Международный союз электросвязи

МСЭ-R

Сектор радиосвязи МСЭ

Рекомендация МСЭ-R TF.2018

(08/2012)

Релятивистская передача сигналов времени вблизи Земли и в Солнечной системе

Серия TF

Передача сигналов времени и эталонных частот

Международный союз электросвязи

Предисловие

Роль Сектора радиосвязи заключается в обеспечении рационального, справедливого, эффективного и экономичного использования радиочастотного спектра всеми службами радиосвязи, включая спутниковые службы, и проведении в неограниченном частотном диапазоне исследований, на основании которых принимаются Рекомендации.

Всемирные и региональные конференции радиосвязи и ассамблеи радиосвязи при поддержке исследовательских комиссий выполняют регламентарную и политическую функции Сектора радиосвязи.

Политика в области прав интеллектуальной собственности (ПИС)

Политика МСЭ-R в области ПИС излагается в общей патентной политике МСЭ-Т/МСЭ-R/ИСО/МЭК, упоминаемой в Приложении 1 к Резолюции МСЭ-R 1. Формы, которые владельцам патентов следует использовать для представления патентных заявлений и деклараций о лицензировании, представлены по адресу: http://www.itu.int/ITU-R/go/patents/en, где также содержатся Руководящие принципы по выполнению общей патентной политики МСЭ-Т/МСЭ-R/ИСО/МЭК и база данных патентной информации МСЭ-R.

Серии Рекомендаций МСЭ-R

(Представлены также в онлайновой форме по адресу: http://www.itu.int/publ/R-REC/en.)

Серия	Название
BO	Спутниковое радиовещание
BR	Запись для производства, архивирования и воспроизведения; пленки для телевидения
BS	Радиовещательная служба (звуковая)
BT	Радиовещательная служба (телевизионная)
F	Фиксированная служба
M	Подвижная спутниковая служба, спутниковая служба радиоопределения, любительская спутниковая служба и относящиеся к ним спутниковые службы
P	Распространение радиоволн
RA	Радиоастрономия
RS	Системы дистанционного зондирования
S	Фиксированная спутниковая служба
SA	Космические применения и метеорология
SF	Совместное использование частот и координация между системами фиксированной спутниковой службы и фиксированной службы
SM	Управление использованием спектра
SNG	Спутниковый сбор новостей
TF	**Передача сигналов времени и эталонных частот**
V	Словарь и связанные с ним вопросы

***Примечание**. – Настоящая Рекомендация МСЭ-R утверждена на английском языке в соответствии с процедурой, изложенной в Резолюции МСЭ-R 1.*

Электронная публикация
Женева, 2013 г.

РЕКОМЕНДАЦИЯ МСЭ-R TF.2018

Релятивистская передача сигналов времени вблизи Земли и в Солнечной системе

(2012)

Сфера применения

Цель настоящей Рекомендации заключается в том, чтобы установить общие типовые алгоритмы и процедуры, которые должны использоваться при сравнении значений времени, зарегистрированных на поверхности Земли и на платформах, расположенных далеко от Земли, но в пределах Солнечной системы. Эти выражения четко определены в общей теории относительности, принятой в настоящее время для формирования основы опорных пространственно-временных систем. Предполагается, что эти алгоритмы и процедуры были бы полезны для сравнения значений времени на спутниках Земли, межпланетных космических аппаратах и на поверхности тел Солнечной системы.

Ассамблея радиосвязи МСЭ,

учитывая,

a) что желательно обеспечить координацию стандартного времени и стандартной частоты на платформах, работающих вблизи Земли и в Солнечной системе;

b) что для удовлетворения будущих потребностей хранения времени, навигации, науки и систем связи требуются точные средства передачи сигналов времени и частоты вблизи Земли и в Солнечной системе;

c) что часы, вследствие их движения и влияния гравитационного потенциала, в котором они работают, подвержены колебаниям времени и частоты, зависящим от траектории;

d) что следует четко изложить концептуальные основы передачи сигналов времени и частоты;

e) что в процедурах передачи сигналов времени и частоты вблизи Земли, а также на небесные тела и космические аппараты в Солнечной системе требуется использовать математические алгоритмы, учитывающие релятивистские эффекты;

f) что требования по прецизионности и точности для передачи сигналов времени и частоты вблизи Земли и в Солнечной системе зависят от конкретного применения,

рекомендует,

чтобы в надлежащих случаях использовались приведенные в Приложении 1 математические алгоритмы, учитывающие релятивистские эффекты при передаче сигналов времени и частоты.

Приложение 1

Задача

Цель настоящей Рекомендации заключается в том, чтобы повысить уровень осведомленности о необходимости учета релятивистских эффектов для хранения времени, навигации, науки и систем связи. В Рекомендации приводятся для напоминания базовые принципы и процедуры, которые следует применять при проведении анализа таких систем. Не делается попыток детального описания какой-либо конкретной системы. Задача, скорее, заключается в том, чтобы представленная ниже информация могла служить удобным справочным материалом и отправной точкой для конкретных применений.

