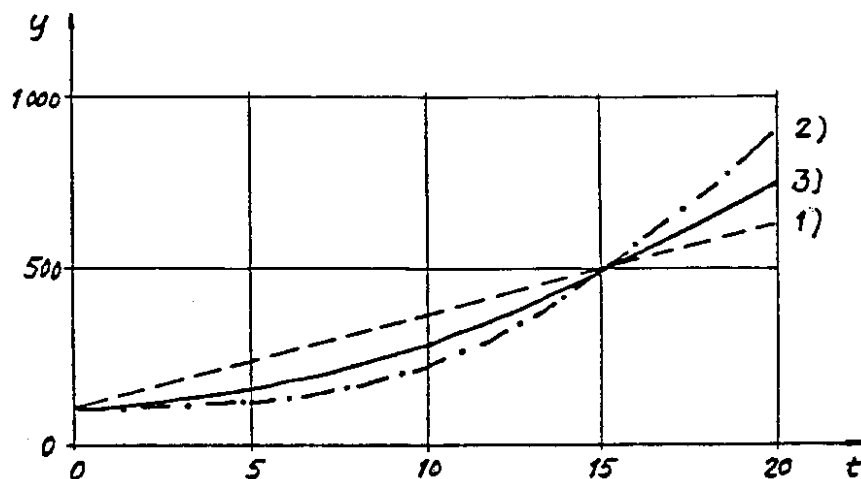
$$4.605 = 8.006 - b : \quad \underline{b = 3.401}$$

Alors, r peut être calculé de la deuxième équation

$$a = 8.006 \text{ et } b = 3.401$$

$$6.215 = 8.006 - 3.401 \cdot r^{15}$$

$$\text{ou } r = \left(\frac{8.006 - 6.215}{3.401} \right)^{1/15} = 0.958$$

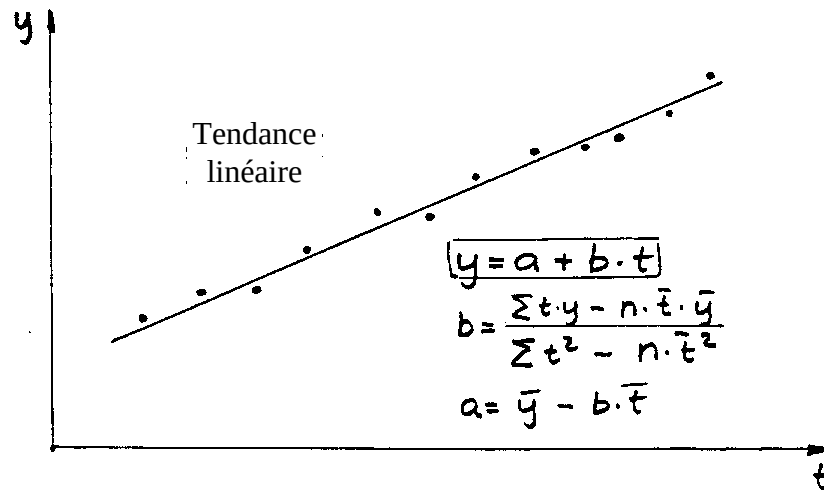


Exemples numériques des tendances

- 1) Tendence linéaire: $y = 100 + 26.7 \cdot t$
- 2) Tendances exponentielles: $y = 100 \cdot e^{0.1073 \cdot t}$
- 3) Tendence de Gompertz: $e^{8.006 - 3.401 \cdot (0.958)^t}$ (valeur de saturation = 3000)

Analyse des séries chronologiques

Méthodes de base



Tendance Exponentielle:

$$y = a \cdot e^{b \cdot t}$$

$$z = \ln y$$

$$c = \ln a$$

$$z = c + b \cdot t$$

$$c = \bar{z} - b \cdot \bar{t}$$

$$b = \frac{\sum t \cdot z - n \cdot \bar{t} \cdot \bar{z}}{\sum t^2 - n \cdot \bar{t}^2}$$

$$y = e^z$$

Etudes statistiques

Vérification des modèles de régression:

1. Signification des paramètres de temps

$$T = \frac{b \cdot \left(\sum (t - \bar{t})^2 \right)^{1/2}}{s}$$

$$s^2 = \frac{\sum y^2 - a \sum y - b \sum t \cdot y}{(n - 2)}$$

$$-2 > T > +2$$

⇒ O.K.

