

RECOMENDACIÓN UIT-R P.526-7

Propagación por difracción

(Cuestión UIT-R 202/3)

(1978-1982-1992-1994-1995-1997-1999-2001)

La Asamblea de Radiocomunicaciones de la UIT,

considerando

a) que es necesario proporcionar información técnica para el cálculo de las intensidades de campo sobre los trayectos de propagación por difracción,

recomienda

1 que se utilicen los métodos descritos en el Anexo 1 para el cálculo de las intensidades de campo en trayectos de propagación por difracción, que pueden corresponder a la superficie de una Tierra esférica o a terrenos irregulares con diferentes tipos de obstáculos.

ANEXO 1

1 Introducción

Aunque la difracción se produce únicamente por la superficie del suelo u otros obstáculos, para evaluar los parámetros geométricos situados en el plano vertical del trayecto (ángulo de difracción, radio de curvatura, altura del obstáculo) ha de tenerse en cuenta la refracción media de la atmósfera en el trayecto. Para ello, se traza el perfil del trayecto con el radio ficticio de la Tierra que convenga (Recomendación UIT-R P.834). De no disponerse de otras indicaciones, se puede tomar un radio efectivo de la Tierra de 8 500 km.

2 Elipsoides de Fresnel y zonas de Fresnel

Al estudiar la propagación de las ondas radioeléctricas entre dos puntos A y B, el espacio correspondiente puede subdividirse en una familia de elipsoides, llamados elipsoides de Fresnel, todos con sus focos en los puntos A y B, de manera que cualquier punto M de uno de esos elipsoides satisface la relación:

$$AM + MB = AB + n \frac{\lambda}{2} \quad (1)$$

donde n es un número entero que caracteriza el elipsoide correspondiente, $n = 1$ corresponde al primer elipsoide de Fresnel, etc., y λ es la longitud de onda.

A efectos prácticos se considera que la propagación se efectúa con visibilidad directa, es decir, con fenómenos de difracción despreciables, si no existe ningún obstáculo dentro del primer elipsoide de Fresnel.

El radio de un elipsoide, en un punto situado entre el transmisor y el receptor, viene dado por la fórmula siguiente:

$$R_n = \left[\frac{n \lambda d_1 d_2}{d_1 + d_2} \right]^{1/2} \quad (2)$$

o, en unidades prácticas:

$$R_n = 550 \left[\frac{n d_1 d_2}{(d_1 + d_2) f} \right]^{1/2} \quad (3)$$

donde f es la frecuencia (MHz) y d_1 y d_2 son las distancias (km) desde el transmisor y desde el receptor al punto en que se evalúa el radio (m) del elipsoide.

Para ciertos problemas hay que tener en cuenta las zonas de Fresnel, que son las zonas obtenidas tomando la intersección de una familia de elipsoides con un plano. La zona de orden n es la parte comprendida entre las curvas obtenidas con las elipsoides n y $n - 1$, respectivamente.

3 Difracción en una tierra esférica

La pérdida adicional de transmisión debida a la difracción en una tierra esférica puede calcularse por la fórmula clásica de la serie de residuos. Un programa informático (el GRWAVE) disponible en la UIT proporciona el método completo. En la Recomendación UIT-R P.368 figura un subconjunto de los resultados de este programa (para el caso de antenas situadas cerca del suelo y a las frecuencias más bajas). Para distancias grandes sobre el horizonte, sólo es importante el primer término de esa serie, y puede escribirse como el producto de un término de distancia, F , y dos términos de ganancia de altura, G_T y G_R . Pueden obtenerse estos términos bien de fórmulas simples o de nomogramas, como se describe en los § 3.1 y 3.2.

Es importante observar que:

- los métodos descritos en los § 3.1 y 3.2 tienen su validez limitada a los trayectos transhorizonte;
- los resultados son más fiables en zonas de sombra profunda, situadas mucho más allá del horizonte;
- la atenuación en las zonas de sombra profunda estará limitada en la práctica por los mecanismos de la dispersión troposférica.

3.1 Cálculos numéricos

3.1.1 Influencia de las características eléctricas de la superficie de la Tierra

El grado en que las características eléctricas de la superficie de la Tierra influyen en la pérdida por difracción puede determinarse calculando un factor normalizado de admitancia de superficie K , obtenido por las siguientes fórmulas.