Одним из важных применений настоящей Рекомендации является сравнение значений времени, зарегистрированных часами на вращающемся по орбите вокруг Земли космическом аппарате в межпланетном пространстве и на поверхности планет, со значениями времени, зарегистрированными часами на поверхности Земли. Надлежащей шкалой времени для наземных измерений является всемирное координированное время (UTC). Таким образом, задача может заключаться в соотнесении значений времени, зарегистрированных часами в любом месте вблизи Земли и в Солнечной системе, со значениями времени, зарегистрированными часами на Земле, которые отсчитывают UTC.

Нижеследующее изложение основано на материалах *Конвенций IERS (2010 г.)*, Справочника МСЭ-R по спутниковой передаче сигналов времени и частоты и их распространению (2010 г.), Nelson, *Metrologia* (2011) и Petit and Wolf, *Metrologia* (2005). Для получения более подробной информации пользователи могут обратиться к этим публикациям и справочным документам, приведенным в настоящем документе.

Релятивистская основа

Релятивистская основа для опорных пространственно-временных систем определена в резолюциях международных научных организаций. К наиболее важным относятся следующие:

1) Резолюция A4 (1991 г.) Международного астрономического союза (МАС) определяет геоцентрическую небесную опорную систему (GCRS) и барицентрическую небесную опорную систему (BCRS) и их координаты времени. В резолюции B1 (2000 г.) Международного астрономического союза далее уточняется определение BCRS.

2) Резолюция 2 (2007 г.) Международного геодезического и географического союза (МГГС) определяет геоцентрическую земную опорную систему (GTRS), а также международную земную опорную систему (ITRS).

Используемая в настоящем документе терминология соответствует принятой в прошлых Рекомендациях МСЭ-R и может быть соотнесена с основой МАС/МГГС следующим образом: в настоящей Рекомендации GCRS означает геоцентрическую инерциальную (ECI) систему координат, GTRS (на практике – ITRS) означает геоцентрическую связанную с Землей (ECEF) систему координат, и BCRS означает барицентрическую систему координат.

Определения

Собственное время

Собственное время τ – это реальное показание часов или местное время в собственной системе отсчета часов.

Координированное время

Координированное время t – это независимая переменная в уравнениях движения физических тел и в уравнениях распространения электромагнитных волн. Это математическая координата в четырехмерной пространственно-временной системе координат. Для данного события координатное время имеет то же значение в любой точке. Значения координатного времени не измеряются, они, скорее, вычисляются по собственному времени часов.

Пространственно-временной интервал

Отношение между координатным временем и собственным временем зависит от местоположения часов и состояния движения в их гравитационной среде и выводится путем интегрирования пространственно-временного интервала. При сравнении значений собственного времени двух часов координатное время в конце концов сокращается. Таким образом, релятивистская передача времени между часами является независимой от системы координат. Система координат может быть выбрана произвольно исходя из соображений удобства.

В общем случае пространственно-временной интервал описывается следующим уравнением:

$$ds^2 = g_{\mu\nu}\, dx^{\mu}\, dx^{\nu} = g_{00}\, c^2\, dt^2 + 2\, g_{0j}\, c\, dt\, dx^j + g_{ij}\, dx^i\, dx^j, \qquad (1)$$

где:

$g_{\mu\nu}$: компоненты метрики.

В случае обозначенных греческими буквами индексов предполагается диапазон 0, 1, 2, 3, в случае латинских индексов – диапазон 1, 2, 3. Повторяющийся индекс подразумевает суммирование по этому индексу. Метрика зависит от гравитационных потенциалов и от угловой скорости и линейного ускорения системы отсчета. После преобразования координат пространственно-временной интервал остается инвариантным. Таким образом, метрика $g_{\mu\nu}$ преобразуется как ковариантный тензор второго порядка.

Общее выражение соотношения собственного времени τ и координат выбранной системы координат, включая координатное время $x^0 \equiv ct$ и пространственные координаты x^i, имеет следующий вид:

$$ds^2 = g_{00}\, c^2\, dt^2 + 2g_{0j}\, c\, dt\, dx^j + g_{ij}\, dx^i\, dx^j = -c^2 d\tau^2, \qquad (2)$$

где:

τ : собственное время.

Таким образом, $dt = d\tau$ для часов в состоянии покоя в инерциальной системе отсчета, где $dx^i = 0$ и $-g_{00} = 1$, $g_{0j} = 0$ и $g_{ij} = \delta_{ij}$. Истекшее координатное время, соответствующее измеренному собственному времени, зарегистрированному часами на трассе между точками A и B, составляет:

$$\Delta t = \pm \int_A^B \frac{1}{\sqrt{-g_{00}}} \sqrt{1 + \frac{1}{c^2}\left(g_{ij} + \frac{g_{0i}\, g_{0j}}{-g_{00}}\right) \frac{dx^i}{d\tau} \frac{dx^j}{d\tau}}\, d\tau + \frac{1}{c} \int_A^B \frac{g_{0j}}{-g_{00}} \frac{dx^j}{d\tau}\, d\tau. \qquad (3)$$

Для электромагнитного сигнала интервал пространство-время определяется как:

$$ds^2 = g_{00}\, c^2\, dt^2 + 2\, g_{0j}\, c\, dt\, dx^j + g_{ij}\, dx^i\, dx^j = 0. \qquad (4)$$

В каждой инерциальной системе отсчета скорость света обозначается как c. Истекшее координатное время распространения по трассе между точками A и B составляет:

$$\Delta t = \pm \frac{1}{c} \int_A^B \frac{1}{\sqrt{-g_{00}}} \sqrt{\left(g_{ij} + \frac{g_{0i}\, g_{0j}}{-g_{00}}\right) dx^i\, dx^j} + \frac{1}{c} \int_A^B \frac{g_{0j}}{-g_{00}}\, dx^j. \qquad (5)$$

Выражение $\gamma_{ij} \equiv g_{ij} + g_{0i}\, g_{0j} / (-g_{00})$ представляет метрику трехмерного пространства, а $d\rho = \sqrt{\gamma_{ij}\, dx^i\, dx^j}$ представляет приращение трехмерного расстояния.