2. Erreur systématique

Par exemple, forme erronée de la courbe, discontinuité dans les données

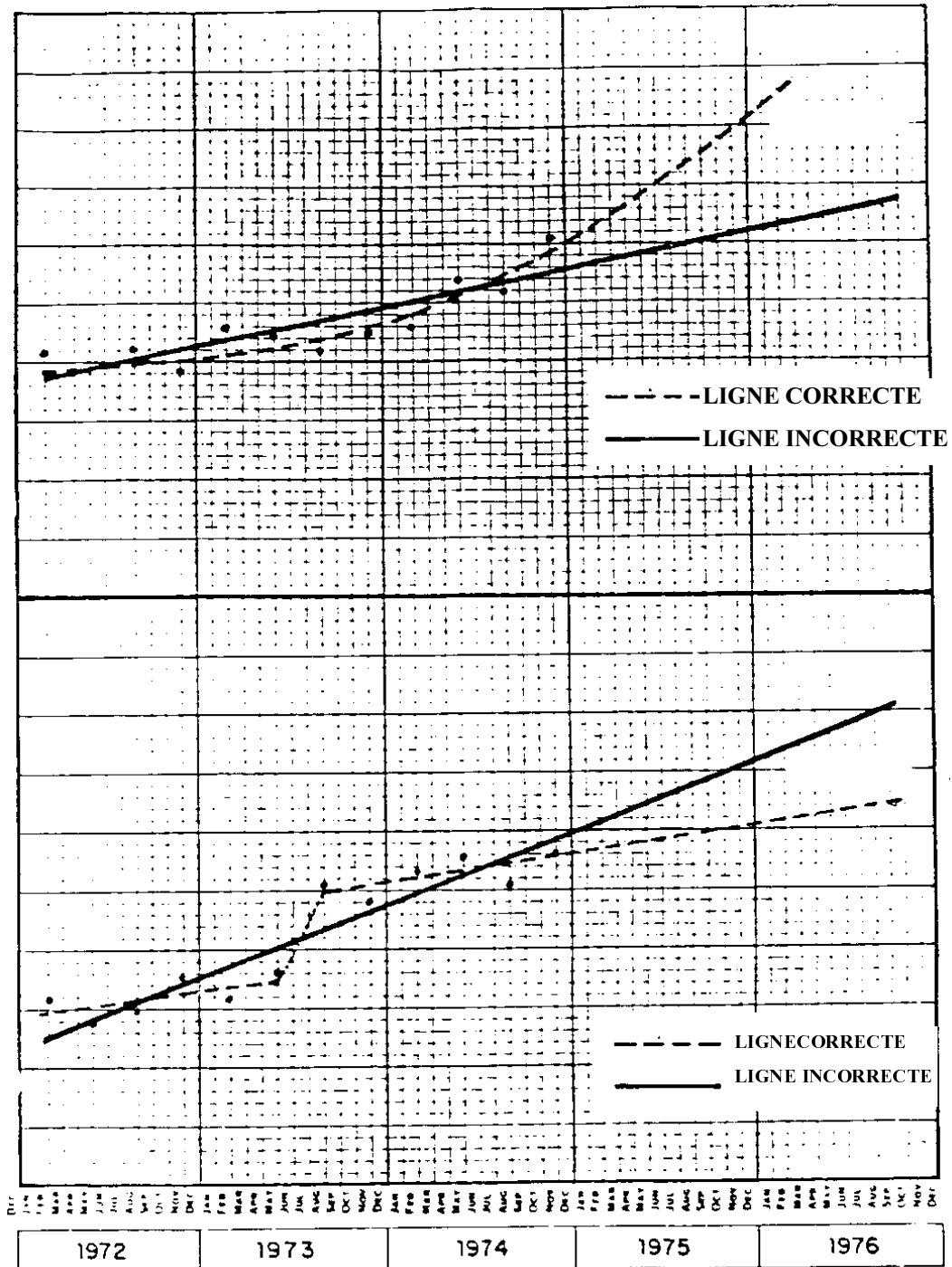
$$DW = 2 - 2 \frac{w}{v}$$

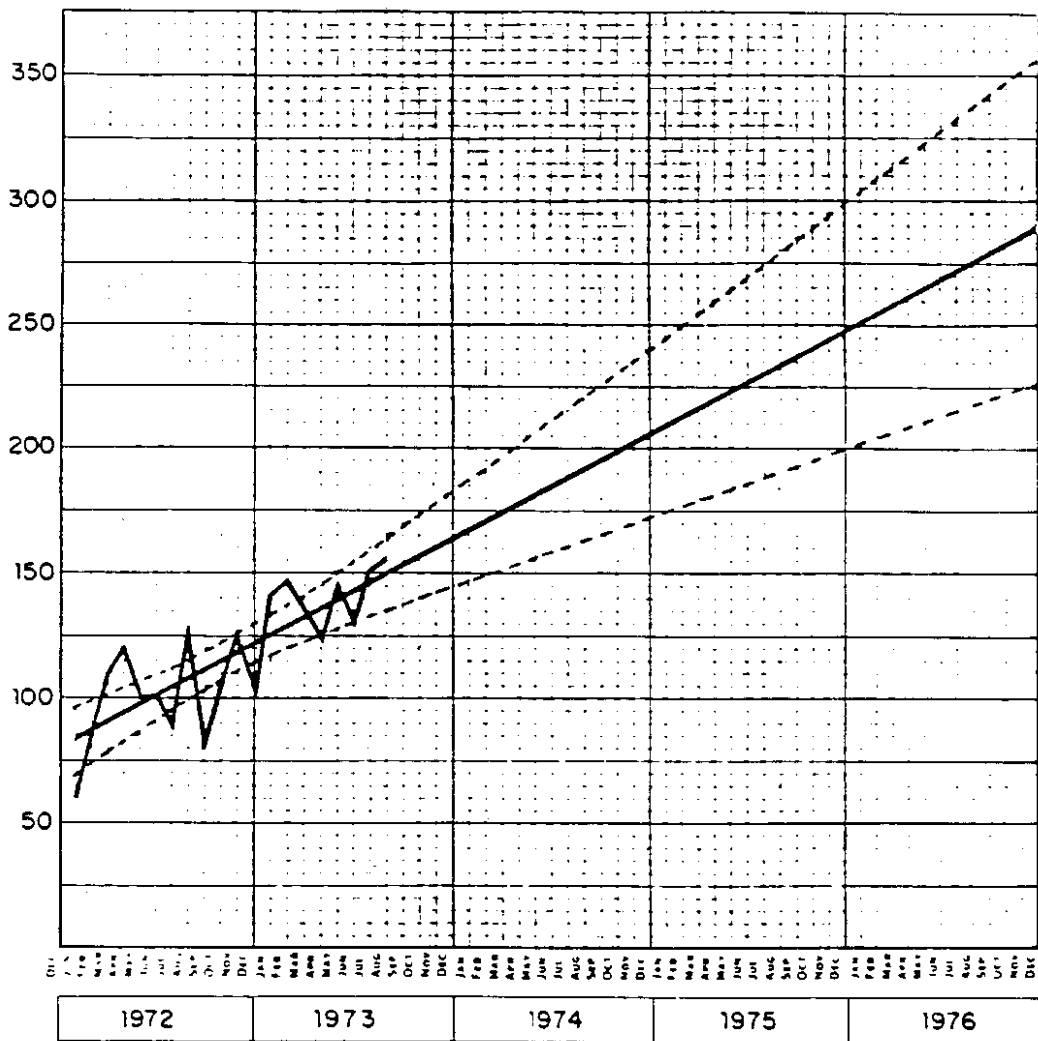
$$W = \sum_{i=1}^{n-1} (y_i - \bar{y}_1)(y_{i+1} - \bar{y}_{+1})$$

$$V = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

$$(1.7) \quad 1.5 < DW < 2.3 \quad (2.5)$$

⇒ O.K.





