

RECOMENDACIÓN UIT-R S.736-3*

**ESTIMACIÓN DE LA DISCRIMINACIÓN POR POLARIZACIÓN EN LOS
CÁLCULOS DE INTERFERENCIA ENTRE REDES DE SATÉLITES
GEOESTACIONARIOS EN EL SERVICIO FIJO POR SATÉLITE**

(Cuestión UIT-R 42/4)

(1992-1994-1995-1997)

La Asamblea de Radiocomunicaciones de la UIT,

considerando

- a) que más de una red de satélites geoestacionarios del servicio fijo por satélite (SFS) utiliza las mismas bandas de frecuencias;
- b) que la interferencia entre las redes del SFS contribuye a aumentar el ruido en dichas redes;
- c) que es necesario proteger cualquier red del SFS contra la interferencia causada por otras redes de este servicio;
- d) que la estimación detallada de la interferencia mutua entre redes de satélite, debida al aumento de la ocupación de la órbita geoestacionaria, requiere calcular valores más precisos de la discriminación por polarización resultante de la utilización de polarizaciones diferentes o idénticas en el sistema deseado o en el sistema interferente;
- e) que la utilización, para las necesidades reales de coordinación, de los valores correspondientes a los factores de aislamiento por polarización que figuran en el Apéndice 29 del Reglamento de Radiocomunicaciones, no proporcionaría una estimación precisa de la discriminación por polarización en el cálculo de los márgenes reales de interferencia,

recomienda

- 1 que, para estimar la discriminación por polarización entre dos redes de satélite determinadas, se utilice el método descrito en el Anexo 1.

ANEXO 1

Estimación de la discriminación por polarización**1 Definición de la polarización de una onda electromagnética**

La polarización de una onda electromagnética se define como el vector del campo eléctrico que se sitúa en un plano ortogonal a la dirección de propagación de la misma.

En general, este vector describe una elipse. Los dos casos particulares existentes son los siguientes: polarización circular, en la que ambos ejes de la elipse son iguales, y polarización lineal, en la que uno de los ejes vale cero.

Si la onda radiada tiene polarización lineal, existen dos planos de polarización ortogonales, manteniendo cada vector de polarización una dirección fija. El plano de polarización de una onda con polarización lineal es el que contiene la dirección de la propagación de la onda y el vector de polarización.

Si la onda radiada tiene polarización circular, pueden existir rotaciones a izquierda o a derecha.

2 Definición del ángulo de polarización y del ángulo de alineación relativa

El ángulo de polarización, ϵ , es el ángulo formado por el plano vertical, que incluye la dirección de propagación (en la dirección de puntería de la estación terrena hacia el satélite), y el plano de polarización de la onda con polarización lineal transmitida por el satélite o por la estación terrena hacia el satélite.

* Esta Recomendación debe señalarse a la atención del Grupo de Trabajo 10-11S de Radiocomunicaciones.

El ángulo de alineación relativa, β , es en el caso de polarización lineal, el ángulo comprendido entre:

- los planos de polarización de las señales deseada e interferente ($\epsilon_1 - \epsilon_2$) (véase el Apéndice 2);
- o bien, entre el plano de polarización de la señal recibida y el plano de polarización de la antena receptora (véase el Apéndice 1).

En el caso copolar, el ángulo β viene dado por:

$$\beta = |\epsilon_1 - \epsilon_2| + \delta$$

siendo:

δ : tolerancia.

En los Apéndices 1 y 2 se indica el modo de calcular los ángulos β y ϵ .

3 Definición de la relación de desacoplamiento por polarización y de la discriminación por polarización

La relación de desacoplamiento por polarización $D_p(\varphi)$ de una antena de estación terrena o de satélite es la relación entre la componente del campo en la polarización deseada y la componente del campo en la polarización ortogonal, siendo φ el ángulo entre las direcciones de las señales deseada e interferente.

La discriminación por polarización, Y (factor de aislamiento por polarización) de una antena receptora es la relación entre la potencia recibida de dos ondas con polarización y dirección diferentes.

Ha de señalarse que si en la red interferente o la deseada (o en ambas) funciona un conjunto de transpondedores con una polarización y otro conjunto de transpondedores con la polarización ortogonal en la misma frecuencia, no procede incluir la discriminación por polarización íntegra en los cálculos de interferencia entre las dos redes. La medida de esa discriminación dependerá del grado de superposición de las bandas de paso de los transpondedores de una y otra red. En el caso más desfavorable, es decir cuando los transpondedores de las dos redes están exactamente alineados en frecuencia y en anchura de banda, no debe incluirse ninguna discriminación por polarización entre las redes al calcular su interferencia recíproca.

4 Cálculo de la discriminación por polarización, Y , en el caso de polarización lineal

4.1 Cálculo de la discriminación por polarización en el enlace descendente, Y_d

El objetivo de este cálculo es determinar, en el caso de una estación terrena receptora deseada, la discriminación con respecto a una señal interferente. Se han establecido los diagramas de radiación de la estación terrena para los planos de polarización copolar y contrapolar utilizando datos experimentales.

Los ángulos de polarización se calculan, tanto para la señal deseada como para la interferente, utilizando las coordenadas de las dos direcciones de puntería de las antenas de satélite deseada e interferente, así como las coordenadas de la estación terrena de referencia.

El valor que se obtiene para la discriminación, Y_d , tiene en cuenta la onda copolarizada procedente del satélite interferente y recibida en la estación terrena receptora (diagramas copolar, $A_{//}(\varphi)$ y contrapolar, $A_{+}(\varphi)$).

También se tiene en cuenta la señal con polarización cruzada procedente del satélite interferente y que es recibida según el diagrama copolar de la estación terrena. Sin embargo, puede despreciarse el aislamiento adicional producido por la relación entre la señal contrapolar transmitida y la señal contrapolar recibida.

$$Y_d = -10 \log \left(\cos^2 \beta + \sin^2 \beta \cdot 10^{-D_p(\varphi_b)/10} + \sin^2 \beta \cdot 10^{-D_{psat}/10} \right) \quad \text{dB} \quad (1)$$

donde:

φ_b : separación topocéntrica entre satélites

$D_p(\varphi_b)$: desacoplamiento por polarización de la estación terrena deseada:

$$D_p(\varphi_b) = A_{//}(\varphi_b) - A_{+}(\varphi_b) \quad \text{dB}$$

D_{psat} : desacoplamiento por polarización (dB) del satélite interferente en la zona de cobertura en la que se encuentra la estación terrena deseada.

4.2 Cálculo de la discriminación por polarización en el enlace ascendente, Y_u

El objetivo de este cálculo es determinar, de manera semejante a como se ha hecho en el punto precedente para una antena receptora del satélite deseado, la discriminación, Y_u , con respecto a una señal interferente.

$$Y_u = -10 \log \left(\cos^2 \beta + \sin^2 \beta \cdot 10^{-D_p(\psi_b)/10} + \sin^2 \beta \cdot 10^{-D_{pst}/10} \right) \quad \text{dB} \quad (2)$$

donde:

ψ_b : ángulo entre la dirección principal de radiación y la dirección de la estación terrena interferente

$D_p(\psi_b)$: desacoplamiento por polarización del satélite deseado:

$$D_p(\psi_b) = S_{//}(\psi_b) - S_{+}(\psi_b) \quad \text{dB}$$

$S_{//}$ y S_{+} : diagramas copolar y contrapolar de la antena del satélite deseado

D_{pst} : desacoplamiento por polarización (dB) de la estación terrena interferente.

5 Cálculo de la discriminación por polarización, Y , en el caso de dos polarizaciones, circular y lineal

En el caso de una señal interferente con polarización lineal (el vector de polarización lineal puede obtenerse a partir de dos vectores de polarización circular, con rotación dextrógira y levógira), la discriminación que se obtiene en la antena receptora deseada que funcione con polarización circular puede expresarse de manera similar a la anterior:

$$Y = -10 \log \frac{1}{2} \left(1 + 10^{-D_p(\varphi)/10} \right) \quad \text{dB} \quad (3)$$

donde:

$D_p(\varphi)$: desacoplamiento por polarización de la antena receptora (dB).

Igualmente, en el caso de una señal interferente con polarización circular (el vector de polarización circular puede considerarse compuesto por dos vectores ortogonales de polarización lineal), la discriminación que se obtiene en la antena receptora deseada que funcione con polarización lineal puede describirse utilizando la misma fórmula.

6 Aplicación a casos reales

A partir de las relaciones anteriores, el cálculo de la discriminación por polarización en los diversos casos permite estimar la mejora obtenida en los cálculos de interferencia. En especial, puede considerarse la utilización de una polarización ortogonal a la de la señal interferente. Las relaciones descritas no tienen en cuenta los efectos de las condiciones de propagación sobre el plano de polarización de la señal; esto se incluye en el Apéndice 1 al Anexo 1.

7 Orientación de los planos de polarización

Es posible orientar el plano de polarización de la antena receptora de una estación terrena (con polarización lineal) para dos condiciones óptimas diferentes, una de ellas para minimizar la interferencia procedente de una señal con polarización ortogonal en condiciones atmosféricas despejadas y la otra para minimizar los efectos de la despolarización debida a la lluvia. En el Apéndice 1 se describen los métodos de cálculo de las alineaciones óptimas para ambos casos.

8 Despolarización debida a la lluvia (véase el Apéndice 3)

Tras la propagación atmosférica, una onda con una determinada polarización (lineal o circular) no mantiene esta polarización debido al efecto Faraday en la ionosfera y al efecto de polarización cruzada en la troposfera. La zona afectada es la gama de frecuencias comprendida entre unos 10 MHz a unos 50 GHz. Se dice que hay polarización cruzada cuando parte de la energía transmitida en una polarización se encuentra en una polarización ortogonal después de la propagación.

La troposfera (atmósfera no ionizada) se extiende desde el suelo hasta aproximadamente 15 km de altitud y puede crear polarización cruzada de ondas electromagnéticas en los casos siguientes:

- efecto del cielo despejado (fenómeno de reflexión): el efecto es pequeño en enlaces oblicuos;
- efecto de los cristales de hielo: este efecto es claro en los enlaces de satélite y se debe a la refracción de las ondas en altitud sobre los cristales de hielo, que se convierten parcialmente en agua líquida (isoterma 0 °C). Esta polarización cruzada puede ser muy severa ya que no existe atenuación;
- efecto de las precipitaciones: debido a su configuración no esférica, las gotas de lluvia pueden crear ondas en polarización ortogonal.

Los efectos de la lluvia y de los cristales de hielo dependen del clima. En el Apéndice 3 se estudian los efectos de las gotas de lluvia sobre los enlaces de satélite.

APÉNDICE 1

AL ANEXO 1

Optimización de la orientación de la polarización

1 Modelo simple de enlace satélite-Tierra

Los efectos de la despolarización en los enlaces satélite-Tierra (o Tierra-satélite) han sido analizados extensamente y se han formulado procedimientos matemáticos que tienen en cuenta todas las contribuciones conocidas a la despolarización. Estos procedimientos son, no obstante, sumamente complejos y farragosos. Por ello, se ha desarrollado un modelo simplificado adecuado para el análisis de interferencia de primer orden que utiliza el concepto de ganancia equivalente de un enlace parcial (es decir, la conexión Tierra-espacio o la conexión espacio-Tierra).

La ganancia equivalente (en forma de relación de potencias) de un enlace parcial puede representarse por la siguiente aproximación:

$$G = G_1 \cdot \cos^2 \beta + G_2 \cdot \sin^2 \beta$$

$$G_1 = G_{tp} \cdot G_{rp} \cdot A + G_{tc} \cdot G_{rc} \cdot A + G_{tp} \cdot G_{rc} \cdot A \cdot X + G_{tc} \cdot G_{rp} \cdot A \cdot X$$

$$G_2 = \left(\sqrt{G_{tc} \cdot G_{rc} \cdot A} + \sqrt{G_{tc} \cdot G_{rp} \cdot A} \right)^2 + G_{tp} \cdot G_{rp} \cdot A \cdot X + G_{tc} \cdot G_{rc} \cdot A \cdot X \quad (4)$$

donde:

- β : ángulo, para polarización lineal, de alineación relativa entre el plano de polarización de la señal recibida y el plano de polarización de la antena de recepción
- G_{tp} : característica de ganancia copolar de la antena de transmisión expresada como relación de potencias (Recomendaciones UIT-R S.465 y UIT-R S.580, para estaciones terrenas y Recomendación UIT-R S.672 para satélites)
- G_{tc} : característica de ganancia contrapolar de la antena de transmisión expresada como relación de potencias (Recomendación UIT-R S.731 par cada estación terrena)
- G_{rp} : característica de ganancia copolar de la antena de recepción expresada como relación de potencias (Recomendaciones UIT-R S.465, UIT-R S.580 y UIT-R S.672)
- G_{rc} : característica de ganancia contrapolar de la antena de recepción expresada como relación de potencias (Recomendación UIT-R S.731 par cada estación terrena)
- A : desvanecimiento producido por la lluvia expresado como relación de potencias ≤ 1
- X : despolarización producida por la lluvia expresada como relación de potencias $\ll 1$.