Шкалы времени

Шкалы атомного времени

Основной шкалой времени, базирующейся на атомных часах, является международная шкала атомного времени (TAI), которое рассчитывается Международным бюро мер и весов (BIPM) по взвешенным средним значениям атомных часов в лабораториях времени, рассредоточенных по всему миру. Это – непрерывная опорная шкала времени без скачков.

Шкала атомного времени для хранения времени гражданского назначения называется всемирным координированным временем (UTC), которое отличается от TAI на целое число секунд. В 2011 году UTC = TAI – 34 с. Каждый месяц BIPM распространяет UTC в "Циркуляре T" BIPM в форме значений разницы конкретных лабораторий времени UTC(k).

Шкалы координатного времени

Геоцентрическое координатное время (TCG) – это координатное время в системе координат, центр которой находится в центре Земли (ECI или ECEF).

Земное время (TT) – это еще одно координатное время, которое выводится решкалированием TCG таким образом, что оно имеет примерно ту же скорость хода, что и собственное время часов, покоящихся на поверхности геоида. Геоид – это поверхность с постоянным гравитационным потенциалом, наиболее близко аппроксимирующая уровень моря. Соотношение между TCG и TT определяется как $d\mathrm{TT}/d\mathrm{TCG} \equiv 1 - L_G$, где $L_G \equiv 6{,}969\,290\,134 \times 10^{-10} \approx 60{,}2$ мкс/день, что рассматривается ниже после уравнения (18). Значение L_G – это заданная константа. Следовательно,

$$TCG - TT = L_G TCG = \frac{L_G}{1 - L_G}\left(TT - TT_0\right)$$

$$TCG - TT = L_G\left(TCG - TCG_0\right) = \frac{L_G}{1 - L_G}\left(TT - TT_0\right), \tag{6}$$

где:

TCG_0 и TT_0: соответствуют JD 2443144,5 TAI (1 января 1977 г., 0 час.). Практическая реализация TT представляет собой:

$$TT = TAI + 32{,}184 \text{ с.} \tag{7}$$

Барицентрическое координатное время (TCB) – это координатное время в системе координат с началом в барицентре Солнечной системы. Разница координатного времени между TCB и TCG является преобразованием, которое зависит и от времени, и от местоположения. Для приведения к порядку $1 / c^2$:

$$TCB - TCG = \frac{1}{c^2}\int_{t_0}^{t}\left(U_{ext}\left(\mathrm{r}_E\right) + \frac{1}{2}v_E^2\right)dt + \frac{1}{c^2}\mathrm{v}_E(t)\cdot \mathrm{R}(t), \tag{8}$$

где:

$\mathbf{R}(t) = \mathbf{x} - \mathbf{x}_E$: являющийся функцией времени вектор положения относительно геоцентра;

$\mathbf{x}$: барицентрическое положение наблюдателя, а $\mathbf{x}_e$ и $\mathbf{v}_e$ обозначают барицентрическое положение и скорость центра массы Земли.

Это уравнение можно привести к следующей форме:

$$TCB - TCG = L_C \times (TCB - TCB_0) + P(TCB) - P(TCB_0) + \frac{1}{c^2} \mathbf{v}_E (\mathbf{x} - \mathbf{x}_E), \tag{9}$$

где:

$L_C =$ 1,480 826 867 41 $\times 10^{-8} \approx$ 1,28 мс/день.

В этом выражении P представляет серию периодических членов. Последний член является суточным на поверхности Земли, его амплитуда составляет менее 2,1 мкс.

Альтернативная форма уравнения (9) имеет следующий вид (*Конвенции IERS (2010 г.)*, Глава 10):

$$TCB - TCG = \frac{L_C \times (TT - TT_0) + P(TT) - P(TT_0)}{1 - L_B} + \frac{1}{c^2} \mathbf{v}_E (\mathbf{x} - \mathbf{x}_E), \tag{10}$$

где:

ТТ и $L_B \equiv$ 1,550 519 768 $\times 10^{-8} \approx$ 1,34 мс/день – временной аргумент.

Значение L_B – заданная константа.

Периодические члены, обозначенные как $P(TT)$, имеют максимальную амплитуду примерно 1,6 мс и могут быть рассчитаны с помощью аналитической модели "FB" (Fairhead and Bretagnon, 1990). Иначе, $P(TT) - P(TT_0)$ может быть обеспечено числовыми временными данными эфемерид, например TE405 (Irwin and Fukushima, 1999), в которых содержатся значения, характеризующиеся точностью ± 0,1 нс, за период 1600–2200 гг. Серия HF2002, обеспечивающая значение L_C $(TT - TT_0) + P(TT) - P(TT_0)$ как функцию TT за период 1600–2200 гг., была приведена (Harada and Fukushima, 2003) к TE405. Это совпадение отличается от TE405 менее чем на 3 нс за период 1600–2200 гг., и среднеквадратичная ошибка составляет ± 0,5 нс.