Prévision des futures niveaux

Prévision pour le temps $t_F = y_F$

Intervalle de confiance:

$$y_F \pm 2 \cdot \sqrt{u}$$

$$u = s^2 \left[1 + \frac{1}{n} + \frac{(t_F - \bar{t})^2}{\sum (t - \bar{t})^2} \right]$$

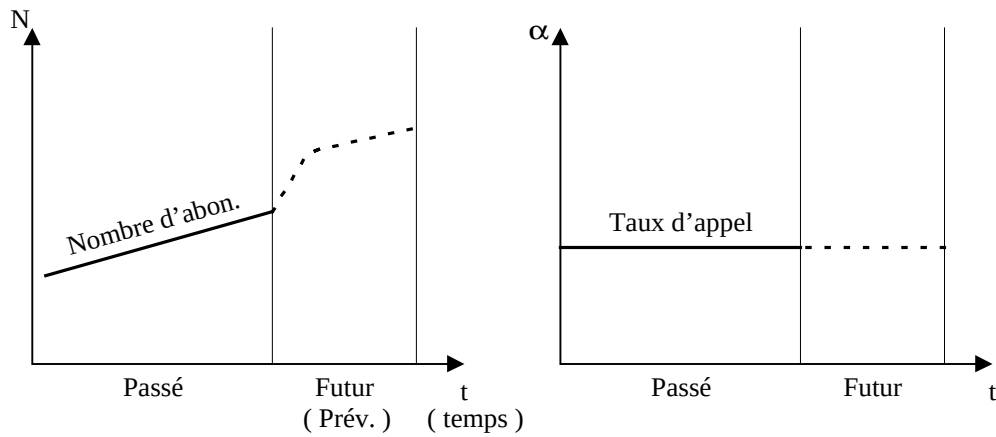
Vérification des prévisions

On doit souvent nous poser la question sur la fiabilité des prévisions:

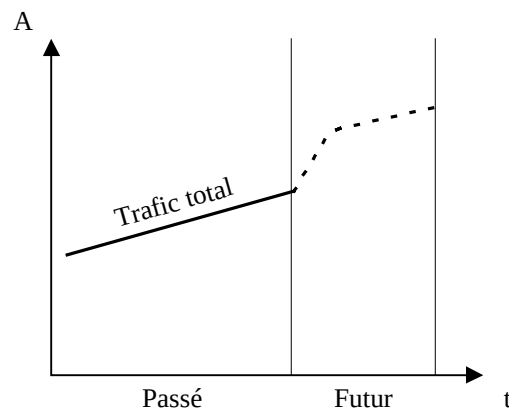
- i. La prévision est valable (= pertinente) ?

Exemple

Les prévisions du trafic total pour un central étaient toujours basées sur les prévisions des abonnés et celles du taux d'appels par abonné. Maintenant, la situation est la suivante:



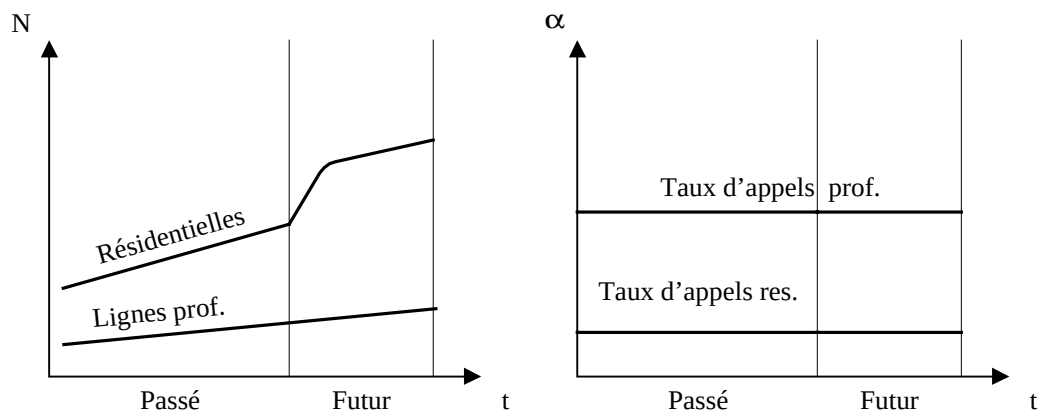
Les prévisions des abonnés (N), valables, exactes, fiables et crédibles ont été faites, comme déjà montré, les tendances vont changer suite à la décision politique prise par la communauté relative à la modernisation des blocs de bâtiments dans toute la zone. Puisque le taux d'appels reste inchangé au cours des années, le prévisioniste suppose qu'il reste inchangé, et il produit les prévisions du trafic pour calculer $A = N \cdot \alpha$



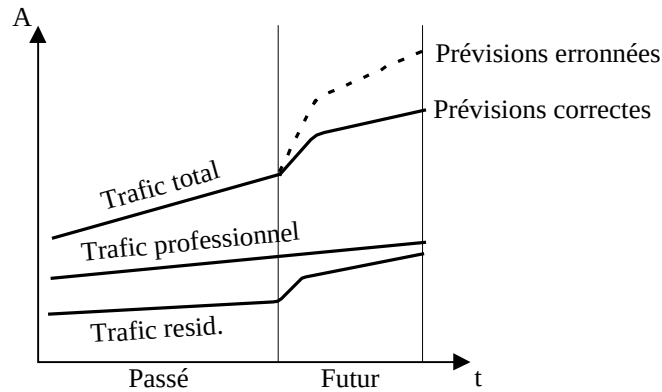
Ces prévisions peuvent ne pas être valables.

L'intention de la décision politique va créer beaucoup d'appartements pour les gens travaillant dans les villes de voisinage. Cependant, la tranche relative aux lignes résidentielles et non lignes professionnelles augmente.

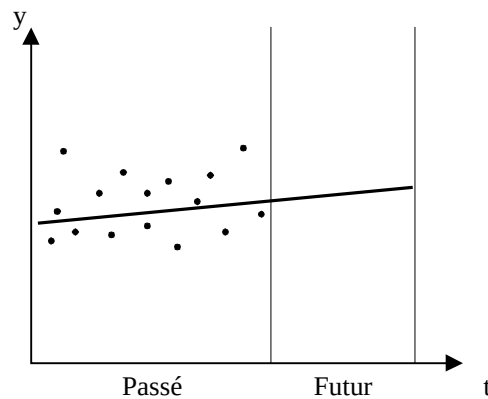
La procédure appropriée est de séparer les prévisions des lignes résidentielles, des professionnelles et après les regrouper ensemble.