En los puntos que siguen se incluyen cálculos para obtener el ángulo, β , para los casos siguientes:

- polarización alineada para minimizar los efectos del desvanecimiento producido por la lluvia, y
- polarización alineada para minimizar la interferencia.

Utilizando el concepto de ganancia equivalente, la potencia de la portadora deseada, C , o la potencia interferente de una sola fuente, I , en cada enlace parcial viene dada simplemente por:

$$C (o I) = P_T - L_{FS} - L_{CA} + 10 \log G \quad \text{dBW} \quad (5)$$

donde:

- P_T : potencia de la antena transmisora deseada (interferente) (dBW)
- L_{FS} : pérdida en el espacio libre en el enlace deseado (interferente) (dB)
- L_{CA} : absorción con cielo despejado en el enlace deseado (interferente) (dB)
- G : ganancia equivalente en el enlace deseado (interferente) (dB).

2 Orientación de la polarización para minimizar la interferencia debida a la despolarización producida por la lluvia

Como se ilustra en la Fig. 1, el plano de polarización aparente en la superficie de la Tierra es función de las coordenadas geográficas del punto de puntería, del punto de prueba que se considera y del satélite. Para calcular este ángulo de polarización, ε , puede utilizarse la siguiente ecuación:

$$\text{tg } \varepsilon = \frac{\text{sen } \psi_b \cdot \cos \psi_p \cdot \text{sen } (\lambda_p - \lambda_s) - \cos \psi_b \cdot \text{sen } \psi_p \cdot \text{sen } (\lambda_b - \lambda_s)}{\text{sen } \psi_b \cdot \text{sen } \psi_p + \cos \psi_b \cdot \cos \psi_p \cdot \text{sen } (\lambda_b - \lambda_s) \cdot \text{sen } (\lambda_p - \lambda_s)} \quad (6)$$

donde:

- ψ : latitud
- λ : longitud
- b : punto de puntería
- p : punto de prueba
- s : satélite.

En lo anterior se ha supuesto que el plano de polarización se optimiza para el mínimo desvanecimiento producido por la lluvia en el punto de puntería, es decir, en alineación con la horizontal local o la vertical local. En forma funcional, la ecuación (6) puede escribirse:

$$\varepsilon = f(\psi_b, \lambda_b, \psi_p, \lambda_p, \lambda_s)$$

Para determinar la componente de interferencia en el punto de prueba, p , se necesita conocer la diferencia de ángulos de polarización.

Por tanto, si las señales deseada e interferente son «copolares», el ángulo β de la ecuación (4) puede expresarse como:

$$\beta = |\varepsilon_1 - \varepsilon_2| + \delta \quad (7)$$

donde:

- $\varepsilon_1 = f(\psi_{b_1}, \lambda_{b_1}, \psi_p, \lambda_p, \lambda_{s_1})$
- $\varepsilon_2 = f(\psi_{b_2}, \lambda_{b_2}, \psi_p, \lambda_p, \lambda_{s_2})$
- b_1 : punto de puntería del satélite deseado s_1
- b_2 : punto de puntería del satélite interferente s_2
- δ : margen de desalineación de la antena de estación terrena y tolerancias rotacionales de los haces de satélite.

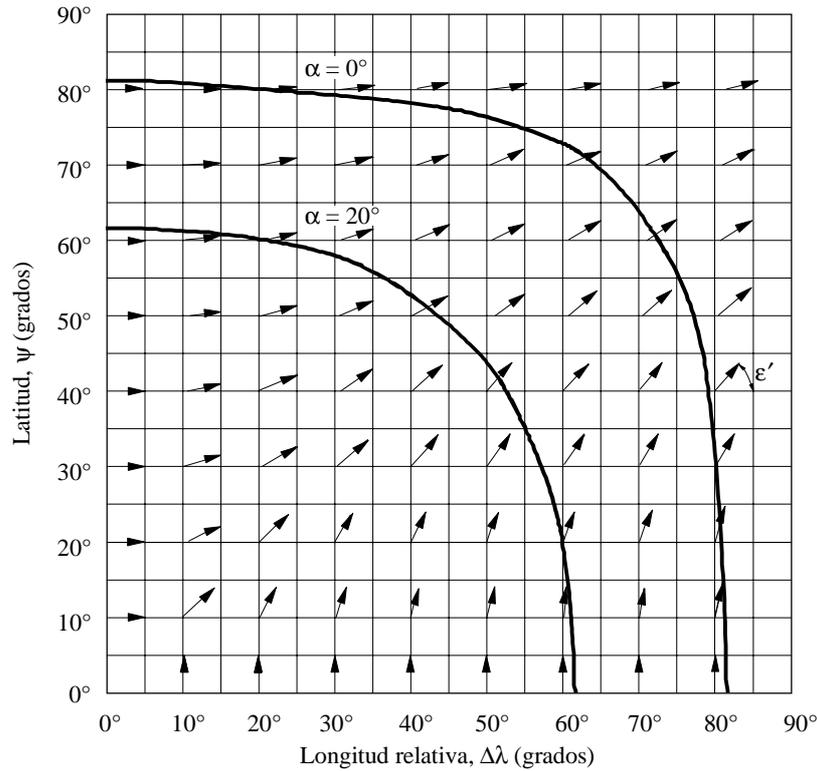
Si las señales deseada e interferente son «contrapolares», el ángulo β_χ , en el caso más desfavorable, es:

$$\beta_\chi = \frac{\pi}{2} - |\epsilon_1 - \epsilon_2| - \delta \quad (8)$$

En algunas circunstancias, la distinción entre copolar y contrapolar puede ser puramente académica. Así, para los fines de este análisis, se supondrá la siguiente definición:

- si las dos señales deseadas están alineadas con la horizontal local respectiva o con las verticales locales respectivas, se considerarán copolares.

FIGURA 1
Variación del ángulo de polarización recibido en la Tierra



α : Ángulo de elevación

0736-01

3 Orientación de polarización para minimizar la interferencia con atmósfera despejada

La interferencia mínima se produce cuando en la órbita de los satélites los planos de polarización son ortogonales, es decir, cuando los planos de polarización se hallan en el plano ecuatorial o en el plano del eje Norte-Sur de la Tierra. Para el ángulo de polarización, ϵ' , cuando el vector de polarización de la onda transmitida es paralelo al plano ecuatorial, puede utilizarse la siguiente ecuación:

$$\operatorname{tg} \epsilon' = \frac{\operatorname{sen}(\lambda_p - \lambda_s)}{\operatorname{tg} \psi} \sqrt{1 + \left(\frac{\alpha' \operatorname{sen} \xi}{1 - \alpha' \cos \xi} \right)^2} \quad (9)$$

$$\cos \xi = \cos(\lambda_p - \lambda_s) \cdot \cos \psi_p$$

α' : radio de la Tierra dividido por el radio de la órbita $\approx 0,151$.

Por tanto, en forma funcional:

$$\varepsilon' = g(\Psi_p, \lambda_p, \lambda_s)$$

Cuando las señales deseada e interferente son «copolares», es decir, cuando ambas tienen los planos de polarización paralelos al plano ecuatorial o cuando ambos son perpendiculares al plano ecuatorial, el ángulo relativo, β , entre los planos de polarización deseado e interferente viene dado por:

$$\beta = |\varepsilon'_1 - \varepsilon'_2| + \delta \quad (10)$$

donde:

$$\varepsilon'_1 = g(\Psi_p, \lambda_p, \lambda_{s_1})$$

$$\varepsilon'_2 = g(\Psi_p, \lambda_p, \lambda_{s_2})$$

s_1 : satélite deseado

s_2 : satélite interferente.

Análogamente, cuando ambas señales son contrapolares, el ángulo relativo, β_χ , viene dado por:

$$\beta_\chi = \frac{\pi}{2} - |\varepsilon'_1 - \varepsilon'_2| - \delta \quad (11)$$

Las variaciones de ε' se indican en la Fig. 1.

APÉNDICE 2

AL ANEXO 1

Cálculo del ángulo de polarización y del ángulo de alineación relativa

1 Cálculo del ángulo de polarización ε de una onda con polarización lineal

1.1 Definición de los sistemas de coordenadas ortonormales (véase la Fig. 2)

Los sistemas de coordenadas ortonormales utilizados son los siguientes:

- *el sistema de coordenadas básico con origen en el centro de la Tierra \mathbf{R}_g : ($\vec{X}_g, \vec{Y}_g, \vec{Z}_g$): \vec{Z}_g está orientada al Norte y \vec{X}_g en el plano ecuatorial está determinada por la dirección \vec{GS} , donde G es el centro de la Tierra y el origen del sistema, y S el satélite;*
- *el sistema de coordenadas \mathbf{R}_s conectado con el satélite S: ($\vec{X}_s, \vec{Y}_s, \vec{Z}_s$): $\vec{Z}_s = -\vec{X}_g$ e \vec{Y}_s está orientada al Este en el plano ecuatorial;*
- *el sistema de coordenadas \mathbf{R}_a conectado con la antena A del satélite S: ($\vec{X}_a, \vec{Y}_a, \vec{Z}_a$): \vec{Z}_a está orientada en la dirección de puntería Pv e \vec{Y}_a está orientada al Este en el plano ecuatorial; y*

el sistema $\mathbf{R}_a(\gamma)$ vinculado con el vector de polarización de la antena A del satélite S: ($\vec{X}_a(\gamma), \vec{Y}_a(\gamma), \vec{Z}_a$): la transformación del sistema de coordenadas \mathbf{R}_a al sistema de coordenadas $\mathbf{R}_a(\gamma)$ se efectúa mediante una rotación $(-\gamma)$ en torno a \vec{Z}_a . Ese eje $\vec{Y}_a(\gamma)$ es el eje de simetría del reflector de la antena A y define la dirección de la polarización lineal principal de esta antena para una dirección de propagación \vec{Z}_a , es decir, en la dirección de puntería Pv de la antena A del satélite S;

- el sistema de coordenadas \mathbf{R}_p conectado con la estación terrena P y el satélite S al que está conectada la estación terrena: $(\vec{X}_p, \vec{Y}_p, \vec{Z}_p)$: \vec{Z}_p está orientada al satélite S y \vec{X}_p está orientada a la izquierda de un observador que, situado en la estación P, mira al satélite S: la dirección \vec{X}_p es $\vec{Vert}(P) \wedge \vec{Z}_p$;

$\vec{Vert}(P) = \vec{GP}$ da la dirección de la vertical local en la Tierra, en el emplazamiento de la estación terrena P

$\vec{Vert}(P) = [R_t \cos \psi_p \cos (\lambda_p - \lambda_s); R_t \cos \psi_p \sin (\lambda_p - \lambda_s); R_t \sin \psi_p]$ en el sistema \mathbf{R}_g

por tanto:

$$\vec{X}_p = (\vec{Vert}(P) \wedge \vec{Z}_p) / \|\vec{Vert}(P) \wedge \vec{Z}_p\| = (\vec{GP} \wedge \vec{PS}) / \|\vec{GP} \wedge \vec{PS}\|$$

$$\vec{Y}_p = \vec{Z}_p \wedge \vec{X}_p$$

$$\vec{Z}_p = \vec{PS} / \|\vec{PS}\| \text{ con } \vec{PS} = h \vec{X}_g - \vec{GP}$$

Los parámetros y notaciones son los siguientes:

índice 1: satélite y estación terrena deseados, S₁ y P₁, respectivamente

índice 2: satélite y estación terrena interferentes, S₂ y P₂, respectivamente

índice *d*: enlace descendente

índice *m*: enlace ascendente

P_v: referencia de puntería de la antena A del satélite S

P: cualquier punto de la Tierra

R_t: radio de la Tierra: 6 378 km

h: radio de la órbita de los satélites geoestacionarios (OSG): 42 164 km

k: radio de la OSG dividido por el radio de la Tierra
= 6,62 = *h* / R_t

ψ_p : latitud de la estación terrena P

λ_p : longitud de la estación terrena P

ψ_{pv} : latitud del punto de puntería P_v

λ_{pv} : longitud del punto de puntería P_v

λ_s : longitud del satélite S

θ_p : ángulo geocéntrico \hat{SGP} : ángulo en el centro de la Tierra entre el punto subsatélite y la estación terrena P

γ : ángulo de inclinación de la elipse del diagrama de cobertura de la antena del satélite: es el ángulo formado por el plano ecuatorial y el vector de polarización (o dirección del eje mayor de la elipse), y se elige de modo que sea positivo para la dirección trigonométrica que va del Ecuador hacia el eje mayor de la elipse

δ : margen de desalineación de la antena de la estación terrena y tolerancia rotacional de los haces de satélite

(ψ , θ , ($\varphi - \gamma$)): ángulos de Euler que aparecen en la matriz de transformación *M* del sistema \mathbf{R}_s al sistema $\mathbf{R}_a(\gamma)$

\wedge : producto vectorial

$\|\vec{Z}\|$: magnitud del vector \vec{Z} .