Разница между TCB и TT выражается следующим образом:

$$TCB - TT = (TCB - TCG) + TCG - TT) = L_B \; TCB + (1 - L_G)\left(P + \frac{1}{c^2} \mathbf{v}_E \cdot \mathbf{R} \right). \tag{11}$$

Преобразование из TCB в TCG содержит среднее смещение по скорости хода $\langle dTCG/dTCB \rangle \equiv 1 - L_C$ и периодические члены. Преобразование из TCG в TT является чистым смещением скорости хода $dTT/dTCG \equiv 1 - L_G$. Таким образом, преобразование из TCB в TT имеет следующее среднее смещение скорости хода:

$$\langle dTT/dTCB \rangle = (dTT/dTCG)\langle dTCG/dTCB \rangle = (1 - L_G)(1 - L_C). \tag{12}$$

Исходя из определения L_B $(1 - L_G)(1 - L_C) \approx (1 - L_B)$, следовательно, уравнение (12) может принять форму $\langle dTT/dTCB \rangle = (1 - L_B)$ с точностью до нескольких единиц/10^{18}.

Аналогично ТТ барицентрическое динамическое время (TDB) является еще одним координатным временем в барицентрической системе, решкалированным для получения примерно той же скорости хода, что и TT. Соотношение между TCB и TDB определяется равенством $dTDB/dTCB \equiv 1 - L_B$.

Релятивистские эффекты, воздействующие на часы

Далее рассматривается преобразование между собственным временем идеальных часов (точно реализующих секунду в системе СИ) и координатным временем в геоцентрической и барицентрической системах координат.

Геоцентрическая инерциальная система координат

Координатное время, связанное с геоцентрической инерциальной (ECI) системой координат является геоцентрическим координатным временем (TCG). При выражении через члены порядка $1/c^2$ компоненты метрического тензора в этой системе координат имеют вид $-g_{00} = 1 - 2\,U/c^2$, $g_{0j} = 0$ и $g_{ij} = (1 + 2\,U/c^2)\,\delta_{ij}$, где U – гравитационный потенциал. Истекшее время TCG в ECI системе координат, соответствующее истекшему собственному времени, зарегистрированному часами, движущимися вдоль трассы между точками A и B со скоростью v, определяется следующим образом:

$$\Delta t = \int_A^B \left(1 + \frac{1}{c^2}U + \frac{1}{2}\frac{1}{c^2}v^2\right) d\tau\,. \tag{13}$$

Потенциал Земли на расстоянии по радиусу r, геоцентрические широта ϕ и долгота λ могут быть описаны как расширение в сферических гармониках:

$$U(r,\phi,\lambda) = \frac{GM}{r}\left\{1 + \sum_{n=2}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\left(\frac{R_E}{r}\right)^n P_{nm}(\sin\phi)\left(C_{nm}\cos m\lambda + S_{nm}\sin m\lambda\right)\right\}$$

$$= \frac{GM}{r}\left\{1 - \sum_{n=2}^{\infty} J_n\left(\frac{R_E}{r}\right)^n P_n(\sin\phi) - \sum_{n=2}^{\infty}\sum_{m=1}^{n}\left(\frac{R_E}{r}\right)^n P_{nm}(\sin\phi)(J_{mn}\cos m\lambda + K_{mn}\sin m\lambda\right\}, \tag{14}$$

где:

GM:	гравитационная постоянная Земли;
R_E:	экваториальный радиус Земли.
Коэффициенты $P_n(\sin\phi)$:	полиномы Лежандра степени n.
Коэффициенты $P_{nm}(\sin\phi)$:	присоединенные функции Лежандра степени n и порядка m.

Геоцентрическая широта ϕ соотносится с географической широтой φ по $\tan\phi = (1 - f^2)\tan\varphi$, где f – сглаживание.

Для практических применений может оказаться достаточным включение только первой коррекции сплющенности и аппроксимация гравитационного потенциала следующим образом:

$$U = \frac{GM}{r} - J_2\left(\frac{R_E}{r}\right)^2 P_2(\sin\phi) = \frac{GM}{r} + J_2\left(\frac{R_E}{r}\right)^2 (1 - 3\sin^2\phi)\,. \tag{15}$$

1) Часы, покоящиеся на поверхности геоида

В случае часов, покоящихся на поверхности вращающейся Земли, необходимо учитывать скорость движения часов $\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r}$ в ECI системе координат, где $\boldsymbol{\omega}$ – угловая скорость Земли, а $\mathbf{r}$ – местоположение часов. Таким образом, *TCG*, истекшее пока часы регистрируют собственное время $\Delta\tau$, составляет:

$$\Delta t = \int_A^B \left(1 + \frac{1}{c^2}U + \frac{1}{2}\frac{1}{c^2}(\omega\times r)^2\right) d\tau = \int_A^B \left(1 + \frac{1}{c^2}W\right) d\tau\,, \tag{16}$$

где:

$W = U + \frac{1}{2}(\omega \times \mathbf{r})^2 = U + \frac{1}{2}\omega^2 r^2 \cos^2 \phi$: гравитационный потенциал.