Prévision:



Autre exemple:

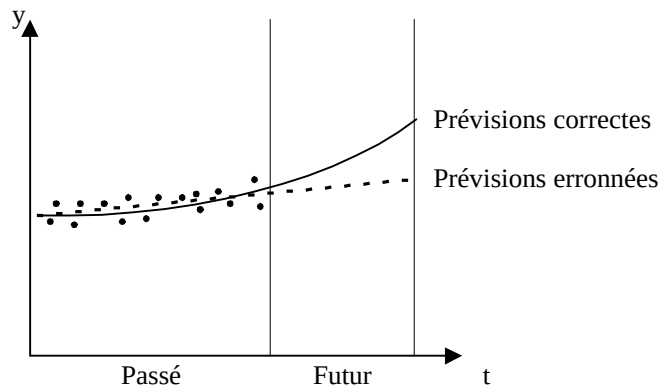


Les prévisions ne sont pas valables si le teste significatif montre que le temps n'est pas une variable significative.

ii. Exactitude

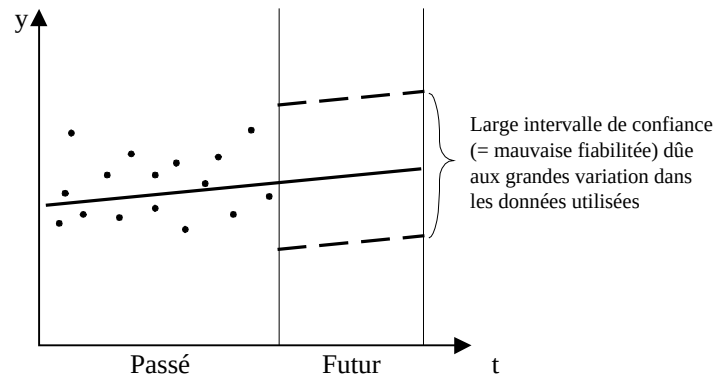
Exemple:

Les données historiques sont données, le prévisioniste doit choisir la forme des courbes qui représentent la tendance. La courbe exacte semble plutôt raisonnable par son allure, mais peut donner complètement des fausses prévisions.



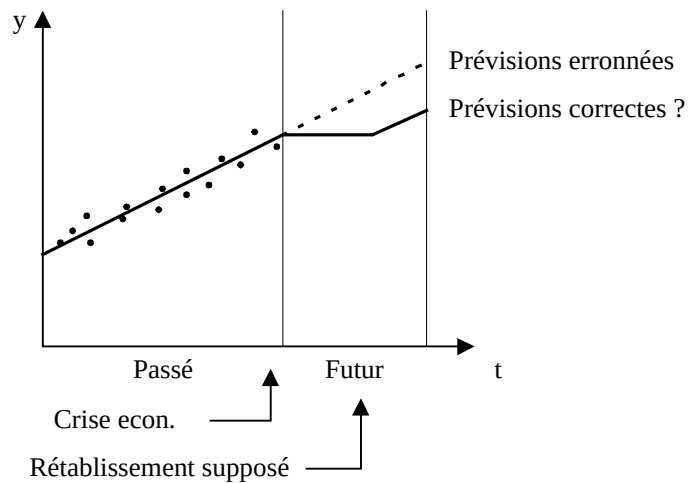
iii. Confiance (= précision)

Exemple:



iv. Crédibilité

Exemple:



v. Evidence interne dans les données

On doit encore chercher et analyser:

- l'inconsistance (c'est-à-dire l'ensemble des données sont contradictoire)
- modèles irréguliers
- valeurs impossibles ou peu probables

Jugement individuel

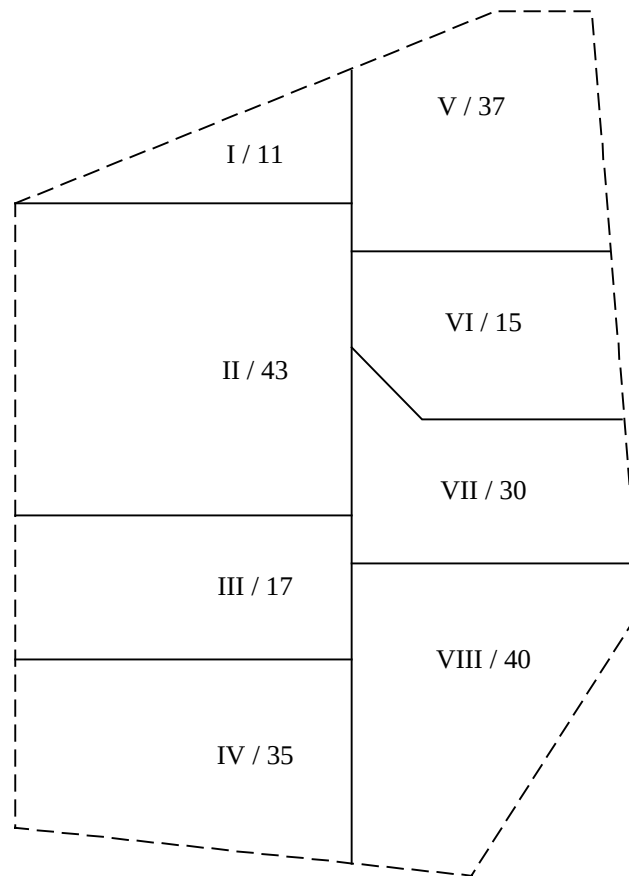
Estimation du nombre d'abonnés pour les différents types de bâtiments

Cet exemple est valable pour les pays en développement avec 4-8 lignes d'abonnés pour 100 habitants.

Type de bâtiments	Nombre d'abonnés
Bâtiments officiels et offices, banques compagnes d'assurance, grands hôtels, clubs, grands restaurants, hôpitaux, grande maison commerciale	Enquêteur
Petit hôtels, restaurant, , épicerie, pensions	1 - 2
Chimiste, docteur, avocats, etc.	1 - 1.5
Magasins	0.5 - 1
Grande usine	Enquêteur
Petite usine , ateliers	0.5 - 1.5
Cinémas, stations d'essence	1 - 2
Maison privée de classe supérieure	1
Maison privée de classe inférieure	0.3 - 0.5
Rangée de maisons	0.3 / appartement
Blocs d'appartements, haut standing	0.5 - 1 / appartement
Blocs d'appartements, bas standing	0.2 / appartement

Estimation du nombre d'abonnés par hectare dans les types des zones construites. Cet exemple est valable pour les pays en développement avec 4-8 abonnés par 100 habitants.