En unidades coherentes:

$$K_H = \left(\frac{2\pi a_e}{\lambda} \right)^{-1/3} \left[(\epsilon - 1)^2 + (60 \lambda \sigma)^2 \right]^{-1/4} \quad \text{para polarización horizontal} \quad (4)$$

y

$$K_V = K_H \left[\epsilon^2 + (60 \lambda \sigma)^2 \right]^{1/2} \quad \text{para polarización vertical} \quad (5)$$

o, en unidades prácticas:

$$K_H = 0,36 (a_e f)^{-1/3} \left[(\epsilon - 1)^2 + (18\,000 \sigma / f)^2 \right]^{-1/4} \quad (4a)$$

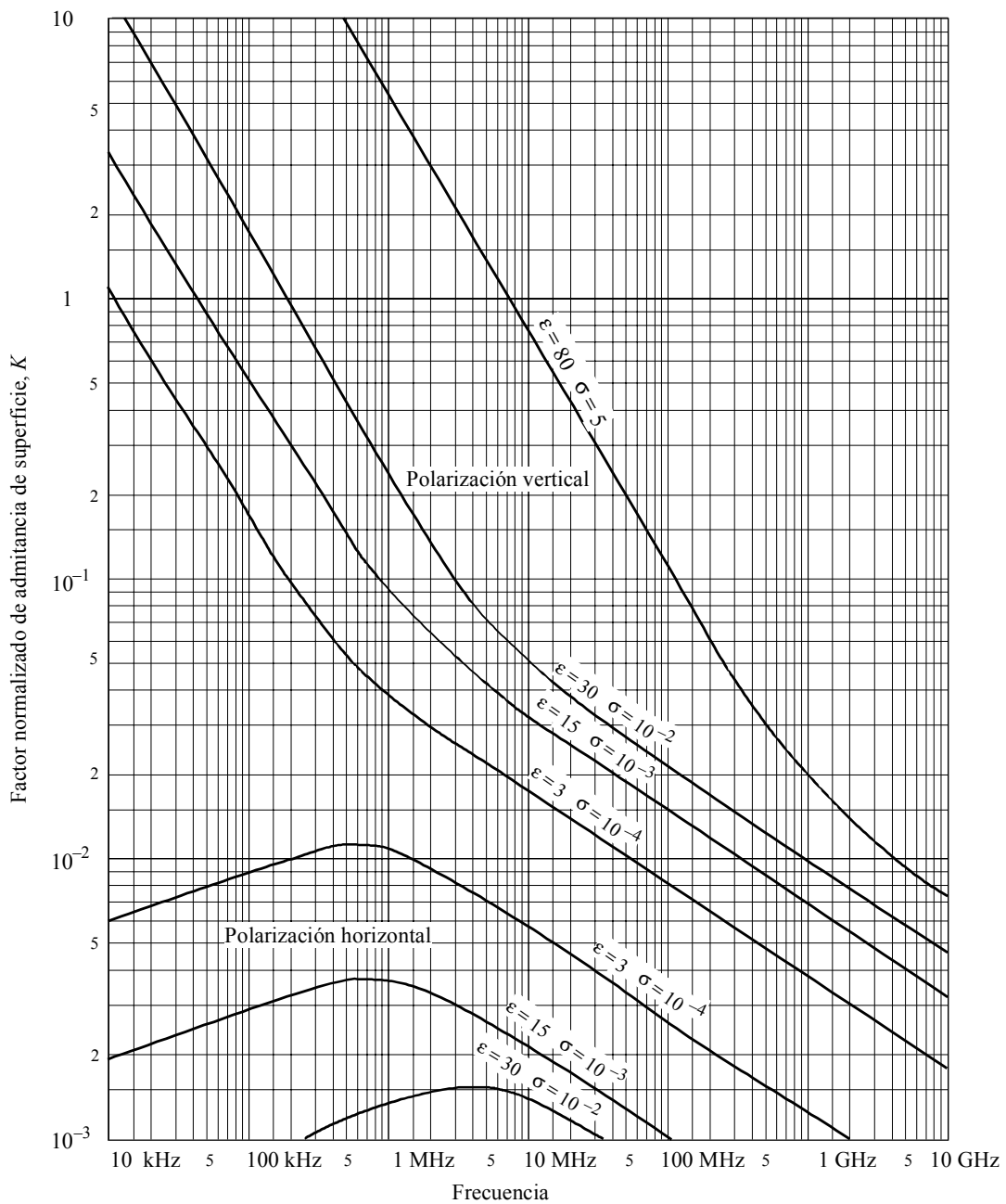
$$K_V = K_H \left[\epsilon^2 + (18\,000 \sigma / f)^2 \right]^{1/2} \quad (5a)$$

donde:

- a_e : radio efectivo de la Tierra (km)
- ϵ : permitividad relativa efectiva
- σ : conductividad efectiva (S/m)
- f : frecuencia (MHz).