1.1.1 Vectores

1.1.1.1 La dirección de la vertical de una estación terrena en cualquier punto P se expresa en el sistema de coordenadas con base en el centro de la Tierra, \mathbf{R}_g , por:

$$\vec{Vert}(P) = [R_t \cos \psi_p \cos (\lambda_p - \lambda_s); R_t \cos \psi_p \sin (\lambda_p - \lambda_s); R_t \sin \psi_p]$$

1.1.1.2 Las coordenadas de los vectores unitarios del sistema ortonormal, \mathbf{R}_p , de la estación terrena P se expresan en el sistema \mathbf{R}_g de la siguiente manera:

$$\vec{Z}_p = \left[h - R_t \cos \psi_p \cos (\lambda_p - \lambda_s); -R_t \cos \psi_p \sin (\lambda_p - \lambda_s); -R_t \sin \psi_p \right] / \|\text{norm} \vec{Z}_p\|$$

con:

$$\|\text{norm} \vec{Z}_p\| = (h^2 + R_t^2 - 2h R_t \cos \Theta_p)^{1/2}$$

$$\vec{X}_p = \left[0; R_t \sin \psi_p; -R_t \cos \psi_p \sin (\lambda_p - \lambda_s) \right] / \|\text{norm} \vec{X}_p\|$$

con:

$$\|\text{norm} \vec{X}_p\| = |R_t \sin \Theta_p|$$

$$\vec{Y}_p = \left[R_t^2; R_t (k - \cos \Theta_p) \cos \psi_p \sin (\lambda_p - \lambda_s); R_t^2 (k - \cos \psi_p) \sin \psi_p \right] / \|\text{norm} \vec{Y}_p\|$$

con:

$$\|\text{norm} \vec{Y}_p\| = R_t^2 |\sin \Theta_p| (\sin^2 \Theta_p + (k - \cos \Theta_p)^2)^{1/2}$$

siendo:

$$\cos \Theta_p = \cos \psi_p \cos (\lambda_p - \lambda_s)$$

1.1.1.3 La dirección satélite-estación \vec{SP} se representa por el vector $-\vec{Z}_p$ y sus coordenadas se expresan de la siguiente manera:

– en el sistema de coordenadas con base en el centro de la Tierra, \mathbf{R}_g :

$$(-\vec{Z}_p) = [X_g; Y_g; Z_g]$$

$$(-\vec{Z}_p) = \begin{bmatrix} X_g \\ Y_g \\ Z_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(h - R_t \cos \psi_p \cos (\lambda_p - \lambda_s)) \\ R_t \cos \psi_p \sin (\lambda_p - \lambda_s) \\ R_t \sin \psi_p \end{bmatrix} / (h^2 + R_t^2 - 2h R_t \cos \Theta_p)^{1/2}$$

– en el sistema del satélite \mathbf{R}_s :

$$(-\vec{Z}_p) = [X_s; Y_s; Z_s] = [Z_g; Y_g; -X_g]$$

$$(-\vec{Z}_p) = \begin{bmatrix} X_s \\ Y_s \\ Z_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_g \\ Y_g \\ -X_g \end{bmatrix} = T(3 \times 3) \begin{bmatrix} X_g \\ Y_g \\ Z_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} X_g \\ Y_g \\ Z_g \end{bmatrix}$$

siendo $T(3 \times 3)$ la matriz de transformación entre los sistemas \mathbf{R}_g y \mathbf{R}_s

– en el sistema de la antena $\mathbf{R}_a(\gamma)$:

$$(-\vec{Z}_p) = [X_a(\gamma); Y_a(\gamma); Z_a]$$

$$(-\vec{Z}_p) = \begin{bmatrix} X_a(\gamma) \\ Y_a(\gamma) \\ Z_a \end{bmatrix} = {}^tM(3 \times 3) \begin{bmatrix} X_s \\ Y_s \\ Z_s \end{bmatrix}$$

siendo $M(3 \times 3)$ la matriz de transformación de Euler entre los sistemas $\mathbf{R}_a(\gamma)$ y \mathbf{R}_s .

1.2 Caso particular: la estación terrena se encuentra en el eje de puntería: $P = P_v$

1.2.1 Definición de la polarización principal de una onda con polarización lineal transmitida desde una antena de satélite A

En este caso particular, los planos de la antena de la estación terrena P_v (\vec{X}_{pv} , \vec{Y}_{pv}) y de la antena de satélite A (\vec{X}_a , \vec{Y}_a), son paralelos, el vector de polarización \vec{V}_{pol} es paralelo al plano de la OSG y está orientado hacia el Este, es decir, normal a \vec{Z}_a y \vec{Z}_g por tanto:

$$\vec{Z}_a = -\vec{Z}_{pv} = (h \vec{X}_g + \vec{Vert}(P_v)) / \|h \vec{X}_g + \vec{Vert}(P_v)\|$$

con:

$$\| -h \vec{X}_g + \vec{Vert}(P_v) \| = (h^2 + R_t^2 - 2h R_t \cos \Theta_{pv})^{1/2}$$

$$\vec{V}_{pol} = \vec{Z}_a \wedge \vec{Z}_g = (1 / \| \vec{Z}_a \wedge \vec{Z}_g \|) \cdot [R_t \cos \psi_{pv} - \text{sen}(\lambda_{pv} - \lambda_s); h - R_t \cos \Theta_{pv}; 0]$$

en el sistema R_g

con:

$$\cos \Theta_{pv} = \cos(\lambda_{pv} - \lambda_s) \cos \psi_{pv}$$

1.2.2 Definición aproximada del ángulo de polarización en el sistema R_{pv} de una estación terrena receptora en el eje de puntería P_v : determinación del ángulo de polarización de una onda con polarización lineal transmitida desde una antena de satélite A

El ángulo de polarización aproximado se define en el sistema R_{pv} por:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \text{arc tg} \left[\frac{(\vec{V}_{pol} \cdot \vec{Y}_{pv})}{(\vec{V}_{pol} \cdot \vec{X}_{pv})} \right] \\ &= \text{arc tg} \left[\frac{\text{sen}(\lambda_{pv} - \lambda_s)}{\text{tg} \psi_{pv}} \left(1 + \frac{\text{sen}^2 \Theta_{pv}}{(k - \cos \Theta_{pv})^2} \right)^{1/2} \right] \end{aligned} \quad (12a)$$

Los vectores \vec{V}_{pol} , \vec{X}_{pv} e \vec{Y}_{pv} deben expresarse en el mismo sistema.

Tomando en cuenta el ángulo, γ , que caracteriza a la polarización de la antena transmisora del satélite, el valor del ángulo de polarización puede expresarse:

$$\varepsilon(\gamma) = \varepsilon + \gamma \quad (12b)$$

1.3 Caso general: la estación terrena no está emplazada en el eje de puntería: $P \neq P_v$

1.3.1 Definición de la polarización principal y la polarización cruzada de una onda con polarización lineal transmitida desde una antena de satélite A (véase la Fig. 2a)

El campo eléctrico $\vec{E}(P)$ se define en el sistema de antena R_a del satélite S. La definición más utilizada es la tercera definición de Arthur C. Ludwig para una onda transmitida por una antena, con las componentes de polarización principal y polarización cruzada $E_p(P)$ y $E_c(P)$ en cualquier punto P expresados del modo siguiente:

$$E_p(P) = \vec{E}(P) \cdot (\vec{e}^=) : \text{polarización principal o copolar}$$

$$E_c(P) = \vec{E}(P) \cdot (\vec{e}^+) : \text{polarización cruzada o contrapolar}$$

1.3.1.1 La definición utilizada es la tercera definición de Arthur C. Ludwig: Las expresiones de los vectores $(\vec{e}^=)$ y (\vec{e}^+) de polarización lineal y cruzada, en cualquier punto P, para una onda transmitida desde la antena A del satélite S son las siguientes, en el caso de un campo polarizado linealmente en paralelo a \vec{Y}_a :

$$(\vec{e}^=) = \sin \varphi_a \cdot \vec{e}_{\theta a} + \cos \varphi_a \cdot \vec{e}_{\varphi a} \text{ en } \mathbf{R}_a: \text{ vector de polarización}$$

$$(\vec{e}^+) = \cos \varphi_a \cdot \vec{e}_{\theta a} - \sin \varphi_a \cdot \vec{e}_{\varphi a} \quad : \text{ vector de polarización cruzada}$$

siendo:

– $(\vec{e}_{\theta a}$ y $\vec{e}_{\varphi a})$: vectores unitarios usuales de las coordenadas esféricas en el sistema de antena \mathbf{R}_a :

$$(\vec{e}_{\theta a}) = [\cos \theta_a \cos \varphi_a; \cos \theta_a \sin \varphi_a; -\sin \theta_a] \text{ en } \mathbf{R}_a$$

$$(\vec{e}_{\varphi a}) = [-\sin \varphi_a; \cos \varphi_a; 0] \text{ en } \mathbf{R}_a$$

– $(\theta_a$ y $\varphi_a)$: ángulos para determinar la dirección \vec{SP} o el vector $-\vec{Z}_p$ (satélite S – cualquier estación terrena P) en el sistema de antena \mathbf{R}_a :

$$[\theta_a; \varphi_a] = [\arccos Z_a; \arctg(Y_a / X_a)] \text{ en } \mathbf{R}_a$$

X_a, Y_a et Z_a componentes del vector $-\vec{Z}_p$ en el sistema de antena \mathbf{R}_a

por tanto:

$$(-\vec{e}^=) \text{ en } \mathbf{R}_a = \begin{bmatrix} \cos \varphi_a \sin \varphi_a (\cos \theta_a - 1) \\ \sin^2 \varphi_a \cos \theta_a + \cos^2 \varphi_a \\ -\sin \varphi_a \sin \theta_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_a \sin \varphi_a \cos \theta_a - \sin \varphi_a \cos \varphi_a \\ \sin \varphi_a \sin \varphi_a \cos \theta_a + \cos \varphi_a \cos \varphi_a \\ -\sin \varphi_a \sin \theta_a \end{bmatrix}$$

1.3.1.2 En el caso de inclinación γ entre el plano ecuatorial del eje mayor de la elipse del diagrama de radiación de la antena del satélite S en el plano perpendicular al eje radioeléctrico (eje \vec{Z}_a o dirección \vec{SPV}), la definición del vector de polarización principal es similar pero debe tomar su sentido en comparación con el sentido del campo polarizado linealmente en paralelo a $\vec{Y}_a(\gamma)$ del sistema de antena $\mathbf{R}_a(\gamma)$ y no a \vec{Y}_a del sistema de antena \mathbf{R}_a .