Type de la zone construite	Abonnés par hectare
A. Taudis	0.25
B. Parcs, jardins, etc.	0.5
C. Vieille maison privée avec un grand jardin	1
D. District résidentiel pour les travailleur ordinaires	1.5
E. District résidentiel pour les travailleur de bonne classe	2
F. Maison privée moderne avec grand jardin	3
G. District résidentiel pour travailleurs modernes	4
H. Zones industrielles	5
I. Maison privée moderne avec petit jardin	7
J. Maison non détachée de type ancien	8
K. Zone de la classe ouvrière et des petits magasins	10
L. Maisons modernes non détachées	13
M. Bâtiments résidentiels non détachés 1-2 étages et petits magasins	18
N. Blocs de bâtiments à quatre étages	25
O. Blocs de bâtiments qui ont plus que quatre étages	28
P. Business centre in residential area	30
Q. Blocks of flats of more than 4 storeys	40
R. Bâtiment de bureaux jusqu'à trois étages	80
S. Bâtiment de bureaux de 4 - 6 étages	150
T. Bâtiment de bureaux pour plus que 6 étages	250



Zones du central divisée en sections pour les futur bâtiment

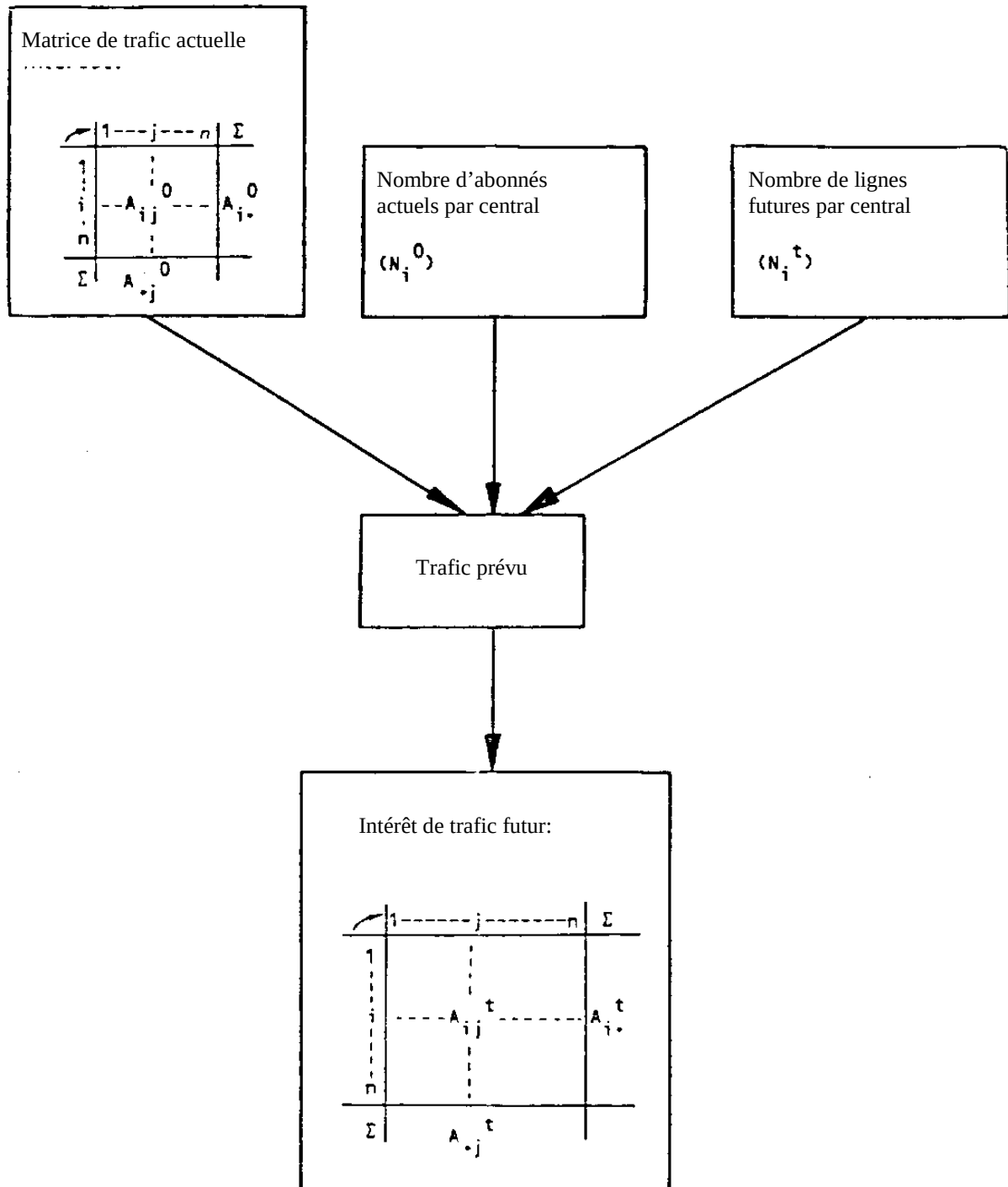
----- Limites du central

_____ Limites de la section

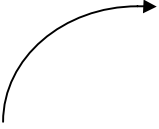
III/17 Nombre de section /zone en hectares