En la Fig. 1 se muestran valores típicos de K .

FIGURA 1
Cálculo de K



Si K es inferior a 0,001, las características eléctricas de la Tierra no revisten importancia. Para valores de K superiores a 0,001, han de utilizarse las fórmulas apropiadas que se indican a continuación.

3.1.2 Fórmulas de la intensidad de campo producida por difracción

El valor relativo de la intensidad de campo por difracción, E , con respecto a la intensidad de campo en el espacio libre, E_0 , viene dado por la fórmula siguiente:

$$20 \log \frac{E}{E_0} = F(X) + G(Y_1) + G(Y_2) \quad \text{dB} \quad (6)$$

donde X es la longitud normalizada del trayecto entre las antenas de alturas normalizadas Y_1 e Y_2 (y donde $20 \log \frac{E}{E_0}$ es generalmente negativa).

En unidades coherentes:

$$X = \beta \left(\frac{\pi}{\lambda a_e^2} \right)^{1/3} d \quad (7)$$

$$Y = 2 \beta \left(\frac{\pi^2}{\lambda^2 a_e} \right)^{1/3} h \quad (8)$$

o, en unidades prácticas:

$$X = 2,2 \beta f^{1/3} a_e^{-2/3} d \quad (7a)$$

$$Y = 9,6 \times 10^{-3} \beta f^{2/3} a_e^{-1/3} h \quad (8a)$$

donde:

d : longitud del trayecto (km)

a_e : radio efectivo de la Tierra (km)

h : altura de la antena (m)

f : frecuencia (MHz).

β es un parámetro que tiene en cuenta la naturaleza del suelo y la polarización. Está relacionado con K por la siguiente fórmula semiempírica:

$$\beta = \frac{1 + 1,6 K^2 + 0,75 K^4}{1 + 4,5 K^2 + 1,35 K^4} \quad (9)$$

Con polarización horizontal en todas las frecuencias y con polarización vertical por encima de 20 MHz sobre tierra o de 300 MHz sobre el mar, se puede considerar que β es igual a uno.

Con polarización vertical por debajo de 20 MHz sobre tierra o de 300 MHz sobre el mar, hay que calcular β en función de K . En cambio, cabe entonces prescindir de ϵ y escribir:

$$K^2 \approx 6,89 \frac{\sigma}{k^{2/3} f^{5/3}} \quad (9a)$$

donde σ se expresa en S/m, f (MHz), y k es el factor multiplicador del radio terrestre.

El término de distancia viene dado por la fórmula:

$$F(X) = 11 + 10 \log(X) - 17,6 X \quad (10)$$

El término de ganancia de altura de la antena, $G(Y)$, viene dado por las siguientes fórmulas:

$$G(Y) \cong 17,6 (Y - 1,1)^{1/2} - 5 \log(Y - 1,1) - 8 \quad \text{para } Y > 2 \quad (11)$$

Para $Y < 2$, el valor de $G(Y)$ es función del valor de K calculado en el § 3.1.1:

$$G(Y) \cong 20 \log(Y + 0,1 Y^3) \quad \text{para } 10 K < Y < 2 \quad (11a)$$

$$G(Y) \cong 2 + 20 \log K + 9 \log(Y/K) [\log(Y/K) + 1] \quad \text{para } K/10 < Y < 10 K \quad (11b)$$

$$G(Y) \cong 2 + 20 \log K \quad \text{para } Y < K/10 \quad (11c)$$

3.2 Cálculo mediante nomogramas

Para las mismas condiciones de aproximación (el primer término de la serie de residuos es dominante), los cálculos pueden hacerse utilizando la siguiente fórmula:

$$20 \log \frac{E}{E_0} = F(d) + H(h_1) + H(h_2) \quad \text{dB} \quad (12)$$

donde:

E : intensidad del campo recibido

E_0 : intensidad de campo en el espacio libre, a la misma distancia

d : distancia entre los extremos del trayecto

h_1 y h_2 : altura de las antenas sobre la superficie de la tierra esférica.