Поскольку гравитационный потенциал W_0 на поверхности геоида является постоянным, он может быть получен на экваторе и приблизительно определяется следующим образом:

$$W_0 \approx \frac{GM}{R_E}\left(1 + \frac{1}{2}J_2\right) + \frac{1}{2}\omega^2 R_E^2 . \tag{17}$$

Наилучшая современная оценка W_0 составляет $6{,}2636856 \times 10^7$ м^2/с^2. В соответствии с уравнением (16) TCG в ECI системе координат, которое соответствует собственному времени $\Delta\tau_0$, измеренному покоящимися на поверхности геоида часами, имеет вид:

$$\Delta t \equiv TCG = (1 + W_0 / c^2)\, \Delta\tau_0 \cong (1 + L_G)\, \Delta\tau_0 , \tag{18}$$

где:

$L_G \equiv$ $6{,}969\ 290\ 134 \times 10^{-10}$.

Условно считается, что L_G – заданная константа. Она представляет наилучшее имевшееся значение W_0 / c^2 на момент ее определения в 2000 году. Значение TT получено путем решкалирования TCG с коэффициентом $1 - L_G$. Таким образом:

$$\Delta t' \equiv \mathrm{TT} = (1 - L_G)\ \mathrm{TCG}. \tag{19}$$

Из этого следует, что TT = $(1 - L_G)(1 + L_G)\, \Delta\tau_0 \cong \Delta\tau_0$ с точностью до нескольких единиц/10^{18}.

2) Часы на спутнике

В случае часов, находящихся на вращающемся вокруг Земли спутнике, орбита может рассматриваться в первом приближении как кеплеровская (невозмущенная) орбита. Потенциал на расстоянии r от центра Земли приблизительно определяется как $U = GM / r$. Таким образом, приращение TCG составляет:

$$\Delta t = \int_A^B \left(1 + \frac{1}{c^2}\frac{GM}{r} + \frac{1}{2}\frac{1}{c^2}\, v^2\right) d\tau . \tag{20}$$

Скорость спутника v определяется сохранением энергии на единицу массы ε:

$$\varepsilon = \frac{1}{2}v^2 - U = \frac{1}{2}v^2 - \frac{GM}{r} = -\frac{GM}{2a} , \tag{21}$$

где:

a: орбитальная главная полуось.

Следовательно, для данного порядка истекшее координатное время составляет:

$$\Delta t = \int_A^B \left(1 - \frac{1}{c^2}\frac{GM}{2a} + \frac{1}{c^2}\frac{2GM}{r}\right) d\tau = \left(1 - \frac{1}{c^2}\frac{GM}{2a}\right)\Delta\tau + \frac{2GM}{c^2}\int_{t_0}^{t}\frac{1}{r}\, dt . \tag{22}$$

Во втором интеграле $d\tau$ заменяется на dt, поскольку этот член представляет собой релятивистскую коррекцию порядка $1/c^2$. В случае кеплеровской орбиты расстояние по радиусу $r = a\,(1 - e\cos E)$, где e – эксцентриситет орбиты, а E – эксцентрическая аномалия. Эксцентрическая аномалия определяется по средней аномалии с помощью уравнения Кеплера, $M \equiv n\,\Delta t = E - e\sin E$, где среднее движение описывается как $n \equiv 2\pi/T = \sqrt{GM/a^3}$, а T – период обращения по орбите. Следовательно, TCG, истекшее пока часы регистрируют собственное время $\Delta\tau$, приблизительно составляет:

$$\Delta t = \int_A^B \left(1 - \frac{1}{c^2}\frac{GM}{2a} + \frac{1}{c^2}\frac{2GM}{r}\right) d\tau = \left(1 + \frac{3}{2}\frac{1}{c^2}\frac{GM}{a}\right)\Delta\tau + \frac{2}{c^2}\sqrt{GM\,a}\,e\sin E\,. \tag{23}$$

Второй член является периодической коррекцией, обусловленной эксцентриситетом орбиты, который вызывает остаточные изменения расстояния и скорости, определяемое следующим образом:

$$\Delta t_{\text{eccentricity}} = \frac{2}{c^2}\sqrt{GM\,a}\;e\sin E = \frac{2}{c^2}\,\mathbf{v}\cdot\mathbf{r}\,. \tag{24}$$

В этом выражении предполагается, что используются кеплеровские (невозмущенные) элементы.

Для сравнения собственного времени часов на спутнике с собственным временем покоящихся на поверхности геноида часов, необходимо выполнить преобразование из *TCG* в *TT*. Используя уравнения (19) и (20), получаем (*TT*):

$$\Delta t' = (1 - L_G)\,\Delta t = \int_A^B \left\{1 + \frac{1}{c^2}(U - W_0) + \frac{1}{2}\frac{1}{c^2}v^2\right\} d\tau\,. \tag{25}$$

Таким образом, поскольку $\Delta t' \approx \Delta\tau_0$, то интервал собственного времени, зарегистрированный покоящимися на поверхности геноида часами, соответствующий интервалу собственного времени, зарегистрированному на спутнике, составляет:

$$\Delta\tau_0 = \left[1 + \frac{3}{2}\frac{1}{c^2}\frac{GM}{a} - \frac{1}{c^2}W_0\right]\Delta\tau + \frac{2}{c^2}\sqrt{GM\,a}\,e\sin E\,, \tag{26}$$

где:

GM: гравитационная постоянная Земли;

R_E: экваториальный радиус Земли.