Modèle de prévision pour la planification des réseaux

Composantes du modèle de prévision du trafic



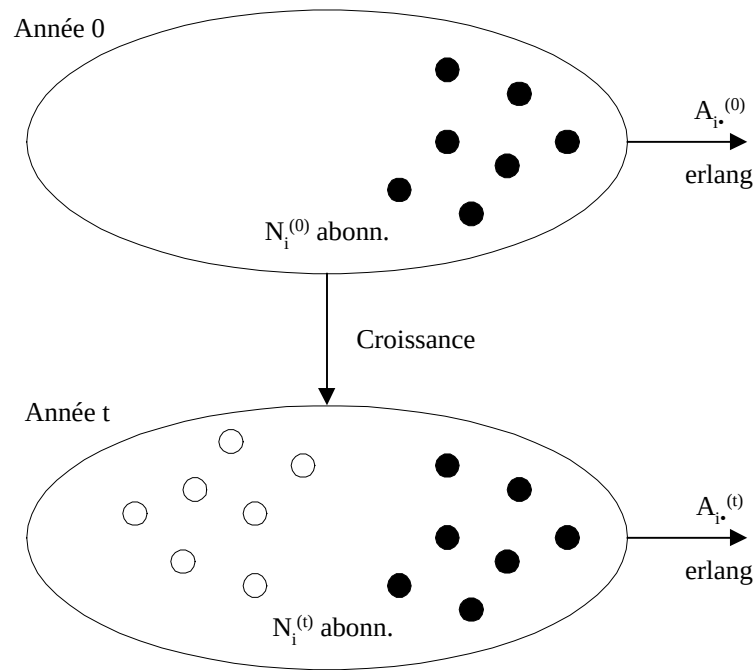
Matrice d'intérêt du trafic

		<i>j</i>		Σ
<i>i</i>		A_{ij}		$A_{i.}$
Σ		$A_{.j}$		$A_{..}$

$A_{i.}$ = Trafic total départ de la zone *i*

$A_{.j}$ = Trafic total arrivée à la zone *j*

A_{ij} = L'intérêt du trafic de la zone *i* à la zone *j* (trafic point-à-point)



Modèles du trafic total

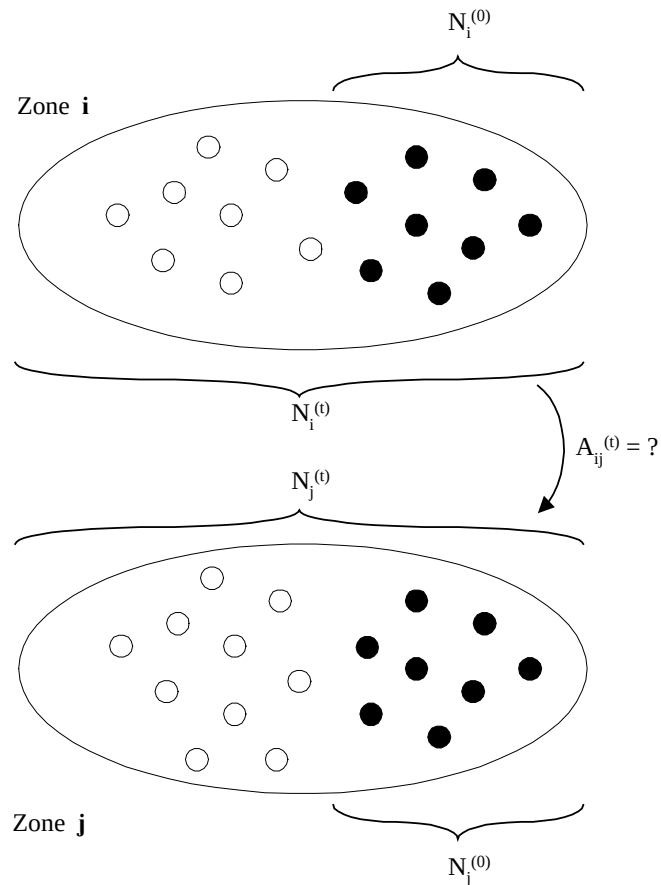
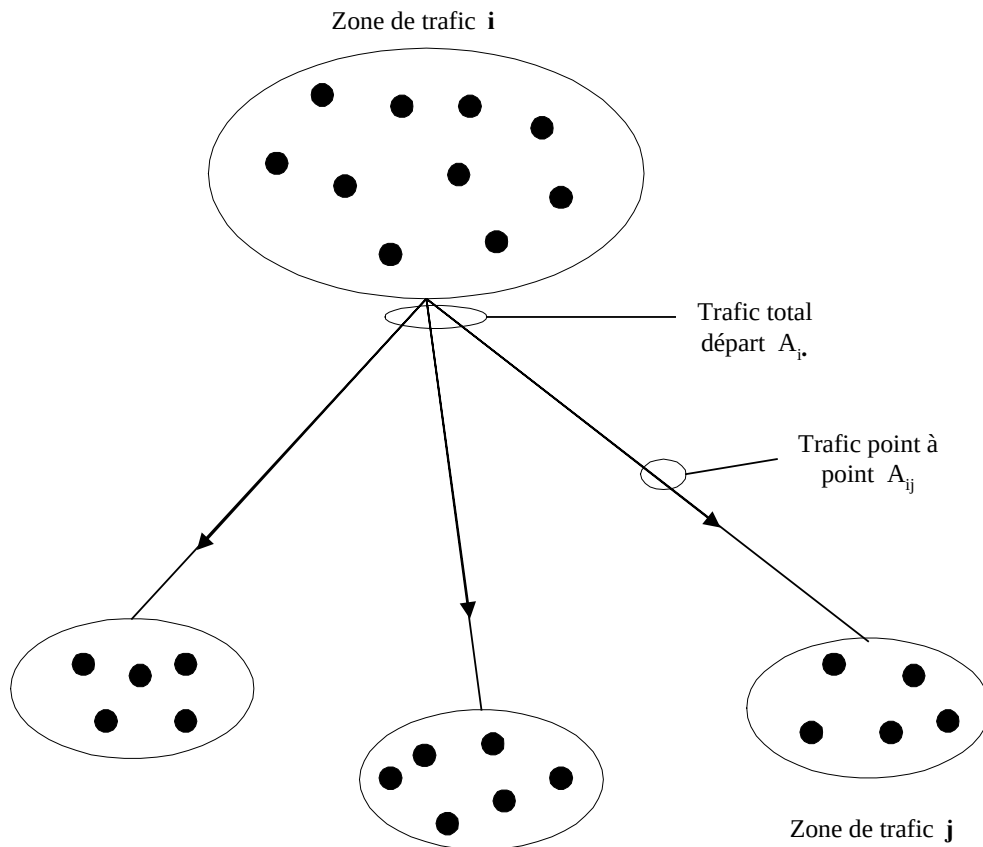
$$A_{i.}^{(t)} = A_{i.}^{(0)} \frac{N_i^{(t)}}{N_i^{(0)}} \cdot \alpha \quad \alpha \geq 1$$

Si $\alpha = 1$, trafic pour ligne principale est supposé être constant.

$$A_{i.}^{(t)} = A_{i.}^{(0)} \left(\frac{N_i^{(t)}}{N_i^{(0)}} \right)^\alpha \quad \alpha \geq 1$$