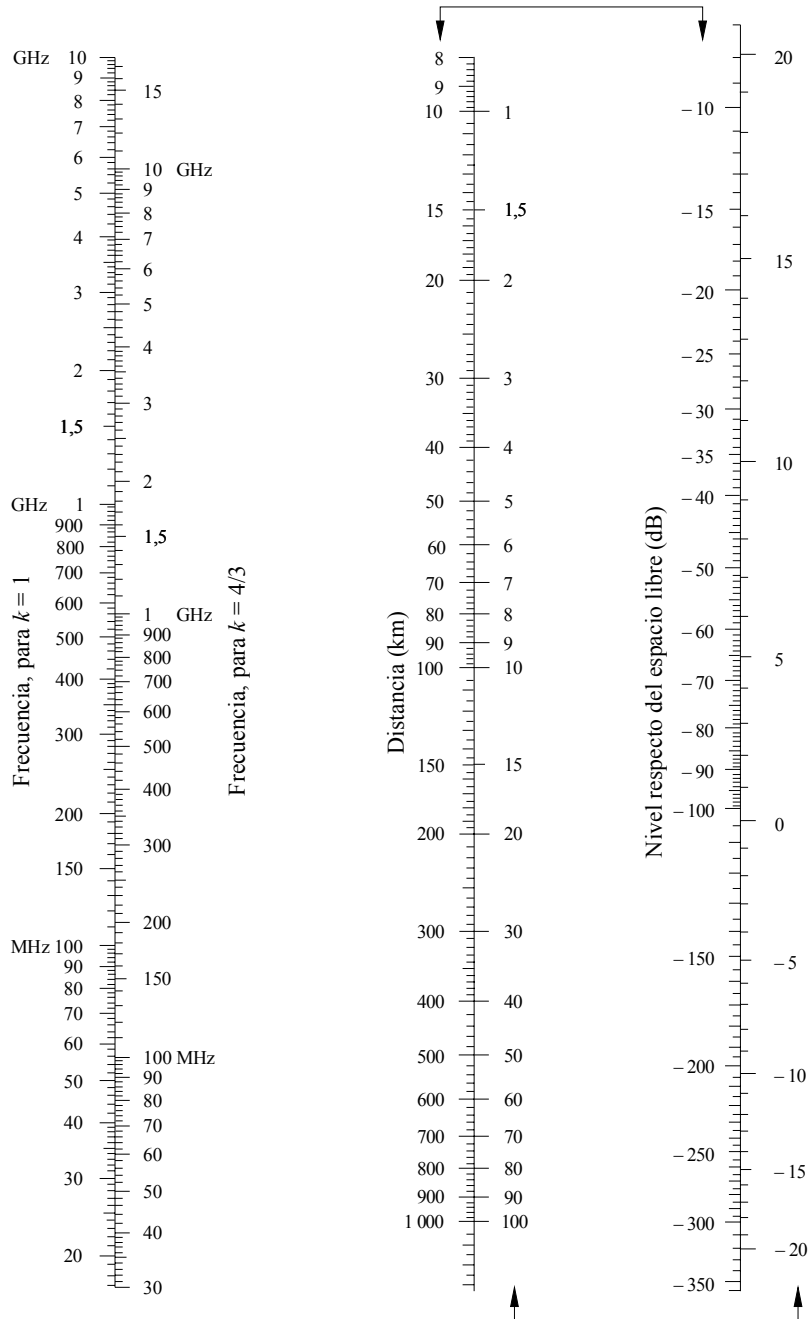
Las funciones F (influencia de la distancia) y H (ganancia de altura) están representadas por nomogramas en las Figs. 2, 3, 4 y 5.

Estos nomogramas (Figs. 2 a 5) dan directamente el nivel recibido con relación al nivel del espacio libre, para $k = 1$ y $k = 4/3$, y frecuencias superiores a 30 MHz aproximadamente. k es el factor del radio efectivo de la Tierra, definido en la Recomendación UIT-R P.310. Sin embargo, el nivel recibido para otros valores de k debe calcularse utilizando la escala de frecuencias para $k = 1$, pero reemplazando la frecuencia en cuestión por una frecuencia hipotética igual a f/k^2 , para las Figs. 2 y 4, y a f/\sqrt{k} , para las Figs. 3 y 5.

Muy cerca del suelo, la intensidad de campo es prácticamente independiente de la altura. Este fenómeno es particularmente importante para polarización vertical sobre el mar. Por esta razón, la Fig. 5 incluye una línea vertical AB de trazo grueso en negro. Si la línea recta cortara la línea AB, la altura real debería ser reemplazada por un valor mayor, tal que la línea recta pase por el extremo superior de la línea A.

NOTA 1 – Si se desea obtener la atenuación con relación al espacio libre, debe tomarse el valor opuesto en signo de la ecuación (12). Si la ecuación (12) indica un valor superior al de la intensidad de campo en el espacio libre, el método no es válido.