На уровне точности, выражаемом в субнаносекундах, необходимо учитывать возмущение орбиты, обусловливаемое гармониками гравитационного потенциала Земли, приливно-отливные воздействия Луны и Солнца, а также давление солнечного излучения. На этом уровне точности возмущение J_2 вызывает изменение **r** и **v**, результатом чего является дополнительные периодические воздействия порядка 0,1 нс.

Для полного учета возмущения J_2 в потенциале в уравнении (15) необходимо выполнить численное интегрирование орбиты и численное интегрирование уравнения (20). Также следует учесть приливно-отливные воздействия Луны и Солнца и давление солнечного излучения.

В случае низких околоземных орбит важными являются и зональные, и тессеральные гармоники. Обычная коррекция эксцентриситета по уравнению (24) более не обеспечивает точности. В этом случае предпочтительно выполнить интегрирование орбиты и интегрирование уравнения (20) в численной форме, включая гармоники более высокого порядка гравитационного потенциала Земли.

Геоцентрическая, связанная с Землей система координат

При использовании членов порядка $1 / c^2$ метрические компоненты имеют следующий вид: $-g_{00} = 1 - 2\, U / c^2 - (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})^2 / c^2 = 1 - 2W / c^2$, $g_{0j} = (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})_j / c$ и $g_{ij} = \delta_{ij}$. Во вращающейся геоцентрической связанной с Землей (ECEF) системе координат, в которой используется координатное время *TT*, истекшее координатное время составляет:

$$\Delta t' = \int_A^B \left(1 - \frac{1}{c^2}\, g\, h + \frac{1}{2} \frac{1}{c^2} \mathrm{v}'^2 \right) d\tau + \frac{1}{c^2} \int_A^B (\omega \times \mathbf{r}) \cdot \mathbf{v}' \,\mathrm{d}\tau\,, \tag{27}$$

где:

- h: высота над геоидом;
- g: местное гравитационное ускорение;
- v': скорость движения часов относительно геоида.

Принимается, что значение h невелико. Для высокой точности следует учитывать отклонение g в зависимости от широты и угла места.

Второй интеграл – это эффект Саньяка для переносимых часов. Он может иметь следующий вид:

$$\Delta t_{Sagnac} = \frac{1}{c^2} \int_A^B (\omega \times \mathbf{r}) \cdot \mathbf{v}' \; d\tau = \frac{1}{c^2} \int_A^B (\omega R \; \cos\phi)(v' \; \cos\theta)\, d\tau = \frac{\omega R^2}{c^2} \int_A^B \cos^2\phi \, d\lambda \tag{28}$$

или:

$$\Delta t_{Sagnac} = \frac{\omega R^2}{c^2} \int_A^B \cos^2\phi \; d\lambda = \frac{2\omega A}{c^2} \quad , \tag{29}$$

где:

- R: радиус Земли;
- ϕ: широта;
- λ: долгота;
- $v' \cos\theta$: направленный на восток компонент скорости;
- A: проекция на экваториальную плоскость, пробегаемую вектором местоположения относительно центра Земли (положительный в случае направления движения на восток и отрицательный в случае направления движения на запад).

Коррекция является положительной для часов, перемещающихся на восток, и отрицательной для часов, перемещающихся на запад.

Барицентрическая система координат

Интервал барицентрического координатного времени (TCB), соответствующий интервалу собственного времени $\Delta\tau = \tau - \tau_0$, составляет:

$$TCB = \int_{\tau_0}^{\tau} \left(1 + \frac{1}{c^2} U_E(\mathbf{R}) + \frac{1}{2} \frac{1}{c^2} \left|\mathbf{R}\right|^2 \right) d\tau + \frac{1}{c^2} \int_{\tau_0}^{\tau} \left(U_{ext}(\mathbf{r}_E) + \frac{1}{2} \mathrm{v}_E^2 \right) d\tau + \frac{1}{c^2} \mathbf{v}_E \cdot \mathbf{R} \Big|_{\tau 0}^{\tau}\,, \tag{30}$$

где:

$U_E(\mathbf{r})$: ньютонов потенциал Земли;

$U_{\text{ext}}(\mathbf{r})$: внешний ньютонов потенциал всех тел Солнечной системы за исключением Земли.

Система координат тел Солнечной системы

Для сравнения часов, проводимого между телом М Солнечной системы и Землей, требуется ряд преобразований. Значения собственного времени часов должно быть преобразовано в *TT* для часов, связанных с Землей, и в *TM* для часов, связанных с М. Далее первое преобразование – из *TT* в *TCB* и второе – соответствующее преобразование из *TCB* в *TM*. Координатное преобразование записывается следующим образом:

$$TCB - TT = (L_C + L_G)\, TCB + P + \mathbf{v}_{\mathrm{E}} \cdot \mathbf{R} / c^2 \tag{31}$$

и

$$TCB - TM = (L_{CM} + L_M)\, TCB + P + \mathbf{v}_{\mathrm{M}} \cdot \mathbf{R} / c^2. \tag{32}$$

В этих уравнениях периодические члены P и положение вектора R – каждый – применяются к Земле и планетному телу М, соответственно. Разница между *TM* и *TT* составляет:

$$TM - TT = (TCB - TT) - (TCB - TM). \tag{33}$$

В качестве примера: в случае Марса $L_{CM} = 0{,}972 \times 10^{-8} \approx 0{,}84$ мс/день, $L_M = 1{,}403 \times 10^{-10} \approx 12{,}1$ мкс/день. Скорость дрейфа составляет 0,49 мс/день. Амплитуды периодических членов составляют 1,7 мс в орбитальном периоде Земли (365,2422 дней) и 11,4 мс в орбитальном периоде Марса (687 дней).