La definición del nuevo vector de polarización $(\vec{e}^=(\gamma))$ se deduce a partir de una rotación $(-\gamma)$ alrededor de \vec{Z}_a :

$$(\vec{e}^=(\gamma))_{\mathbf{R}_a} = \sin(\varphi_a + \gamma) \cdot \vec{e}_{\theta a} + \cos(\varphi_a + \gamma) \cdot \vec{e}_{\varphi a}$$

$$(\vec{e}^=(\gamma))_{\mathbf{R}_a} = M_{za}(-\gamma) \cdot (\vec{e}^=(\gamma))_{\mathbf{R}_a(\gamma)}$$

siendo:

– $(\vec{e}_{\theta a}$ y $\vec{e}_{\varphi a})$: vectores unitarios habituales de las coordenadas esféricas que pueden también expresarse en el sistema de antena $\mathbf{R}_a(\gamma)$:

$$\vec{e}_{\theta a} = [\cos \theta_a \cos(\varphi_a + \gamma); \cos \theta_a \sin(\varphi_a + \gamma); -\sin \theta_a] \text{ en } \mathbf{R}_a(\gamma)$$

$$\vec{e}_{\varphi a} = [-\sin(\varphi_a + \gamma); \cos(\varphi_a + \gamma); 0] \text{ en } \mathbf{R}_a(\gamma)$$

- $(\theta_a \text{ y } \varphi_a)$: ángulos para determinar la dirección \vec{SP} (satélite S – cualquier estación terrena P) en el sistema de antena \mathbf{R}_a , por tanto:

$$\left(\vec{e}^{(=\gamma)} \right)_{\text{en } \mathbf{R}_a} = \begin{bmatrix} \cos \theta_a \cos \varphi_a \sin (\varphi_a + \gamma) - \sin \varphi_a \cos (\varphi_a + \gamma) \\ \cos \theta_a \sin \varphi_a \sin (\varphi_a + \gamma) + \cos \varphi_a \cos (\varphi_a + \gamma) \\ - \sin \theta_a \sin (\varphi_a + \gamma) \end{bmatrix}$$

y

$$\left(\vec{e}^{(=\gamma)} \right)_{\text{en } \mathbf{R}_a(\gamma)} = \begin{bmatrix} \cos \theta_a \cos (\varphi_a + \gamma) \sin (\varphi_a + \gamma) - \sin (\varphi_a + \gamma) \cos (\varphi_a + \gamma) \\ \cos \theta_a \sin (\varphi_a + \gamma) \sin (\varphi_a + \gamma) + \cos (\varphi_a + \gamma) \cos (\varphi_a + \gamma) \\ - \sin \theta_a \sin (\varphi_a + \gamma) \end{bmatrix}$$

- Matriz de rotación $M_{za}(-\gamma)$ con un ángulo $-\gamma$ alrededor del eje \vec{Z}_a del sistema \mathbf{R}_a (dirección \vec{SPv}) que permite pasar del sistema $\mathbf{R}_a(\gamma)$ al sistema \mathbf{R}_a y se expresa como:

$$M_{za}(-\gamma) (3 \times 3) = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = M_{za}(-\gamma)$$

Esta matriz de rotación $M_{za}(-\gamma)$ expresa el cambio de dirección del vector de polarización de la antena del satélite S que se caracteriza por el ángulo, γ , ángulo de inclinación entre el plano ecuatorial y el eje mayor de la elipse (diagrama de radiación elíptico) en el plano perpendicular al eje radioeléctrico principal, que se elige de forma que sea positivo para la dirección trigonométrica desde el ecuador hacia el eje principal de la elipse.

El vector $\vec{Z}_a = (-\vec{Z}_{pv})$ del sistema \mathbf{R}_a se expresa en el sistema de base \mathbf{R}_g de la siguiente manera:

$$\vec{Z}_a = \left[-(h - R_t \cos \psi_{pv} \cos (\lambda_{pv} - \lambda_s)); R_t \cos \psi_{pv} \sin (\lambda_{pv} - \lambda_s); R_t \sin \psi_{pv} \right] / (h^2 + R_t^2 - 2h R_t \cos \psi_{pv})^{1/2}$$

siendo:

X_a, Y_a y Z_a : componentes del vector $(-\vec{Z}_p)$ en el sistema de la antena \mathbf{R}_a

X_g, Y_g y Z_g : componentes del vector $(-\vec{Z}_p)$ en el sistema de la base terrena \mathbf{R}_g

$X_s = Z_g, Y_s = Y_g$ y $Z_s = -X_g$: componentes del vector $(-\vec{Z}_p)$ en el sistema del satélite \mathbf{R}_s

1.3.1.3 La matriz de transformación M (3×3) del sistema \mathbf{R}_s al sistema $\mathbf{R}_a(\gamma)$ tiene en cuenta los ángulos de Euler $(\psi, \theta, (\varphi - \gamma))$ definidos del modo siguiente:

- rotación ψ en torno a \vec{Z}_s : transformación del sistema \mathbf{R}_s al sistema intermedio \mathbf{R}_1 : matriz de rotación $M_{zs}(\psi)$
 $(\vec{X}_1, \vec{Y}_1, \vec{Z}_1) = (\vec{X}_s, \vec{Y}_s, \vec{Z}_s)$ siendo: $(\vec{X}_s, \vec{Y}_s, \vec{Z}_s) = M_{zs}(\psi) \cdot (\vec{X}_1, \vec{Y}_1, \vec{Z}_1)$ y $\vec{Z}_1 = \vec{Z}_s$
- rotación θ en torno a \vec{X}_1 : transformación del sistema \mathbf{R}_1 al sistema intermedio \mathbf{R}_2 : matriz de rotación $M_{x1}(\theta)$
 $(\vec{X}_2, \vec{Y}_2, \vec{Z}_2) = (\vec{X}_1, \vec{Y}_1, \vec{Z}_1)$ siendo: $(\vec{X}_1, \vec{Y}_1, \vec{Z}_1) = M_{x1}(\theta) \cdot (\vec{X}_2, \vec{Y}_2, \vec{Z}_2)$ y $\vec{X}_2 = \vec{X}_1$ y $\vec{Z}_2 = \vec{Z}_a$
- rotación $(\varphi - \gamma)$ en torno a \vec{Z}_2 : transformación del sistema \mathbf{R}_2 al sistema $\mathbf{R}_a(\gamma)$: matriz de rotación $M_{za}(\varphi - \gamma)$
 $(\vec{X}_a(\gamma), \vec{Y}_a(\gamma), \vec{Z}_a) = (\vec{X}_2, \vec{Y}_2, \vec{Z}_2)$ siendo: $(\vec{X}_2, \vec{Y}_2, \vec{Z}_2) = M_{za}(\varphi - \gamma) \cdot (\vec{X}_a(\gamma), \vec{Y}_a(\gamma), \vec{Z}_a)$ y $\vec{Z}_a(\gamma) = \vec{Z}_a$

con:

$$\theta = -\arccos (Z_{pvs} / Z_{pva})$$

$$\psi = -\text{sign} (\psi_{pv}) \cdot \left| \arccos \left[Y_{pvs} / (\sin \theta \cdot Z_{pva}) \right] \right| \text{ y}$$

$$\text{tg } \varphi = -\text{tg } \psi \cos \theta$$

X_{pva} , Y_{pva} y Z_{pva} : coordenadas de la referencia de puntería Pv en el sistema R_a

X_{pvs} , Y_{pvs} y Z_{pvs} : coordenadas de la referencia de puntería Pv en el sistema R_s

con:

$$Z_{pvs} = h - R_t \cos \psi_{pv} \cos (\lambda_{pv} - \lambda_s)$$

$$Z_{pva} = \left[h^2 + R_t^2 - 2h R_t \cos \psi_{pv} \cos (\lambda_{pv} - \lambda_s) \right]^{1/2} y$$

$$Y_{pvs} = R_t \operatorname{sen} (\lambda_{pv} - \lambda_s) \cos \psi_{pv}$$

La matriz de transformación de Euler $M (3 \times 3)$ se define del modo siguiente:

$$M (3 \times 3) = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos (\varphi - \gamma) - \operatorname{sen} \psi \cos \theta \operatorname{sen} (\varphi - \gamma) & -\cos \psi \operatorname{sen} (\varphi - \gamma) - \operatorname{sen} \psi \cos \theta \cos (\varphi - \gamma) & \operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \psi \\ \operatorname{sen} \psi \cos (\varphi - \gamma) + \cos \psi \cos \theta \operatorname{sen} (\varphi - \gamma) & -\operatorname{sen} \psi \operatorname{sen} (\varphi - \gamma) - \cos \psi \cos \theta \cos (\varphi - \gamma) & -\operatorname{sen} \theta \cos \psi \\ \operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} (\varphi - \gamma) & \operatorname{sen} \theta \cos (\varphi - \gamma) & \cos \theta \end{bmatrix}$$

porque $M (3 \times 3) = M_{zs}(\psi) (3 \times 3) \cdot M_{x1}(\theta) (3 \times 3) \cdot M_{za}(\varphi) (3 \times 3) \cdot M_{za}(-\gamma) (3 \times 3)$
 $= M_{zs}(\psi) (3 \times 3) \cdot M_{x1}(\theta) (3 \times 3) \cdot M_{za}(\varphi - \gamma) (3 \times 3)$

$$M (3 \times 3) = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\operatorname{sen} \psi & 0 \\ \operatorname{sen} \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\operatorname{sen} \theta \\ 0 & \operatorname{sen} \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\operatorname{sen} \varphi & 0 \\ \operatorname{sen} \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \gamma & \operatorname{sen} \gamma & 0 \\ -\operatorname{sen} \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M (3 \times 3) = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\operatorname{sen} \psi & 0 \\ \operatorname{sen} \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\operatorname{sen} \theta \\ 0 & \operatorname{sen} \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos (\varphi - \gamma) & -\operatorname{sen} (\varphi - \gamma) & 0 \\ \operatorname{sen} (\varphi - \gamma) & \cos (\varphi - \gamma) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

es decir:

$$\vec{V}_{R_s} = M (3 \times 3) \cdot \vec{V}_{Ra(\gamma)} \text{ y } \vec{V}_{Ra} = M_{za}(-\gamma) (3 \times 3) \cdot \vec{V}_{Ra(\gamma)}$$

expresando el \vec{V} en los sistemas de satélite y de antena R_s , R_a y $R_a(\gamma)$.

En la rotación $(-\gamma)$ debida al ángulo de inclinación γ de la cobertura elíptica del haz del satélite S se tiene por tanto en cuenta la matriz de transformación de Euler $M (3 \times 3)$ que permite pasar del sistema de antena $R_a(\gamma)$ al sistema de satélite R_s .

1.3.2 Definición precisa del ángulo de polarización en el sistema R_p de una estación terrena receptora en cualquier punto P: determinación del ángulo de polarización de una onda con polarización lineal transmitida desde una antena de satélite A

Por consiguiente, en el caso de una polarización lineal paralela a \vec{Y}_a , las componentes del vector de polarización principal (\vec{e}^{\Rightarrow}) se expresan en el sistema R_a por:

$$(\vec{e}^{\Rightarrow}) = [\cos \varphi_a \operatorname{sen} \varphi_a (\cos \theta_a - 1); \operatorname{sen}^2 \varphi_a \cos \theta_a + \cos^2 \varphi_a; -\operatorname{sen} \varphi_a \operatorname{sen} \theta_a]$$

El ángulo de polarización está definido en el sistema R_p por:

$$\varepsilon = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\left[(\vec{e}^{\Rightarrow}) \cdot \vec{Y}_p \right] / \left[(\vec{e}^{\Rightarrow}) \cdot \vec{X}_p \right] \right) \tag{13a}$$

Los vectores $(\vec{e}^=)$, \vec{X}_p e \vec{Y}_p deben expresarse en el mismo sistema de coordenadas.

Teniendo en cuenta el ángulo, γ , que caracteriza al vector de polarización $(\vec{e}^=(\gamma))$ de la antena transmisora del satélite, el valor del ángulo de polarización puede expresarse del modo siguiente:

$$\varepsilon(\gamma) = \text{arc tg} \left(\left[(\vec{e}^=(\gamma)) \cdot \vec{Y}_p \right] / \left[(\vec{e}^=(\gamma)) \cdot \vec{X}_p \right] \right) \quad (13b)$$

Los vectores $(\vec{e}^=(\gamma))$, \vec{X}_p e \vec{Y}_p deben expresarse en el mismo sistema de coordenadas.

2 Cálculo del ángulo de alineación relativa β para la polarización lineal

2.1 Caso del enlace descendente – Recepción por una estación terrena deseada P_1 (véase la Fig. 3)

Cálculo, para una estación terrena P_1 , del ángulo de alineación entre las señales procedentes de un satélite deseado S_1 y de un satélite interferente S_2

2.1.1 Determinación del vector de polarización lineal de una onda transmitida desde la antena A_1 del satélite S_1 a la estación terrena deseada P_1

Caso general: la estación terrena no coincide con el eje de puntería: $P_1 \neq P_{v1}$

La estación terrena P_1 apunta al satélite S_1 (caracterizado por su eje de puntería P_{v1} y su ángulo de inclinación γ_1 de su haz de transmisión elíptico)

Hipótesis de cálculo: el vector de polarización lineal de recepción en el eje de la estación terrena deseada P_1 está alineado con el vector de polarización lineal de transmisión fuera del eje $[\vec{e}_{1\downarrow}^=(\gamma_1)]$ de la onda transmitida por la antena A_1 del satélite deseado S_1 .