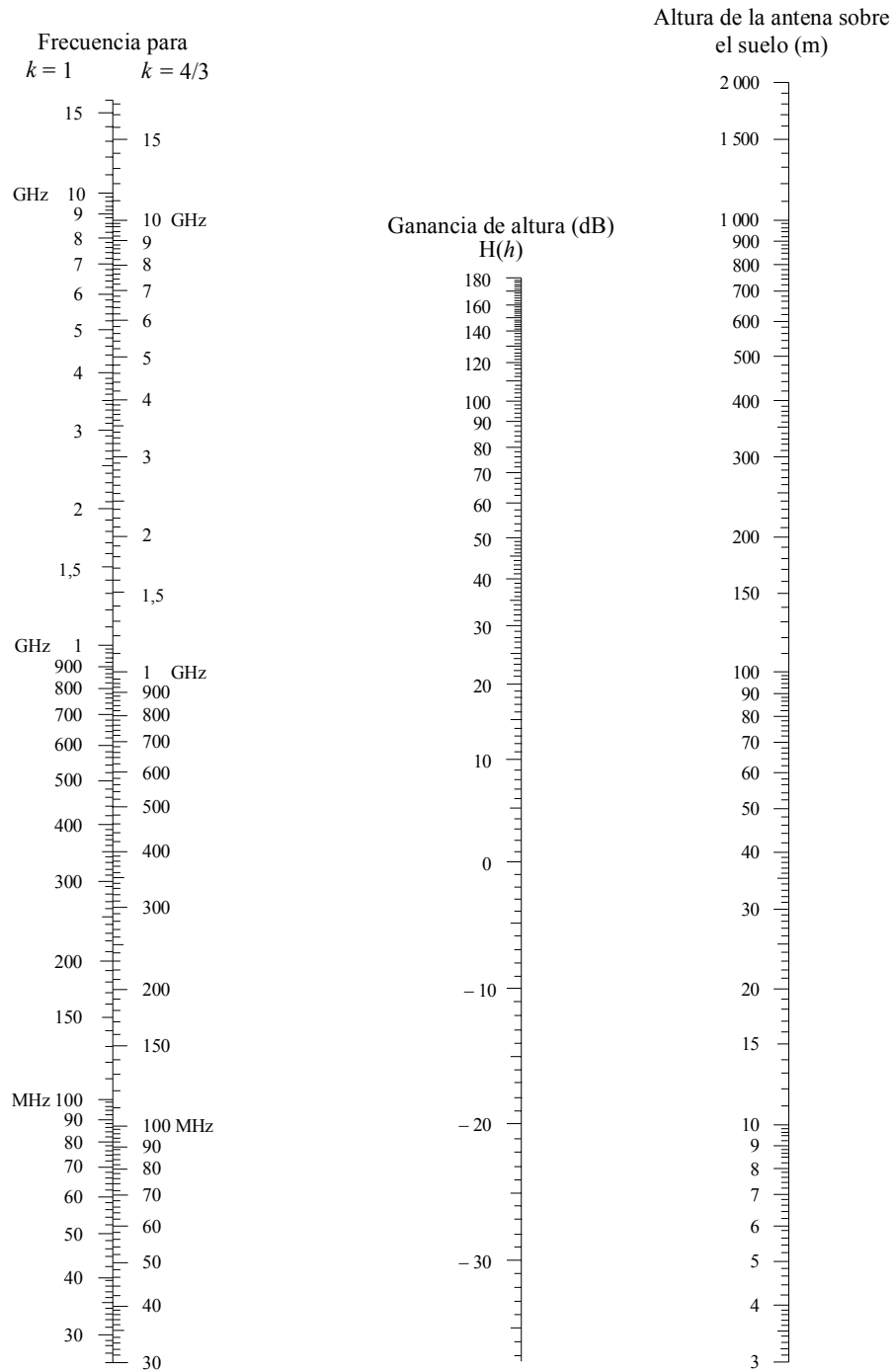
FIGURA 2
Difracción en una tierra esférica – Efecto de la distancia



Polarización horizontal sobre tierra y mar
Polarización vertical sobre tierra

(Las escalas unidas por flechas han de utilizarse conjuntamente)