Распространение электромагнитного сигнала

В данном разделе рассматривается процесс вычисления координатного времени распространения электромагнитного сигнала, когда местоположение передатчика и приемника – оба – заданы и выражены в ECI, ECEF и барицентрических координатных системах.

Эти уравнения применяются во всех случаях. В частности, они должны использоваться при установке параметров часов на спутнике, которые наведены на часы на Земле.

Геоцентрическая инерциальная система координат

При планировании расчета в геоцентрической инерциальной (ECI) системе координат координатное время распространения (TCG) может рассматриваться как сумма геометрической части и гравитационной части. Геометрическая часть описывается как:

$$\Delta t \approx \frac{1}{c} \int_{\text{path}} \sqrt{g_{ij}\ dx^i\ dx^j} = \frac{\rho}{c}\ , \tag{34}$$

где:

$g_{ij} \approx$ δ_{ij}; и

ρ: геометрическая длина трассы.

Если сигнал передается в координатное время t_T и принимается в координатное время t_R, то TCG распространения по трассе составляет:

$$\Delta t = \frac{\rho}{c} = \frac{1}{c}\left|\mathbf{r}_R(t_R) - \mathbf{r}_T(t_T)\right| \approx \frac{1}{c}\left|\Delta\mathbf{r} + \mathbf{v}_R(t_R - t_T)\right| \approx \frac{1}{c}\left|\Delta\mathbf{r}\right| + \frac{1}{c^2}\Delta\mathbf{r}\cdot\mathbf{v}_R \ , \tag{35}$$

где, $\mathbf{r}_T$ – местоположение передатчика, $\mathbf{r}_R$ – местоположение приемника, $\mathbf{v}_\mathrm{R}$ – скорость движения приемника, а $\Delta\mathbf{r} \equiv \mathbf{r}_R(t_T) - \mathbf{r}_T(t_T)$ – разница между местоположением приемника и передатчика в координатное время передачи t_T. Коррекция координатного времени для учета скорости движения приемника имеет вид:

$$\Delta t_{\mathrm{vel}} \approx \Delta\mathbf{r}\cdot\mathbf{v}_R / c^2 \ . \tag{36}$$

Следует отметить, что на дополнительные члены порядка $1/c^3$ может приходиться несколько пикосекунд, в зависимости от конфигурации.

При рассмотрении воздействия гравитационного потенциала на электромагнитный сигнал необходимо включить потенциал в обе – пространственную и временную – части метрики. Метрические компоненты имеют следующий вид: $-g_{00} = 1 - 2\,U / c^2$, $g_{0j} = 0$ и $g_{ij} = (1 + 2\,U / c^2)\,\delta_{ij}$. Следовательно, истекшее TCG составляет:

$$\Delta t \approx \frac{1}{c}\int_{\mathrm{path}} \sqrt{\frac{g_{ij}}{-g_{00}}\,dx^i\,dx^j} \approx \frac{1}{c}\int_{\mathrm{path}} \left(1 + \frac{2}{c^2}U\right)\sqrt{\delta_{ij}\,dx^i\,dx^j} = \frac{\rho}{c} + \frac{1}{c^3}\int_{\mathrm{path}} 2U\,d\rho \ . \tag{37}$$

Гравитационное замедление времени составляет:

$$\Delta t_{delay} = \frac{2GM}{c^3}\ln\left(\frac{R + r + \rho}{R + r - \rho}\right) , \tag{38}$$

где:

R и r: расстояния от центра земного шара до передатчика и приемника, соответственно.

Гравитационное замедление для трассы между спутником и Землей составляет, как правило, несколько десятков пикосекунд. Общее TCG является суммой членов уравнений (35) и (38).

Координатное время распространения (TT) составляет:

$$\Delta t' = (l - L_G)\Delta t = \frac{\rho}{c} - L_G\frac{\rho}{c} + \frac{2GM}{c^3}\ln\left(\frac{R + r + \rho}{R + r - \rho}\right). \tag{39}$$

Это – интервал времени, который будет измеряться часами на геоиде.

Например, для сигнала, направленного от геостационарного спутника с орбитальным радиусом 42 164 км на часы, находящиеся на экваторе на той же долготе, замедление на трассе составит –27 пс. Для спутника GPS с углом места 40° второй и третий члены практически сокращаются, и замедление на трассе составляет –3 пс.