2.1.1.1 Cálculo de \vec{X}_{p1} , \vec{Y}_{p1} , \vec{Z}_{p1} en un sistema de coordenadas con base en el centro de la Tierra R_{g1} :

Las coordenadas de los vectores unitarios de la base ortonormal del sistema R_{p1} de la estación terrena P_1 se expresan en el sistema R_{g1} de la siguiente manera:

$$\vec{Z}_{p1} = \left[h - R_t \cos \psi_{p1} \cos (\lambda_{p1} - \lambda_{s1}); -R_t \cos \psi_{p1} \sin (\lambda_{p1} - \lambda_{s1}); -R_t \sin \psi_{p1} \right] / \|\text{norm} \vec{Z}_{p1}\|$$

con:

$$\|\text{norm} \vec{Z}_{p1}\| = (h^2 + R_t^2 - 2h R_t \cos \Theta_{p1})^{1/2}$$

$$\vec{X}_{p1} = \left[0; R_t \sin \psi_{p1}; -R_t \cos \psi_{p1} \sin (\lambda_{p1} - \lambda_{s1}) \right] / \|\text{norm} \vec{X}_{p1}\|$$

con:

$$\|\text{norm} \vec{X}_{p1}\| = |R_t \sin \Theta_{p1}|$$

$$\vec{Y}_{p1} = \left[R_t^2; R_t (k - \cos \Theta_{p1}) \cos \psi_{p1} \sin (\lambda_{p1} - \lambda_{s1}); R_t^2 (k - \cos \psi_{p1}) \sin \psi_{p1} \right] / \|\text{norm} \vec{Y}_{p1}\|$$

con:

$$\|\text{norm} \vec{Y}_{p1}\| = R_t^2 |\sin \Theta_{p1}| (\sin^2 \Theta_{p1} + (k - \cos \Theta_{p1})^2)^{1/2}$$

y con:

$$\cos \Theta_{p1} = \cos \psi_{p1} \cos (\lambda_{p1} - \lambda_{s1})$$

2.1.1.2 Cálculo de $\overrightarrow{S_1P_1}$ en el sistema de coordenadas con base en el centro de la Tierra R_{g1} :

La dirección satélite-estación terrena $\overrightarrow{S_1P_1}$ se representa por el vector $(-\vec{Z}_{p1})$ y sus coordenadas se expresan de la siguiente manera:

– en el sistema con base en la Tierra R_{g1} :

$$\begin{aligned} (-\vec{Z}_{p1}) &= [X_{g1}; Y_{g1}; Z_{g1}] \\ &= \left[-(h - R_t \cos \psi_{p1} \cos (\lambda_{p1} - \lambda_{s1})); R_t \cos \psi_{p1} \sin (\lambda_{p1} - \lambda_{s1}); R_t \sin \psi_{p1} \right] / (h^2 + R_t^2 - 2h R_t \cos \Theta_{p1})^{1/2} \end{aligned}$$

– en el sistema del satélite R_{s1} :

$$(-\vec{Z}_{p1}) = [X_{s1}; Y_{s1}; Z_{s1}] = [Z_{g1}; Y_{g1}; -X_{g1}] = {}^tT(3 \times 3) [X_{g1}; Y_{g1}; Z_{g1}]$$

– en el sistema de antena $R_{a1}(\gamma_1)$:

$$(-\vec{Z}_{p1}) = [X_{a1}(\gamma_1); Y_{a1}(\gamma_1); Z_{a1}(\gamma_1)] = {}^tM_1(3 \times 3) \cdot [X_{s1}; Y_{s1}; Z_{s1}]$$

siendo $M_1(3 \times 3)$ la matriz de transformación de Euler entre los sistemas $R_{a1}(\gamma_1)$ y R_{s1}

– y en el sistema de antena R_{a1} :

$$(-\vec{Z}_{p1}) = [X_{a1}; Y_{a1}; Z_{a1}] = M_{za1}(-\gamma_1)(3 \times 3) \cdot [X_{a1}(\gamma_1); Y_{a1}(\gamma_1); Z_{a1}(\gamma_1)]$$

siendo $M_{za1}(-\gamma_1)(3 \times 3)$ la matriz de transformación de rotación entre los sistemas $R_{a1}(\gamma_1)$ y R_{a1} .

2.1.1.3 Definición del vector de polarización lineal de una onda transmitida desde la antena A_1 del satélite S_1 a la estación terrena deseada P_1 .

El vector $[\vec{e}_{1\downarrow}^=(\gamma_1)]$ conforme a la tercera definición de Ludwig, (la antena del satélite S_1 tiene polarización paralela a $\vec{Y}_{a1}(\gamma_1)$), viene dado por la expresión siguiente en el sistema $R_{a1}(\gamma_1)$ (véase la Fig. 2a):

$$[\vec{e}_{1\downarrow}^=(\gamma_1)]_{R_{a1}(\gamma_1)} = \sin(\varphi_{a1} + \gamma_1) \cdot \vec{e}_{\theta_{a1}} + \cos(\varphi_{a1} + \gamma_1) \cdot \vec{e}_{\varphi_{a1}}$$

con:

– $(\vec{e}_{\theta_{a1}}$ y $\vec{e}_{\varphi_{a1}})$: vectores unitarios habituales en coordenadas esféricas del sistema de antena $R_{a1}(\gamma_1)$:

$$\vec{e}_{\theta_{a1}} = [\cos \theta_{a1} \cos(\varphi_{a1} + \gamma_1); \cos \theta_{a1} \sin(\varphi_{a1} + \gamma_1); -\sin \theta_{a1}]$$

$$\vec{e}_{\varphi_{a1}} = [-\sin(\varphi_{a1} + \gamma_1); \cos(\varphi_{a1} + \gamma_1); 0]$$

– $(\theta_{a1}$ y $\varphi_{a1})$: ángulos para determinar la dirección de $\overrightarrow{S_1P_1}$ o $(-\vec{Z}_{p1})$ de S_1 a P_1 en el sistema R_{a1} :

$$[\theta_{a1}; \varphi_{a1}] = [\arccos Z_{a1}; \arctg(Y_{a1} / X_{a1})] \text{ en } R_{a1}$$

X_{a1} , Y_{a1} y Z_{a1} : componentes del vector $(-\vec{Z}_{p1})$ en el sistema de antena R_{a1}

– el vector $[\vec{e}_{1\downarrow}^=(\gamma_1)]$ se expresa:

– en el sistema R_{s1} por la matriz de transformación de Euler $M_1(3 \times 3)$ entre los sistemas $R_{a1}(\gamma_1)$ y R_{s1} :

$$[\vec{e}_{1\downarrow}^=(\gamma_1)]_{R_{s1}} = M_1(3 \times 3) \cdot [\vec{e}_{1\downarrow}^=(\gamma_1)]_{R_{a1}(\gamma_1)}$$

– y en el sistema R_{g1} :

$$[\vec{e}_{1\downarrow}^=(\gamma_1)]_{R_{g1}} = T(3 \times 3) \cdot [\vec{e}_{1\downarrow}^=(\gamma_1)]_{R_{s1}}$$

2.1.2 Determinación del vector de polarización lineal de una onda transmitida fuera del eje desde el satélite interferente S_2 a la estación terrena deseada P_1

Caso general: la estación terrena no coincide con el eje de puntería: $P_1 \neq P_{v1}$

La estación terrena P_1 apunta al satélite S_1 pero también recibe emisiones interferentes del satélite S_2 (que se caracteriza por su eje de puntería P_{v2} y la inclinación γ_2 de su haz de transmisión elíptico)

Se calcula en el primer sistema, R_{g2} , el vector de polarización lineal de transmisión fuera del eje $[\vec{e}_{21\downarrow}^{\perp}(\gamma_2)]$ de la onda transmitida desde el satélite interferente S_2 , según el mismo método que el de la transmisión desde el satélite S_1 en el sistema R_{g1} (véase el § 2.1.1).

El vector $[\vec{e}_{21\downarrow}^{\perp}(\gamma_2)]$ conforme a la tercera definición de Ludwig, (la antena del satélite S_2 tiene polarización paralela a $\vec{Y}_{a2}(\gamma_2)$), viene dado por la expresión siguiente en el sistema $R_{a2}(\gamma_2)$:

$$[\vec{e}_{21\downarrow}^{\perp}(\gamma_2)]_{Ra2(\gamma_2)} = \sin(\varphi_{a21} + \gamma_2) \cdot \vec{e}_{\theta_{a21}} + \cos(\varphi_{a21} + \gamma_2) \cdot \vec{e}_{\varphi_{a21}}$$

con:

- $(\vec{e}_{\theta_{a21}}$ y $\vec{e}_{\varphi_{a21}})$: vectores unitarios habituales en coordenadas esféricas del sistema de la antena $R_{a2}(\gamma_2)$:

$$\vec{e}_{\theta_{a21}} = [\cos \theta_{a21} \cos(\varphi_{a21} + \gamma_2); \cos \theta_{a21} \sin(\varphi_{a21} + \gamma_2); -\sin \theta_{a21}]$$

$$\vec{e}_{\varphi_{a21}} = [-\sin(\varphi_{a21} + \gamma_2); \cos(\varphi_{a21} + \gamma_2); 0]$$

- $(\theta_{a21}$ y $\varphi_{a21})$: ángulos para determinar la dirección $\overrightarrow{S_2P_1}$ desde el satélite S_2 a la estación terrena P_1 en R_{a2} :

$$[\theta_{a21}; \varphi_{a21}] = [\arccos Z_{a21}; \arctg(Y_{a21}/X_{a21})] \text{ en } R_{a2}$$

X_{a21} , Y_{a21} y Z_{a21} : componentes del vector $(-\vec{Z}_{p21}) = (\overrightarrow{S_2P_1}) / \|(\overrightarrow{S_2P_1})\|$ en el sistema de la antena R_{a2}

- y entonces el vector $[\vec{e}_{21\downarrow}^{\perp}(\gamma_2)]$ se expresa:
 - en el sistema R_{s2} con ayuda de la matriz de transformación de Euler $M_2(3 \times 3)$ entre los sistemas R_{s2} y $R_{a2}(\gamma_2)$:

$$[\vec{e}_{21\downarrow}^{\perp}(\gamma_2)]_{Rs2} = M_2(3 \times 3) \cdot [\vec{e}_{21\downarrow}^{\perp}(\gamma_2)]_{Ra2(\gamma_2)}$$

- en el sistema R_{g2} :

$$[\vec{e}_{21\downarrow}^{\perp}(\gamma_2)]_{Rg2} = T(3 \times 3) \cdot [\vec{e}_{21\downarrow}^{\perp}(\gamma_2)]_{Rs2}$$

- y luego se expresa en el sistema R_{g1} :

$$[\vec{e}_{21\downarrow}^{\perp}(\gamma_2)]_{Rg1} = \begin{bmatrix} \cos(\lambda_{s2} - \lambda_{s1}) & -\sin(\lambda_{s2} - \lambda_{s1}) & 0 \\ \sin(\lambda_{s2} - \lambda_{s1}) & \cos(\lambda_{s2} - \lambda_{s1}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot [\vec{e}_{21\downarrow}^{\perp}(\gamma_2)]_{Rg2}$$

2.1.3 Cálculo de la alineación relativa β para la polarización lineal en el enlace descendente: recepción por la estación terrena deseada P_1 (véase la Fig. 3)

Cálculo para una estación terrena P_1 del ángulo de alineación entre los planos de polarización de las señales transmitidas por un satélite deseado S_1 y un satélite interferente S_2

Los ángulos de polarización $\epsilon_{1\downarrow}(\gamma_1)$ y $\epsilon_{21\downarrow}(\gamma_2)$ se expresan en el sistema R_{p1} , conectado con la estación terrena P_1 y con el satélite deseado S_1 al cual apunta la estación terrena deseada P_1 considerada.

2.1.3.1 Las expresiones anteriores pueden aplicarse para calcular el ángulo de polarización $\varepsilon_{1\downarrow}(\gamma_1)$ de la onda transmitida con el vector de polarización $[\vec{e}_{1\downarrow}^=(\gamma_1)]$ desde la antena A_1 del satélite deseado S_1 que se caracteriza por el ángulo γ_1 :

$$\varepsilon_{1\downarrow}(\gamma_1) = \arctg \left(\frac{[(\vec{e}_{1\downarrow}^=(\gamma_1)) \cdot \vec{Y}_{p1}]}{[(\vec{e}_{1\downarrow}^=(\gamma_1)) \cdot \vec{X}_{p1}]} \right) \quad (14)$$

Los vectores $[\vec{e}_{1\downarrow}^=(\gamma_1)]$, \vec{X}_{p1} e \vec{Y}_{p1} se expresan en el mismo sistema de coordenadas R_{g1} .

2.1.3.2 De forma similar, se calcula el ángulo de polarización $\varepsilon_{21\downarrow}(\gamma_2)$ de la onda transmitida con vector de polarización $[\vec{e}_{21\downarrow}^=(\gamma_2)]$ por la antena A_1 del satélite interferente S_2 que se caracteriza por el ángulo γ_2 :

$$\varepsilon_{21\downarrow}(\gamma_2) = \arctg \left(\frac{[(\vec{e}_{21\downarrow}^=(\gamma_2)) \cdot \vec{Y}_{p1}]}{[(\vec{e}_{21\downarrow}^=(\gamma_2)) \cdot \vec{X}_{p1}]} \right) \quad (15)$$

El vector $[\vec{e}_{21\downarrow}^=(\gamma_2)]$ se calcula inicialmente en el sistema R_{g2} y a continuación en el sistema R_{g1} .