La croissance du trafic est supposée égale à la croissance du pourcentage des lignes principales multiplié par α .
(comme le formule de $A_{.j}$)

Modèles pour le trafic point-à-point : Croissance Pondérée

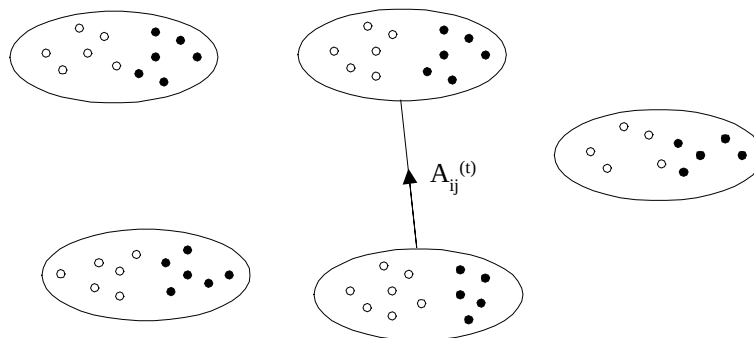


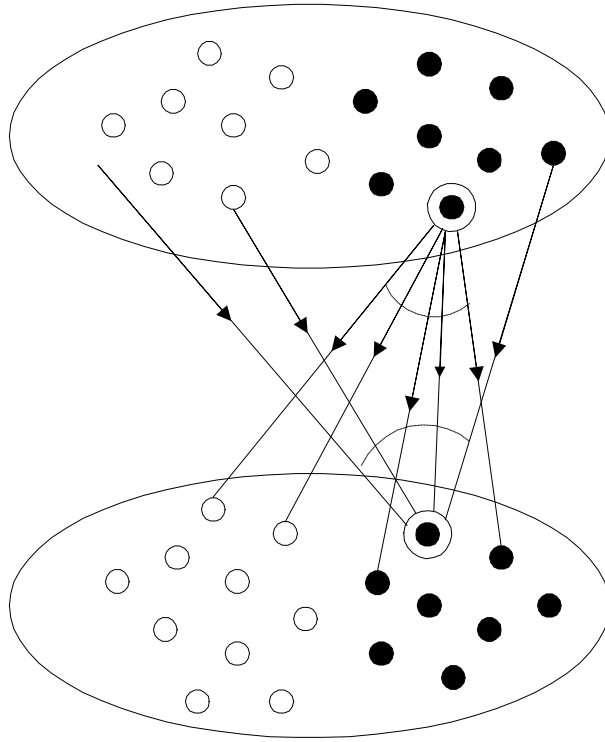
Expression de base pour $A_{ij}^{(t)}$:

$$A_{ij}^{(t)} = A_{ij}^{(0)} \cdot \frac{W_i \cdot G_j + W_j \cdot G_i}{W_i + W_j}$$

$$G_i = \frac{N_i^{(t)}}{N_i^{(0)}} = \frac{\text{pour la zone i}}{\text{pour la zone i}}$$

$$G_j = \frac{N_j^{(t)}}{N_j^{(0)}} = \frac{\text{pour la zone j}}{\text{pour la zone j}}$$





Formule 1 de Rapp 1:

$$W_i = N_i^{(t)}, \quad W_j = N_j^{(t)}$$

Formula 2 de Rapp:

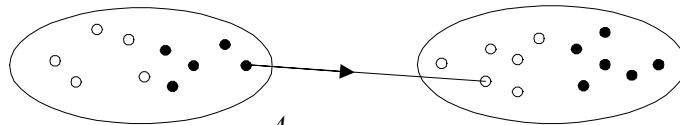
$$W_i = \left(N_i^{(t)}\right)^2, \quad W_j = \left(N_j^{(t)}\right)^2$$

$$\left(\frac{A_i^{(0)}}{N_i^{(0)}} - \frac{A_i^{(t)}}{N_i^{(t)}}\right)^2 + \left(\frac{A_j^{(0)}}{N_j^{(0)}} - \frac{A_j^{(t)}}{N_j^{(t)}}\right)^2 = \min.$$

APO

$$W_i = \frac{N_i^{(0)} + N_i^{(t)}}{2}$$

$$W_j = \frac{N_j^{(0)} + N_j^{(t)}}{2}$$



$$\frac{A_{ij}}{N_i \cdot N_j} = \text{constant} :$$

$$A_{ij}^{(t)} = A_{ij}^{(0)} \frac{N_i^{(t)}}{N_i^{(0)}} \cdot \frac{N_j^{(t)}}{N_j^{(0)}}$$

$$A_{ij}^{(t)} = A_{ij}^{(0)} \cdot N_i^{\alpha} \cdot N_j^{\beta}$$

Méthodes de distribution de trafic: Méthode de Kruithof à double facteur

Une vue générale critique du nombre de méthodes de prédiction de distribution du trafic dans un réseau téléphonique a été fait par D. Bear.

La méthode commune est celle de *Kruitoff à double facteur*. La performance mathématique de la méthode de Kruitoff est illustrée par l'exemple suivant:

Exemple: Considérons un réseau téléphoniques avec deux centraux.

Donnant:

1. Matrice actuelle d'intérêt de trafic $[A_{ij}^{(o)}]$

i	j		summe
	1	2	
1	10	20	30
2	30	40	70
sum	40	60	100

2. Prévoir les valeurs du trafic total départ et arrivé pour central

$[A_i^{(t)} \text{ and } A_j^{(t)}]$:

i	j		somme
	1	2	
1			40
2		?	105
somme	50	100	150

Problème:

Estiment les valeurs du trafic $A_{ij}^{(t)}$ par l'utilisation de la méthode de Kruitoff.

Solution:

Itération 1 Multiplication des lignes.

$A_i^{(t)}$ est distribué selon la matrice de trafic présente.

Résultat: $A_{ij}^{(1)}$

i	j		somme
	1	2	
1	15	30	45
2	45	60	105
somme	60	90	150

$$A_{ij}^{(1)} = \frac{A_{ij}^{(o)}}{A_i^{(o)}} \cdot A_i^{(t)}$$

Après la multiplication des lignes, la somme des colonnes diffère des valeurs prévues.

Itération 2 Multiplication des colonnes.
 $A_{.j}^{(t)}$ est distribuée selon la matrice de trafic donnée par l'itération 1.