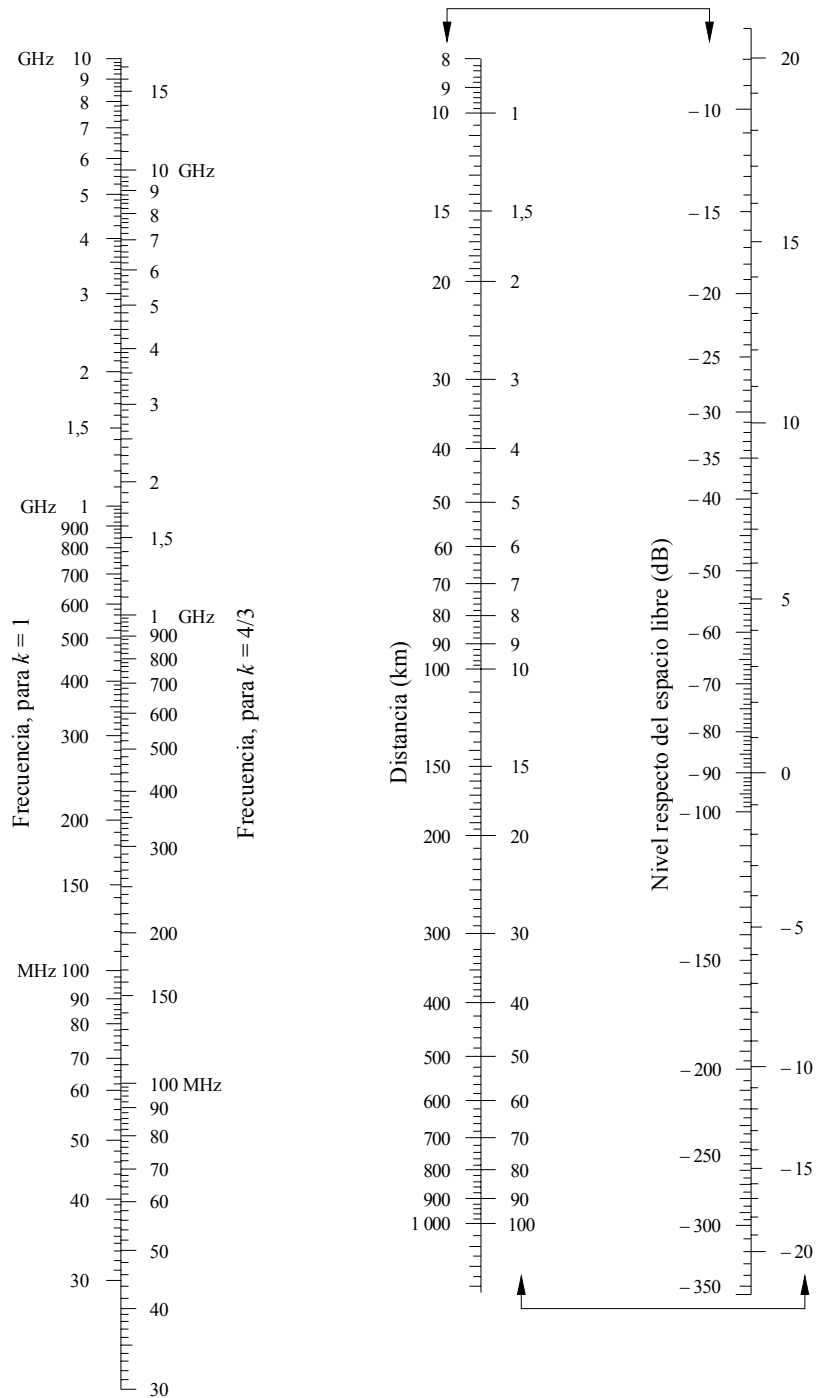
FIGURA 3
Difracción en una tierra esférica – Ganancia de altura