2.1.3.3 Los ángulos de polarización $\varepsilon_{1\downarrow}(\gamma_1)$ y $\varepsilon_{21\downarrow}(\gamma_2)$ se expresan en el sistema R_{p1} conectado con la estación terrena P_1 y con el satélite deseado S_1 , y el valor de ángulo de alineación β_{\downarrow} viene dado en el caso copolar por la expresión siguiente:

$$\beta_{\downarrow} = |\varepsilon_{1\downarrow}(\gamma_1) - \varepsilon_{21\downarrow}(\gamma_2)| + \delta \quad (\text{véase la Nota 1}) \quad (16)$$

2.2 Caso del enlace ascendente: recepción por un satélite deseado S_1 (véase la Fig. 4)

Cálculo para un satélite deseado S_1 de la alineación entre las señales procedentes de una estación terrena deseada P_1 y una estación terrena interferente P_2

2.2.1 Determinación del vector de polarización lineal y del ángulo de una onda transmitida desde la estación terrena P_1 al satélite S_1

Caso general: la estación terrena no coincide con el eje de puntería: $P_1 \neq P_{v1}$

Esta estación terrena apunta al satélite S_1 (que se caracteriza por su eje de puntería P_{v1} y el ángulo de inclinación γ_1 de su haz elíptico de recepción).

Hipótesis de cálculo: el vector de polarización lineal de transmisión en el eje $[\vec{e}_{1\uparrow}^=(\gamma_1)]$ de la onda transmitida desde la antena de la estación terrena P_1 está alineado con el vector de polarización lineal de recepción fuera el eje de la antena del satélite deseado S_1 .

El cálculo del vector $[\vec{e}_{1\uparrow}^=(\gamma_1)]$ desde de la estación terrena P_1 al satélite S_1 se expresa por tanto en el sistema R_{a1} conectado con la antena A_1 del satélite deseado S_1 (que apunta hacia la dirección P_{v1}) conforme al mismo método que para el $[\vec{e}_{1\downarrow}^=(\gamma_1)]$ del enlace descendente (véase el § 2.1.1).

El ángulo de polarización desde la estación terrena P_1 viene dado en el sistema R_{a1} de la siguiente manera:

$$\varepsilon_{1\downarrow}(\gamma_1) = \arctg \left(\frac{[(\vec{e}_{1\downarrow}^=(\gamma_1)) \cdot \vec{X}_{a1}]}{[(\vec{e}_{1\downarrow}^=(\gamma_1)) \cdot \vec{Y}_{a1}]} \right)$$

Los vectores $[\vec{e}_{1\uparrow}^=(\gamma_1)]$, \vec{X}_{a1} e \vec{Y}_{a1} se expresan en el mismo sistema (por ejemplo, R_{a1}).

2.2.2 Determinación del vector de polarización lineal y del ángulo de la onda transmitida desde la estación terrena P_2 al satélite S_2

Caso general: la estación terrena no coincide con el eje de puntería $P_2 \neq P_{v2}$

Esta estación terrena apunta al satélite S_2 (caracterizado por su eje de puntería P_{v2} y el ángulo de inclinación γ_2 de su haz elíptico de recepción).

Hipótesis de cálculo: el vector de polarización lineal de transmisión en el eje $[\vec{e}_{2\uparrow}^=(\gamma_2)]$ de la onda transmitida desde la antena de la estación terrena P_2 está alineado con el vector de polarización lineal de recepción fuera del eje de la antena del satélite S_2 .

El cálculo del vector $[\vec{e}_{2\uparrow}^{\leftarrow}(\gamma_2)]$ que va desde la estación terrena P_2 al satélite S_2 se expresa por tanto en el sistema \mathbf{R}_{p2} conectado con la estación terrena P_2 apuntada al satélite S_2 (que apunta hacia el eje de puntería Pv_2), conforme al mismo método que para el vector $[\vec{e}_{2\downarrow}^{\leftarrow}(\gamma_2)]$ del enlace descendente (véase el § 2.1.1).

El ángulo de polarización desde la estación terrena P_2 viene dado en el sistema \mathbf{R}_{p2} de la siguiente manera:

$$\varepsilon_{2\uparrow}(\gamma_2) = \text{arc tg} \left(\left[(\vec{e}_{2\uparrow}^{\leftarrow}(\gamma_2)) \cdot \vec{Y}_{p2} \right] / \left[(\vec{e}_{2\uparrow}^{\leftarrow}(\gamma_2)) \cdot \vec{X}_{p2} \right] \right)$$

Los vectores $[\vec{e}_{2\uparrow}^{\leftarrow}(\gamma_2)]$, \vec{X}_{p2} e \vec{Y}_{p2} se expresan en el mismo sistema (por ejemplo, \mathbf{R}_{p2}).

2.2.3 Determinación del vector de polarización lineal fuera del eje y del ángulo de una onda transmitida desde la estación terrena P_2 hacia el satélite deseado S_1

Esta estación terrena P_2 que apunta al satélite S_2 (caracterizado por su eje de puntería Pv_2 y la inclinación del ángulo γ_2 de su haz elíptico de recepción) transmite también emisiones interferentes hacia el satélite S_1 (caracterizado por su eje de puntería Pv_1 y el ángulo de inclinación γ_1 de su haz elíptico de recepción) (véase la Fig. 2b).

El vector de polarización lineal de transmisión fuera del eje $[\vec{e}_{21\uparrow}^{\leftarrow}(\varepsilon_{2\uparrow}(\gamma_2))]$ de la onda transmitida desde la antena de la estación terrena P_2 viene dado por la expresión siguiente en el sistema \mathbf{R}_{p2} (en este caso de un campo polarizado linealmente paralelo a \vec{X}'_{p2} (siendo $\vec{X}'_{p2} = \text{Rot}_{z p2}(\varepsilon_2)(\vec{X}_{p2})$):

$$[\vec{e}_{21\uparrow}^{\leftarrow}(\varepsilon_{2\uparrow}(\gamma_2))]_{R p 2} = [\vec{e}_{21\uparrow}^{\leftarrow}(\varepsilon_2)]_{R p 2} = \cos(\varphi_{p21} - \varepsilon_2) \cdot \vec{e}_{\theta p21} - \sin(\varphi_{p21} - \varepsilon_2) \cdot \vec{e}_{\psi p21}$$

con: $\varepsilon_{2\uparrow}(\gamma_2) = \varepsilon_2$

siendo:

- $(\vec{e}_{\theta p2,1}$ y $\vec{e}_{\psi p2,1})$: vectores unitarios habituales de las coordenadas esféricas en el sistema de coordenadas de la antena \mathbf{R}_{p2} :

$$\vec{e}_{\theta p21} = [\cos \theta_{p21} \cos \varphi_{p21}; \cos \theta_{p21} \cdot \sin \varphi_{p21}; -\sin \theta_{p21}]$$

$$\vec{e}_{\psi p21} = [-\sin \varphi_{a21}; \cos \varphi_{a21}; 0]$$

- $(\theta_{p21}$ y $\varphi_{p21})$: ángulos para determinar la dirección $\overrightarrow{P_2 S_1}$ desde la estación terrena P_2 al satélite S_1 en \mathbf{R}_{p2} :

$$\cos \theta_{p21} = \left((\overrightarrow{P_2 S_2}) \cdot (\overrightarrow{P_2 S_1}) \right) / \left(\|\overrightarrow{P_2 S_2}\| \cdot \|\overrightarrow{P_2 S_1}\| \right) \text{ en } \mathbf{R}_{p2}$$

y

$$\text{tg } \varphi_{p21} = \left((\overrightarrow{P_2 S_1}) \cdot \vec{Y}_{p2} \right) / \left((\overrightarrow{P_2 S_1}) \cdot \vec{X}_{p2} \right)$$

- la dirección estación terrena-satélite $\overrightarrow{P_2 S_2}$ se representa por el vector $\vec{Z}_{p2} = (\overrightarrow{P_2 S_2}) / \|\overrightarrow{P_2 S_2}\|$.

Los vectores \vec{X}_{p2} , \vec{Y}_{p2} , \vec{Z}_{p2} se expresan en el sistema \mathbf{R}_{g2} y luego en el sistema \mathbf{R}_{g1} y el vector $(\overrightarrow{P_2 S_1})$ se expresa en el sistema \mathbf{R}_{g1} .

2.2.3.1 Cálculo de \vec{X}_{p2} , \vec{Y}_{p2} , \vec{Z}_{p2} en el sistema \mathbf{R}_{g2} :

Los vectores unitarios del sistema de coordenadas \mathbf{R}_{p2} de la estación terrena P_2 (que apunta al satélite S_2) se definen en el sistema \mathbf{R}_{g2} por las expresiones siguientes:

$$\vec{Z}_{p2} = \left[h - R_t \cos \psi_{p2} \cos(\lambda_{p2} - \lambda_{s2}); -R_t \cos \psi_{p2} \sin(\lambda_{p2} - \lambda_{s2}); -R_t \sin \psi_{p2} \right] / \|\text{norm } \vec{Z}_{p2}\|$$

con:

$$\|\text{norm } \vec{Z}_{p2}\| = (h^2 + R_t^2 - 2h R_t \cos \Theta_{p2})^{1/2}$$

$$\vec{Z}_{p2} = (\overrightarrow{P_2 S_2}) / \|\overrightarrow{P_2 S_2}\|$$

$$\vec{X}_{p2} = \left[0; R_t \sin \psi_{p2}; -R_t \cos \psi_{p2} \sin(\lambda_{p2} - \lambda_{s2}) \right] / \|\text{norm } \vec{X}_{p2}\|$$

con:

$$\|norm \vec{X}_{p2}\| = |R_t \text{ sen } \Theta_{p2}|$$

$$\vec{Y}_{p2} = \left[R_t^2; R_t (k - \cos \Theta_{p2}) \cos \Psi_{p2} \text{ sen } (\lambda_{p2} - \lambda_{s2}); R_t^2 (k - \cos \Psi_{p2}) \text{ sen } \Psi_{p2} \right] / \|norm \vec{Y}_{p2}\|$$

con:

$$\|norm \vec{Y}_{p2}\| = R_t^2 |\text{sen } \Theta_{p2}| (\text{sen}^2 \Theta_{p2} + (k - \cos \Theta_{p2})^2)^{1/2}$$

además, $\cos \Theta_{p2} = \cos \Psi_{p2} \cos (\lambda_{p2} - \lambda_{s2})$.

2.2.3.2 Cálculo del vector $(\overrightarrow{P_2S_1})$ en el sistema R_{g1} :

$$(\overrightarrow{P_2S_1}) = \left[h - R_t \cos \Psi_{p2} \cos (\lambda_{p2} - \lambda_{s1}); -R_t \cos \Psi_{p2} \text{ sen } (\lambda_{p2} - \lambda_{s1}); -R_t \text{ sen } \Psi_{p2} \right]$$

con:

$$\|(\overrightarrow{P_2S_1})\| = (h^2 + R_t^2 - 2h R_t \cos \Theta'_{p2})^{1/2}$$

y $\cos \Theta'_{p2} = \cos \Psi_{p2} \cos (\lambda_{p2} - \lambda_{s1})$.