Геоцентрическая, связанная с Землей система координат

При планировании расчета в ECEF системе координат геометрическая часть TCG составляет:

$$\Delta t \;=\; \frac{1}{c}\int\limits_{\text{path}} \sqrt{\,g_{i\,j}\;dx^i dx^j}\;+\;\frac{1}{c}\int\limits_{\text{path}} g_{0\,j}\;dx^i\;. \tag{40}$$

Метрические компоненты имеют следующий вид: $-g_{00} \approx 1$, $g_{0\,j} = (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})_j / c$ и $g_{i\,j} \approx \delta_{i\,j}$, где $\mathbf{r}$ – вектор местоположения некой точки на трассе сигнала. Координатное время (TT) составляет $\Delta t' = (1 - L_G)\,\Delta t$.

Первым членом уравнения (40) является ρ'/c, где ρ' – эвклидова длина трассы в ECEF системе координат. Если $\mathbf{r}_T$ – местоположение передатчика, $\mathbf{r}_R$ – местоположение приемника, а $\mathbf{v}'_R$ – скорость движения приемника, то

$$\frac{\rho'}{c} = \frac{1}{c}\left|\mathbf{r}_R(t_R) - \mathbf{r}_T(t_T)\right| \approx \frac{1}{c}\left|\Delta\mathbf{r} + \mathbf{v}'_R(t_R - t_T)\right| \approx \frac{1}{c}\left|\Delta\mathbf{r}\right| + \frac{1}{c^2}\Delta\mathbf{r}\cdot\mathbf{v}'_R\;, \tag{41}$$

где:

$\Delta\mathbf{r} \equiv \quad \mathbf{r}_R(t_T) - \mathbf{r}_T(t_T)$.

Второй член уравнения (40) – это эффект Саньяка. Следовательно,

$$\Delta t_{Sagnac} \approx \frac{1}{c^2}\int_A^B (\omega\times\mathbf{r})\cdot d\mathbf{r} = \frac{1}{c^2}\int_A^B \omega\cdot(\mathbf{r}\times d\mathbf{r}) = 2\frac{1}{c^2}\int_A^B \omega\cdot d\mathbf{A} \;=\frac{2\omega A}{c^2}\,, \tag{42}$$

где:

A: проекция на экваториальную плоскость области, образуемой центром вращения и конечными точками трассы сигнала.

Для расчета полного времени распространения должно учитываться также гравитационное замедление.

Барицентрическая система координат

Для описания распространения электромагнитного сигнала может использоваться барицентрическая система координат с декартовыми координатами (x, y, z).

Поскольку здесь учитывается только гравитационное воздействие Солнца, для удобства расчетов гравитационного замедления времени может использоваться пространственная сетка, в которой передатчик имеет местоположение ($-a_T$, b, 0), а приемник имеет местоположение (a_R, b, 0), и, таким образом, распространение осуществляется по приблизительно прямолинейной трассе $y = b$ (пренебрегая гравитационным отклонением), где b – расстояние максимального приближения к Солнцу. Координатное время распространения (TCB) составляет:

$$\Delta t \;\approx\; \frac{1}{c}\int\limits_{\text{path}} \sqrt{\frac{g_{ij}}{-g_{00}}\,dx^i dx^j} \;\approx \frac{1}{c}\int_{-a_T}^{a_R}\left(1+\frac{2}{c^2}U_S\right)\,dx = \frac{1}{c}\int_{-a_T}^{a_R}\left(1+\frac{1}{c^2}\,\frac{2\,GM_S}{\sqrt{x^2+b^2}}\right)\,dx\,, \tag{43}$$

где U_S – гравитационный потенциал Солнца. Следовательно,

$$\Delta t = \frac{1}{c}(a_T + a_R) + 2\frac{GM_S}{c^3}\ln\frac{a_R + \sqrt{a_R{}^2 + b^2}}{-a_T + \sqrt{a_T{}^2 + b^2}} \quad . \tag{44}$$

С учетом уровня аппроксимации, в зависимости от времени распространения, координатное время TT распространения может быть масштабировано из TCB следующим образом:

$$\Delta t' = (1 - L_B)\,\Delta t = \frac{1}{c}(1 - L_B)(a_T + a_R) + 2\frac{GM_S}{c^3}\ln\frac{a_R + \sqrt{a_R{}^2 + b^2}}{-a_T + \sqrt{a_T{}^2 + b^2}}\ . \tag{45}$$

Справочные документы

HARADA ,W. and FUKUSHIMA, T. [2003] Harmonic Decomposition of Time Ephemeris TE405. *Astron. J.* 126, 2557–2561.

IRWIN, A.W. and FUKUSHIMA, T. [1999] A Numerical Time Ephemeris of the Earth. *Astron. Astrophys.* 348, 642–652.

FAIRHEAD, L. and BRETAGNON, P. [1990] An Analytic Formula for the Time Transformation *TB-TT*. *Astron. Astrophys.* 229, 240–247.

McCARTHY, D.D. and SEIDELMANN, P. K. [2009] Time: From Earth Rotation to Atomic Physics (Wiley-VCH, Weinheim).

NELSON, R.A. [2011] Relativistic Time Transfer in the Vicinity of the Earth and in the Solar System. *Metrologia* 48, S171–S180.

PETIT, G. and LUZUM, B. (editors) [2010] IERS Conventions (2010) (International Earth Rotation and Reference Systems Service).

PETIT, G., and WOLF, P. [2005] Relativistic Theory for Time Comparisons: A Review. *Metrologia* 42, S138–S144.

International Telecommunication Union, Geneva [2010] *Satellite Time and Frequency Transfer and Dissemination*.