Polarización horizontal – tierra y mar
Polarización vertical – tierra

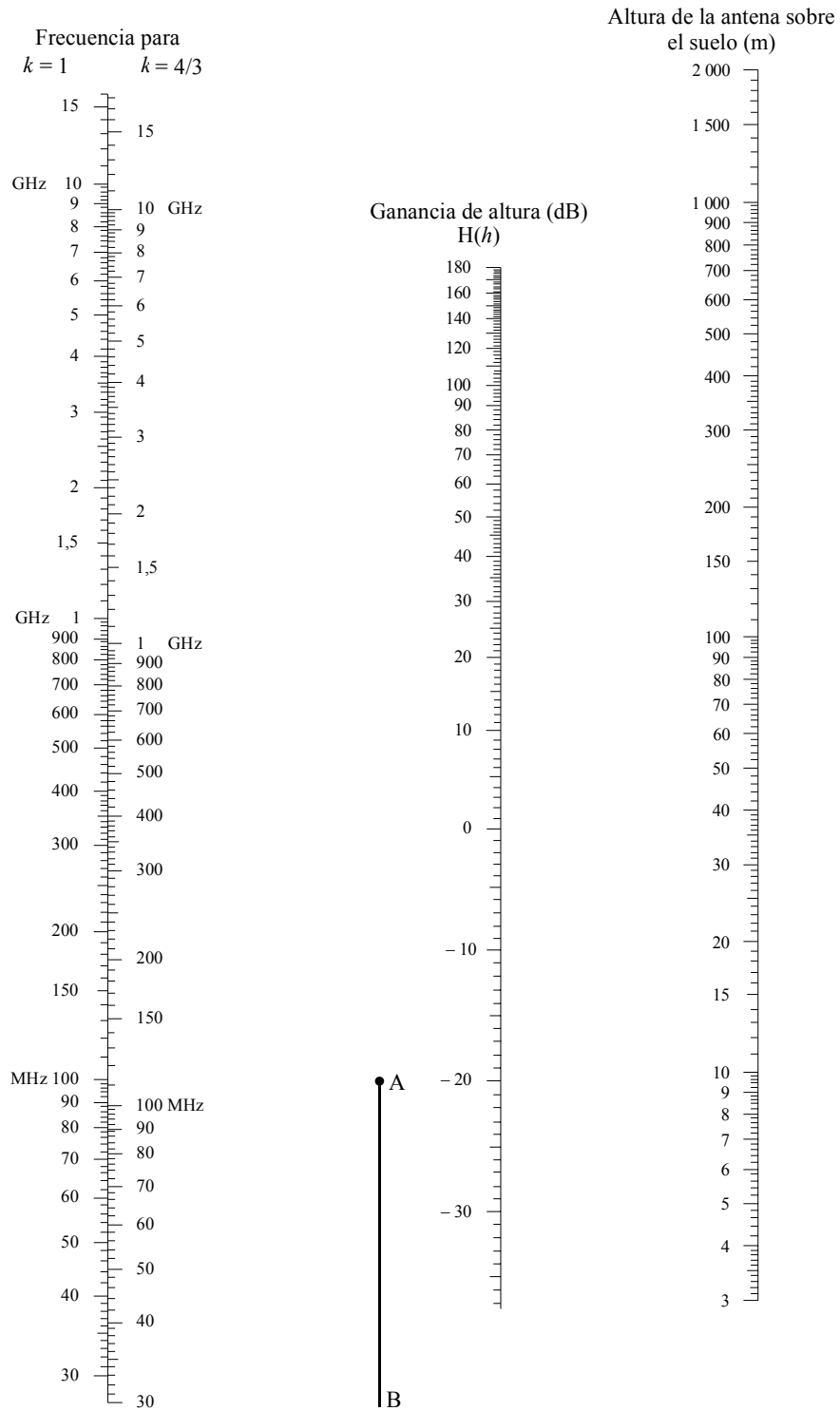
FIGURA 4

Difracción en una tierra esférica – Efecto de la distancia



Polarización vertical sobre el mar
(Las escalas unidas por flechas han de utilizarse conjuntamente)

FIGURA 5
Difracción en una tierra esférica – Ganancia de altura



Polarización vertical – mar

4 Difracción sobre obstáculos y terreno irregular

Numerosos trayectos de propagación comprenden un obstáculo o varios obstáculos separados, e interesa calcular la pérdida que éstos introducen. Para realizar el cálculo hay que idealizar la forma de tales obstáculos, considerándola bien como de arista de grosor despreciable o como de arista en filo de cuchillo gruesa y lisa, cuyo radio de curvatura en la cima está bien definido. Claro está que los obstáculos reales tienen formas más complejas, y, por consiguiente, las indicaciones dadas en la presente Recomendación se han de considerar nada más que como una aproximación.

En aquellos casos en que el trayecto directo entre los terminales es mucho más corto que el trayecto de difracción, es preciso calcular la pérdida de transmisión adicional debida al trayecto más largo.

Los datos que se facilitan a continuación son aplicables cuando la longitud de onda es suficientemente pequeña con relación a las dimensiones del obstáculo, o sea, principalmente en el caso de ondas métricas y más cortas ($f > 30$ MHz).