2.2.3.3 Cálculo del vector de polarización lineal de transmisión fuera del eje $[\vec{e}_{21\uparrow}^{\equiv}(\epsilon_2)]$ en los sistemas R_{p2} y R_{g1} :

El vector $[\vec{e}_{21\uparrow}^{\equiv}(\epsilon_2 \uparrow \gamma_2)]$ viene dado por la expresión siguiente:

– en el sistema R_{g2} :

$$[\vec{e}_{21\uparrow}^{\equiv}(\epsilon_2)]_{\text{en } R_{p2}} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{p21} \cos \phi_{p21} \cos (\phi_{p21} - \epsilon_2) + \text{sen } \phi_{p21} \text{ sen } (\phi_{p21} - \epsilon_2) \\ \cos \theta_{p21} \text{ sen } \phi_{p21} \cos (\phi_{p21} - \epsilon_2) - \cos \phi_{p21} \text{ sen } (\phi_{p21} - \epsilon_2) \\ - \text{sen } \theta_{p21} \cos (\phi_{p21} - \epsilon_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{21(1)R_{p2}} \\ e_{21(2)R_{p2}} \\ e_{21(3)R_{p2}} \end{bmatrix}$$

– en los sistemas R_{g2} y R_{g1} :

– en el sistema R_{g2} mediante las expresiones anteriores de los vectores unitarios $\vec{X}_{p2}, \vec{Y}_{p2}, \vec{Z}_{p2}$ del sistema R_{p2} que son función de los vectores unitarios $\vec{X}_{g2}, \vec{Y}_{g2}, \vec{Z}_{g2}$ del sistema R_{g2} :

$$[\vec{e}_{21\uparrow}^{\equiv}(\epsilon_2)]_{R_{g2}} = [e_{21(1)R_{g2}}; e_{21(2)R_{g2}}; e_{21(3)R_{g2}}]$$

– en el sistema R_{g1} mediante la matriz de transformación siguiente para pasar del sistema de coordenadas R_{g2} al sistema de coordenadas R_{g1} :

$$[\vec{e}_{21\uparrow}^{\equiv}(\epsilon_2)]_{\text{en } R_{g1}} = \begin{bmatrix} \cos (\lambda_{s2} - \lambda_{s1}) & - \text{sen } (\lambda_{s2} - \lambda_{s1}) & 0 \\ \text{sen } (\lambda_{s2} - \lambda_{s1}) & \cos (\lambda_{s2} - \lambda_{s1}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot [\vec{e}_{21\uparrow}^{\equiv}(\epsilon_2)]_{\text{en } R_{g2}} = \begin{bmatrix} e_{21(1)R_{g1}} \\ e_{21(2)R_{g1}} \\ e_{21(3)R_{g1}} \end{bmatrix}$$

– en los sistemas R_{s1} y R_{a1} :

– en el sistema del satélite R_{s1} :

$$[\vec{e}_{21\uparrow}^{\equiv}(\epsilon_2)]_{R_{s1}} = [e_{21(1)R_{s1}}; e_{21(2)R_{s1}}; e_{21(3)R_{s1}}] = [e_{21(3)R_{g1}}; e_{21(2)R_{g1}}; -e_{21(1)R_{g1}}]$$

– en el sistema de la antena R_{a1} :

$$[\vec{e}_{21\uparrow}^{\equiv}(\epsilon_2)]_{R_{a1}} = [e_{21(1)R_{a1}}; e_{21(2)R_{a1}}; e_{21(3)R_{a1}}] \\ = {}^tM_1 (\gamma_1 = 0) (3 \times 3) \cdot [e_{21(1)R_{s1}}; e_{21(2)R_{s1}}; e_{21(3)R_{s1}}]$$

siendo M_1 ($\gamma_1 = 0$) (3×3) la matriz de transformación de Euler (con $\gamma_1 = 0$) entre los sistemas R_{a1} y R_{s1} .

El ángulo de polarización a partir de la estación terrena P_2 viene dado en el sistema R_{a1} por la siguiente expresión:

$$\varepsilon_{21\uparrow}(\varepsilon_2) = \arctan \left(\frac{[(\vec{e}_{21\uparrow}(\varepsilon_2)) \cdot \vec{X}_{a1}]}{[(\vec{e}_{21\uparrow}(\varepsilon_2)) \cdot \vec{Y}_{a1}]} \right)$$

Los vectores $[\vec{e}_{21\uparrow}(\varepsilon_2)]$, \vec{X}_{a1} e \vec{Y}_{a1} se expresan en el mismo sistema (por ejemplo, R_{a1}).

2.2.4 Cálculo del ángulo de alineación en el enlace ascendente: recepción por el satélite deseado S_1 (véase la Fig. 4)

Cálculo para el satélite deseado S_1 del ángulo de alineación entre los planos de polarización de las señales transmitidas por una estación terrena deseada P_1 y una estación terrena interferente P_2

Los ángulos de polarización $\varepsilon_{1\uparrow}(\gamma_1)$ y $\varepsilon_{21\uparrow}(\varepsilon_2)$ deben, en este caso, expresarse en el sistema de antena de satélite R_{a1} conectado con la antena A_1 del satélite deseado S_1 que apunta hacia el eje Pv_1 .

2.2.4.1 Las expresiones anteriores se aplican para calcular los ángulos de polarización $\varepsilon_{1\uparrow}(\gamma_1)$ de la onda transmitida con el vector de polarización $[\vec{e}_{1\uparrow}(\gamma_1)]$ desde la estación terrena deseada P_1 hacia la antena de recepción A_1 del satélite deseado S_1 que se caracteriza por el ángulo γ_1 :

$$\varepsilon_{1\uparrow}(\gamma_1) = \arctan \left(\frac{[(\vec{e}_{1\uparrow}(\gamma_1)) \cdot \vec{X}_{a1}]}{[(\vec{e}_{1\uparrow}(\gamma_1)) \cdot \vec{Y}_{a1}]} \right) \quad (17)$$

Los vectores $[\vec{e}_{1\uparrow}(\gamma_1)]$, \vec{X}_{a1} e \vec{Y}_{a1} se expresan en el mismo sistema R_{a1} .

2.2.4.2 De forma similar, se efectúa el cálculo del ángulo de polarización $\varepsilon_{21\uparrow}(\varepsilon_2)$ de la onda transmitida con el vector de polarización $[\vec{e}_{21\uparrow}(\varepsilon_2)]$ desde la estación terrena interferente P_2 hacia la antena receptora A_1 del satélite deseado S_1 (la estación terrena P_2 apunta a la antena receptora A_2 del satélite interferente S_2 caracterizado por el ángulo γ_2), así pues:

$$\varepsilon_{21\uparrow}(\varepsilon_2) = \arctan \left(\frac{[(\vec{e}_{21\uparrow}(\varepsilon_2)) \cdot \vec{X}_{a1}]}{[(\vec{e}_{21\uparrow}(\varepsilon_2)) \cdot \vec{Y}_{a1}]} \right) \quad (18)$$

Los vectores $[\vec{e}_{21\uparrow}(\varepsilon_2)]$, \vec{X}_{a1} e \vec{Y}_{a1} se expresan en el mismo sistema R_{a1} .

2.2.4.3 Como los ángulos de polarización $\varepsilon_{1\uparrow}(\gamma_1)$ y $\varepsilon_{21\uparrow}(\varepsilon_2)$ se expresan en el sistema de antena R_{a1} conectado con el satélite deseado S_1 , el valor del ángulo de alineación β_{\uparrow} viene dado en el caso copolar por la expresión:

$$\beta_{\uparrow} = |\varepsilon_{1\uparrow}(\gamma_1) - \varepsilon_{21\uparrow}(\varepsilon_2)| + \delta \quad (\text{véase la Nota 1}) \quad (19)$$

NOTA 1 – Zona de validez de los cálculos:

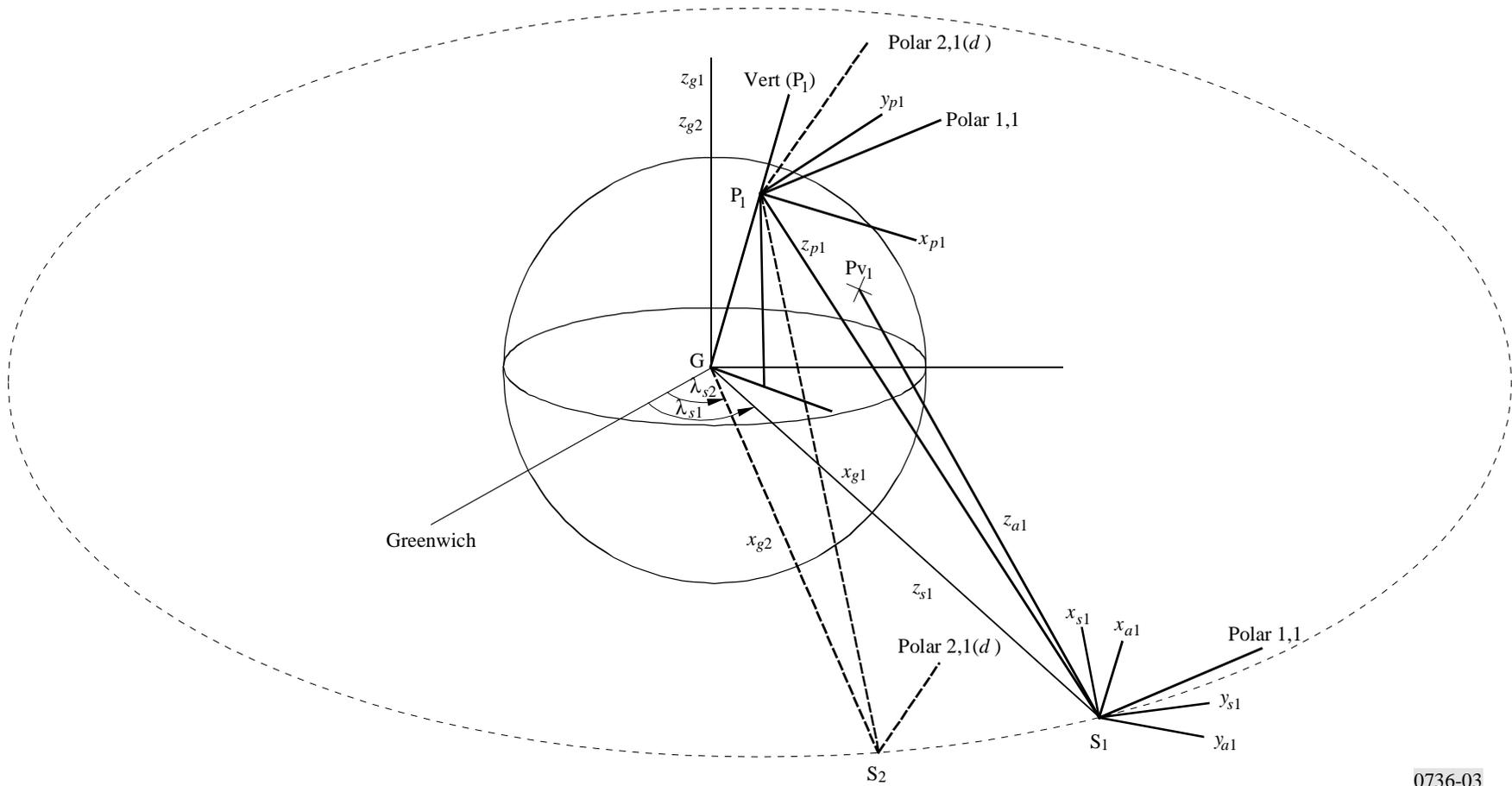
Se han establecido las dos hipótesis siguientes de simplificación que sirven para los cálculos de esta Recomendación:

- el ángulo de polarización lineal de cada una de las dos señales deseada e interferente recibidas por la antena del satélite deseado o de la estación terrena deseada se calculan en el plano $(\vec{X}, \vec{Y})_{rec}$ perpendicular a la dirección principal de la antena de recepción, en lugar de calcularse en el plano $(\vec{e}_{\theta}, \vec{e}_{\phi})_{rec}$ perpendicular a las direcciones de propagación respectivas de cada una de las dos señales.

Los ángulos fuera del eje de las antenas deben ser inferiores a unos 40° para que dicha aproximación sea válida;

- los diagramas de radiación copolar y transpolar tienen simetría de revolución alrededor del eje principal de la antena (en el caso de antena con reflector o antena de haz elíptico).