Résultat: $A_{ij}^{(2)}$

j				
i		1	2	somme
1		12.5	33.33	45.83
2		37.5	66.67	104.17
somme		50	100	150

$$A_{ij}^{(2)} = \frac{A_{ij}^{(1)}}{A_{.j}^{(1)}} \cdot A_{.j}^{(t)}$$

Après la multiplication des colonnes, la somme de lignes diffère des valeur prévues.

Itération 3 Multiplication des lignes.
 $A_{i.}^{(t)}$ est distribuée selon la matrice de trafic donnée par l'itération 2.

Résultat: $A_{ij}^{(3)}$

j				
i		1	2	somme
1		12.27	32.73	45
2		37.80	67.20	105
somme		50.07	99.93	150

$$A_{ij}^{(3)} = \frac{A_{ij}^{(2)}}{A_{i.}^{(2)}} \cdot A_{i.}^{(t)}$$

Itération 4 Multiplication des colonnes.
 $A_{.j}^{(t)}$ est distribuée selon la matrice de trafic donnée par l'itération 3.

Résultat: $A_{ij}^{(4)}$

j				
i		1	2	somme
1		12.25	32.75	45
2		37.75	67.25	105
somme		50	100	150

$$A_{ij}^{(4)} = \frac{A_{ij}^{(3)}}{A_{.j}^{(3)}} \cdot A_{.j}^{(t)}$$

Après 4 itérations la somme des lignes et des colonnes est égale aux valeurs prévues. On peut mettre:

$$A_{ij}^{(t)} = A_{ij}^{(4)}$$

Noter: $A_{i.} = \sum_j A_{ij}$; $A_{.j} = \sum_i A_{ij}$

Exemple 2

La matrice de trafic actuelle a été estimée:

A		Exch. No. j			somme	$= (A_{ij}^{(0)})$
De:		1	2	3		
Centre 1	1	25	30	45	100	
No. i	2	35	55	110	200	
	3	60	85	155	300	
somme		120	170	310	600	

Le nombre de lignes principale par central pour l'année t a été prévue:

Centre No.	$N_i^{(0)}$	$N_i^{(t)}$
1	2000	3000
3	3500	3500
3	6800	7500

Les lignes principales n'ont pas été séparés en différentes catégories, puisque la proposition du trafic élevé des abonné est espérée la même dans le futur.

Les prévisions du trafic total de départ et d'arrivée par central sont faites par les modèles qui suivent:

$$A_{i.}^{(t)} = N_i^{(t)} \cdot \frac{A_{i.}^{(0)}}{N_i^{(0)}}$$

$$A_{.j}^{(t)} = N_j^{(t)} \cdot \frac{A_{.j}^{(0)}}{N_j^{(0)}}$$

Centre No.	$A_{i.}^{(0)}$	$A_{.j}^{(0)}$
1	150.0	180.0
2	200.0	170.0
3	331.9	341.9
Summe	681.9	691.9

Comme les sommes des $A_{i.}^{(t)}$ et la somme de $A_{.j}^{(t)}$ diffèrent, on peut utiliser la valeur moyenne de ces sommes comme une estimation de $A_{i.}^{(t)}$ et ajuster $A_{i.}^{(t)}$ et $A_{.j}^{(t)}$. Cela donnera:

Centre No.	$A_{i.}^{(t)}$	$A_{.j}^{(t)}$
1	151.1	178.7
2	201.5	168.8
3	334.3	339.4
Somme	686.9	686.9

Les modèles du facteur de croissance pondérée peuvent maintenant être utilisés pour prévoir le trafic point à point.

Les facteur de croissance sont égaux à:

$$\text{Centre 1} \quad G_1 = \frac{N_1^{(t)}}{N_1^{(0)}} = 1.5$$

$$\text{Centre 2} \quad G_2 = 1.0$$

$$\text{Centre 3} \quad G_3 = 1.1$$

A. *Prévisions par rapport à la formule 1 de Rapp:*

A	Centre			Somme
	1	2	3	
Centre 1	37.5	38.1	62.4	138.0
Centre 2	44.4	55.0	113.5	212.9
Centre 3	83.1	87.7	170.5	341.3
Somme	165.0	180.8	346.4	692.2

B. *Prévisions par rapport à la formule 2 de Rapp:*

A	Centre			Somme
	1	2	3	
Centre 1	37.5	38.6	65.0	141.1
Centre 2	45.1	55.0	112.0	212.1
Centre 3	86.7	92.6	170.5	349.8
Somme	169.3	186.2	347.5	703.0

C. *Prévisions par rapport à la formule d'APO:*

A	Centre			Somme
	1	2	3	
Centre 1	37.5	38.8	62.8	139.1
Centre 2	45.2	55.0	113.6	213.8
Centre 3	83.8	87.8	170.5	342.1
Somme	166.5	181.9	346.9	695.0

Pour le centre 1, on constate que le trafic total de départ par ligne principal décroît de la valeur actuelle 0.050 à une valeur entre 0.046 et 0.047.

Pour le centre 2, le trafic total de départ par ligne principale a augmenté de 0.057 à presque 0.060.

Comme le trafic par ligne principal, dans ce cas, a été considéré constant durant la période des prévision, la matrice obtenue doit être réconciliée par une estimation du trafic total de départ et d'arrivée pour chaque central. Pour ce but, la méthode de Kruitoff à double facteur est utilisée.

Selon la formule 1 de Rapp:

A	Centre	
---	--------	--

De	1	2	3	Somme
Centre 1	44.5	39.1	67.5	151.1
Centre 2	45.8	49.0	106.7	201.5
Centre 3	88.4	80.7	165.3	334.3
Somme	178.7	168.8	339.4	686.9

Selon la formule 2 de Rapp:

A	Centre			
De	1	2	3	Somme
Centre 1	43.6	38.3	69.6	151.1
Centre 2	46.2	48.5	106.7	201.5
Centre 3	89.2	82.0	163.1	334.3
Somme	178.7	168.8	339.4	686.9

Selon la formule de A.P.O:

A	Centre			
De	1	2	3	Somme
Centre 1	44.0	39.5	67.6	151.1
Centre 2	46.2	48.8	106.5	201.5
Centre 3	88.5	80.5	165.3	334.3
Somme	178.7	168.8	339.4	686.9