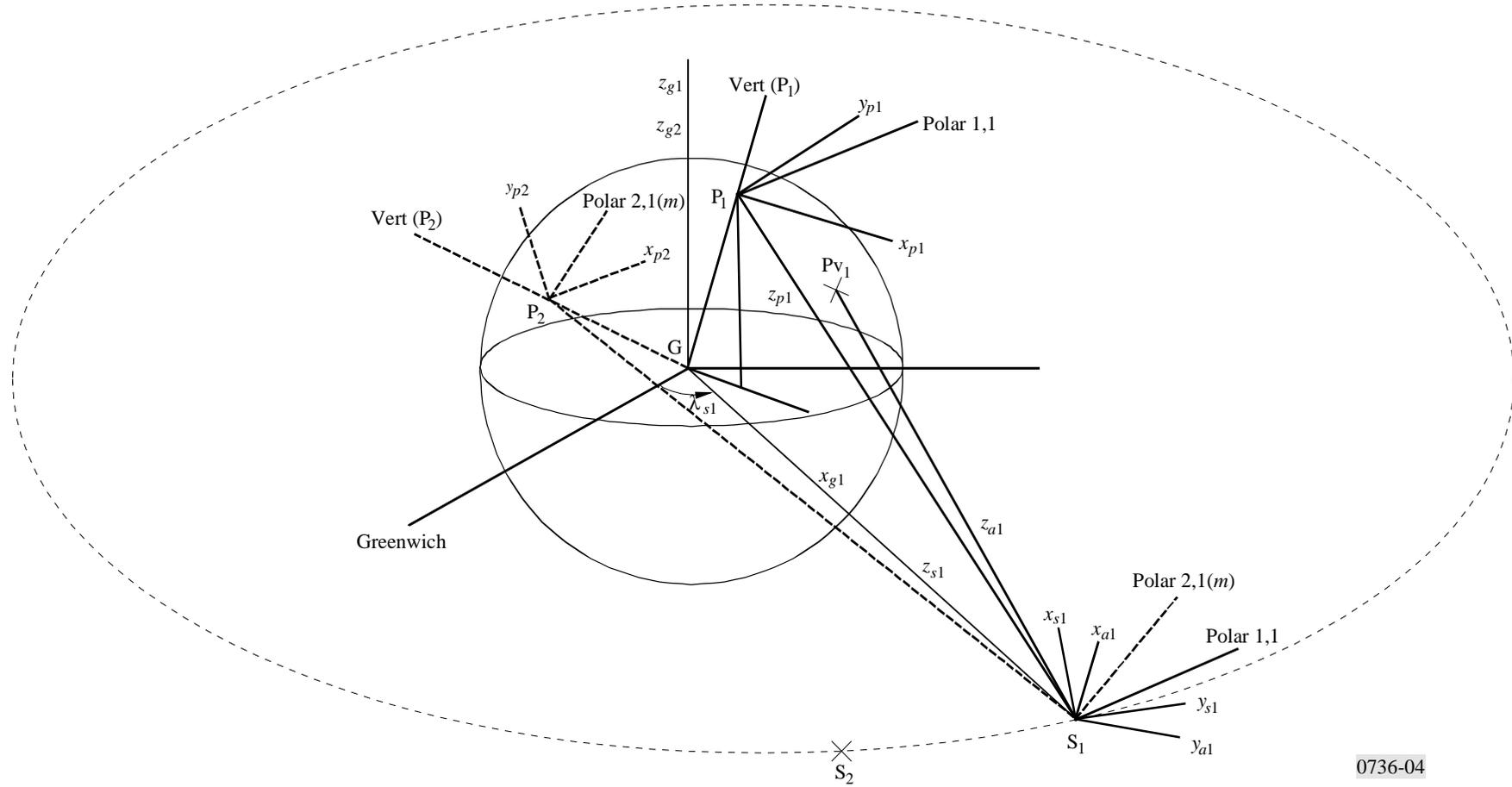
FIGURA 3
 Enlace descendente: estación receptora deseada P_1



0736-03

FIGURA 4

Enlace ascendente: satélite receptor deseado S_1



0736-04

Despolarización debida a la lluvia: polarización cruzada de ondas en la troposfera para sistemas de telecomunicaciones Tierra-espacio

1 Definición de discriminación por polarización cruzada debida a la lluvia

La discriminación por polarización cruzada debida a la lluvia, Dx_{lluvia} , es la relación entre la potencia recibida en la polarización transmitida y la potencia recibida en la polarización ortogonal.

$$Dx_{lluvia} = U - V(f) \log A_p \quad \text{dB}$$

donde:

A_p : atenuación debida a la lluvia (dB) excedida durante el porcentaje requerido de tiempo p , para el trayecto en cuestión, generalmente denominada atenuación copolar (es decir, en la polarización transmitida)

$V(f)$: valor próximo a 20 entre 8 y 15 GHz

$$U = U(f, \varepsilon_s, \tau, \sigma)$$

donde:

f : frecuencia (GHz)

ε_s : ángulo de elevación del trayecto (grados)

τ : ángulo de inclinación (grados) de la polarización del vector polarizado linealmente con respecto al plan local horizontal (para polarización circular, $\tau = 45^\circ$)

σ : desviación de la distribución del ángulo de inclinación de las gotas de lluvia.

A partir de la discriminación por polarización cruzada, se puede calcular el ángulo de polarización cruzada $\Psi_{xlluvia}$ (ángulo de rotación del vector de polarización) para calcular el nivel de despolarización.

$$\text{tg}^2(\Psi_{xlluvia}) = 10^{-(Dx_{lluvia}/10)}$$

2 Resumen de un método para calcular las estadísticas a largo plazo de la polarización cruzada debida a los hidrometeoros (véase la Recomendación UIT-R P.618)

En la troposfera existen distintos mecanismos de despolarización importantes, especialmente los efectos de los hidrometeoros. En la Recomendación UIT-R P.618 figuran los efectos de la polarización cruzada así como el cálculo de las estadísticas a largo plazo de la polarización cruzada debida a los hidrometeoros. El método descrito permite el cálculo de las estadísticas de la polarización cruzada a partir de las estadísticas de atenuación debida a la lluvia para un mismo trayecto para $8 \leq f \leq 35$ GHz y $\varepsilon_s \leq 60^\circ$; en dicha Recomendación se indica también el método que permite la relación de los resultados en frecuencias similares.

$$Dx_{lluvia} = U - V(f) \log A_p \quad \text{dB}$$

siendo:

$$U = C_f + C_\tau + C_{\varepsilon_s} + C_\sigma \quad \text{y} \quad C_A = V(f) \log A_p$$

$$Dx_{lluvia} = C_f + C_\tau + C_{\varepsilon_s} + C_\sigma - C_A \quad \text{dB}$$

con los siguientes parámetros:

C_f : término dependiente de la frecuencia

$$C_f = 30 \log f \quad \text{para } 8 \leq f \leq 35 \text{ GHz}$$

C_τ : factor de mejora de polarización dependiente del ángulo de inclinación τ :

$$C_\tau = -10 \log [1 - 0,484 (1 + \cos 4\tau)]$$

si $\tau = 45^\circ$, $C_\tau = 0$ y si $\tau = 0$ ó 90° , C_τ alcanza el valor máximo de 15 dB (en el caso de la polarización circular, $\tau = 45^\circ$)

C_{ϵ_s} : término dependiente del ángulo de elevación

$$C_{\epsilon_s} = -40 \log (\cos \epsilon_s) \quad \text{para } \epsilon_s \leq 60^\circ$$

C_σ : término dependiente del ángulo de inclinación de las gotas de lluvia:

$$C_\sigma = 0,0052 \sigma^2$$

siendo σ (grados) la desviación típica efectiva de la distribución del ángulo de inclinación de las gotas de lluvia. Los valores de σ son 0° , 5° , 10° y 15° para el 1%, 0,1%, 0,01% y 0,001% del tiempo respectivamente

C_A : término dependiente de la atenuación debida a la lluvia:

$$C_A = V(f) \log A_p$$

donde:

$$V(f) = 12,8 f^{0,19} \quad \text{para } 8 \leq f \leq 20 \text{ GHz}$$

$$V(f) = 22,6 \quad \text{para } 20 < f \leq 35 \text{ GHz}$$

3 Resumen de un método para calcular las estadísticas a largo plazo de la atenuación debida a la lluvia a partir de la intensidad de lluvia en un punto (véase la Recomendación UIT-R P.618)

En la Recomendación UIT-R P.618 se indica también la atenuación debida a las precipitaciones. El método general allí descrito permite la predicción de la atenuación debida a las precipitaciones y a las nubes a lo largo de un trayecto de propagación oblicuo. El parámetro $R_{0,01}$ (mm/h) es la intensidad de la lluvia en el punto considerado para el 0,01% de un año medio.

La atenuación A_p rebasada durante el $p\%$ de un año medio, del 0,001% al 1%, se determina a partir de la atenuación $A_{0,01}$ rebasada durante el 0,01% de un año medio aplicando las siguientes fórmulas:

$$\frac{A_p}{A_{0,01}} = 0,12 p^{-(0,546 + 0,043 \log p)} \quad \text{durante el } p\% \text{ del tiempo de un año y medio}$$

$$A_{0,01} = \gamma_R L_s r_{0,01} \quad \text{para el 0,01\% del tiempo de un año medio}$$

Los parámetros son los siguientes:

γ_R : atenuación específica debida a las precipitaciones:

$$\gamma_R = k(f) (R_{0,01})^{\alpha(f)} \text{ (dB/km) (véase la Recomendación UIT-R P.838)}$$

$k(f)$ y $\alpha(f)$ son los coeficientes que dependen de la frecuencia entre otros factores

$R_{0,01}$: índice de intensidad de lluvia (mm/h) rebasado durante el 0,01% de un año medio (tiempo de integración de 1 min)

$r_{0,01}$: factor de reducción de la longitud del trayecto de precipitación:

$$r_{0,01} = \frac{1}{1 + L_G/L_0}$$

siendo $L_0 = 35 \exp(-0,015 R_{0,01})$

L_s : longitud del trayecto oblicuo sobre la altura de la lluvia:

$$L_s = \frac{(h_R - h_s)}{\text{sen } \epsilon_s}$$

siendo la proyección horizontal $L_G = L_s \cos \epsilon_s$ (km)

h_s : altura sobre el nivel medio del mar de la estación terrena (km)

h_R : altura efectiva de la lluvia para la latitud de la estación terrena (km)

$$h_R = \begin{cases} 3 + 0,028 \psi_p & \text{para } 0 \leq \psi_p < 36^\circ \\ 4 - 0,075 (\psi_p - 36) & \text{para } \psi_p \geq 36^\circ \end{cases}$$

siendo ψ_p es el valor absoluto de la latitud de la estación terrena.

4 Degradaciones de la polarización

La lluvia y la nieve pueden deteriorar la dirección del vector de polarización. Las gotas de lluvia no tienen una forma esférica sino, generalmente, elipsoidal.

Cuando una onda polarizada lineal o circularmente atraviesa esas gotas de lluvia, los componentes del vector polar tienen diversas atenuaciones y desplazamientos de fase según el eje de la elipsoide de las gotas. Por consiguiente, la onda es polarizada linealmente y, por lo tanto, tiene un componente en la dirección ortogonal a la de la onda que transmite. Se trata del fenómeno de polarización cruzada o despolarización. La ortogonalidad de ambas ondas polarizadas perpendicularmente se mantiene con el efecto de desplazamiento de fase diferencial; en cambio, no se mantiene con el efecto de atenuación diferencial.

El efecto del desplazamiento de fase diferencial es predominante con respecto al efecto de la atenuación diferencial. Este último es pequeño, en particular a 6/4 GHz, pero su efecto no es despreciable en relación con las frecuencias más altas.

Los niveles de despolarización son funciones de la intensidad de las precipitaciones. En las regiones no muy lluviosas, los efectos de la polarización cruzada son relativamente leves, y la discriminación por polarización cruzada apenas disminuye. En cambio, en las regiones muy lluviosas, los efectos de la polarización cruzada son intensos y la discriminación por polarización cruzada disminuye de un modo inaceptable.

En el caso de una onda con polarización circular o en una polarización lineal con un ángulo de inclinación $\tau = 45^\circ$, la degradación de la discriminación por polarización cruzada es máxima. En cambio, la degradación se reduce si la polarización está cerca de una polarización horizontal o vertical debido a la simetría de las gotas de lluvia.

5 Efectos de la lluvia sobre la atenuación de las ondas

5.1 Estimación de las atenuaciones

No se conoce muy bien la estructura de las precipitaciones en lo que se refiere a la intensidad de la lluvia y a su distribución horizontal y vertical. El efecto de la lluvia es relativamente leve por debajo de 10 GHz; en cambio, su efecto es importante por encima de 10 GHz. El cálculo de la atenuación debida a la lluvia se basa esencialmente en el conocimiento de su intensidad.

Las fuertes atenuaciones durante un porcentaje muy pequeño del tiempo corresponden a casos raros con un tiempo de pocos minutos. Un porcentaje de $= 0,01\%$ de un año medio corresponde a un tiempo de 50 min. En una escala de tiempo relativamente corta estos casos son periódicos y ocurren cada varios años; por lo tanto, es necesario efectuar mediciones durante varios años a fin de obtener datos estadísticos.

No obstante, el efecto de la lluvia sigue siendo un asunto nuevo e incompleto, y los métodos de cálculo son indefinidos.

Los principales factores son los siguientes:

a) *Ángulo de elevación*

Las lluvias fuertes suelen tener una estructura vertical y no horizontal. Para ángulos mayores de 15° , las atenuaciones fuertes dependen muy poco del ángulo de elevación (regiones compactas con lluvias intensas). Para lluvias muy poco intensas, la atenuación es leve y sigue la ley de la cosecante.

b) *Frecuencia*

El efecto de la frecuencia sobre la determinación es complicado, pero existen leyes empíricas, independientes de la intensidad de la lluvia. Sin embargo, existen leyes semiempíricas que conectan las atenuaciones A_{p1} y A_{p2} a las frecuencias f_1 y f_2 para frecuencias menores de 50 GHz (similitud en frecuencias: Recomendación UIT-R P.618).

c) *Clima*

Las atenuaciones dependen principalmente de la distribución estadística de la intensidad de la lluvia en un punto. A partir de esta distribución, se puede empezar a efectuar el cálculo de las atenuaciones (Recomendaciones UIT-R P.837, UIT-R P.838 y UIT-R P.839).