4.1 Obstáculo único en arista en filo de cuchillo

En este caso extremadamente idealizado (Figs. 6a) y 6b)), todos los parámetros geométricos se agrupan en un solo parámetro sin dimensión, que normalmente se designa por v y que puede tomar distintas formas equivalentes según los parámetros geométricos elegidos:

$$v = h \sqrt{\frac{2}{\lambda} \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} \right)} \quad (13)$$

$$v = \theta \sqrt{\frac{2}{\lambda \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} \right)}} \quad (14)$$

$$v = \sqrt{\frac{2 h \theta}{\lambda}} \quad (v \text{ tiene el mismo signo que } h \text{ y } \theta) \quad (15)$$

$$v = \sqrt{\frac{2 d}{\lambda}} \cdot \alpha_1 \alpha_2 \quad (v \text{ tiene el mismo signo que } \alpha_1 \text{ y } \alpha_2) \quad (16)$$

donde:

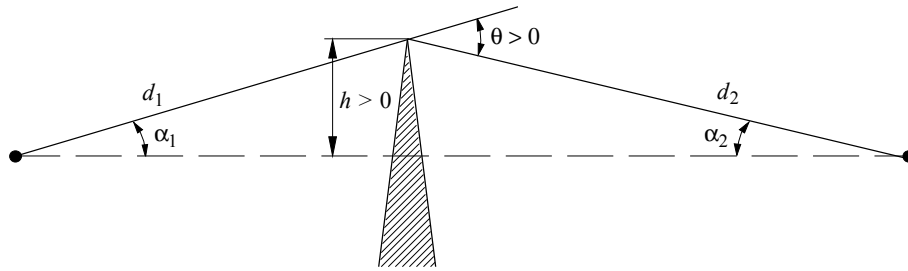
- h : altura de la cima del obstáculo sobre la recta que une los dos extremos del trayecto. Si la cima queda por debajo de esa línea, h es negativa
- d_1, d_2 : distancias desde los dos extremos del trayecto a la cima del obstáculo
- d : longitud del trayecto
- θ : ángulo de difracción (rad); tiene el mismo signo que h . Se supone que el ángulo θ es inferior a unos 0,2 rad, o sea, aproximadamente 12°
- α_1, α_2 : ángulos bajo los que, a partir de un extremo, se ven la cima del obstáculo y el extremo opuesto; tienen el mismo signo que h en las ecuaciones anteriores.

NOTA 1 – En las ecuaciones (13) a (16) inclusive, h, d, d_1, d_2 y λ deben expresarse en unidades coherentes.

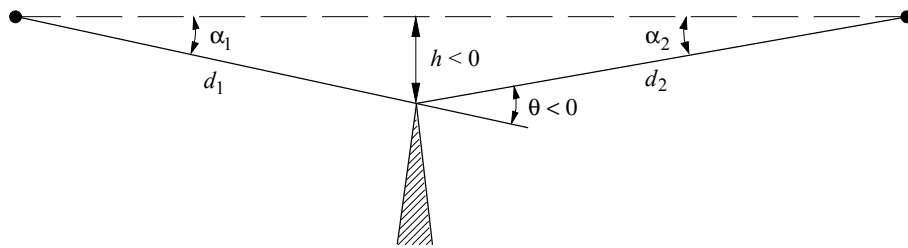
FIGURA 6

Elementos geométricos

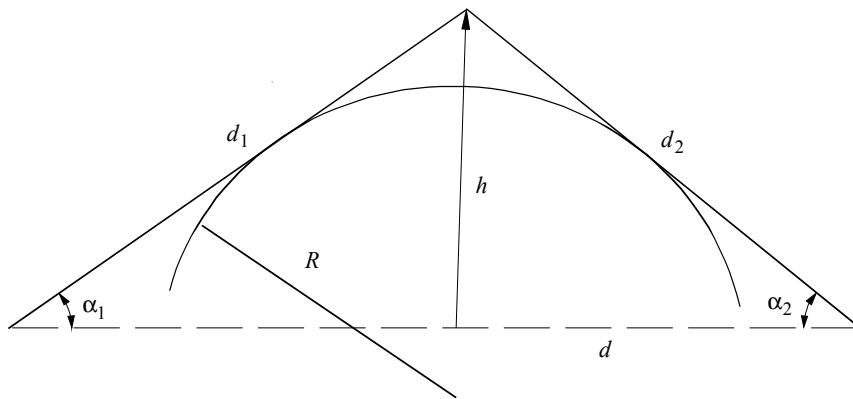
(Para las definiciones de θ , α_1 , α_2 , d , d_1 , d_2 y R , véanse los § 4.1 y 4.3)



a)



b)



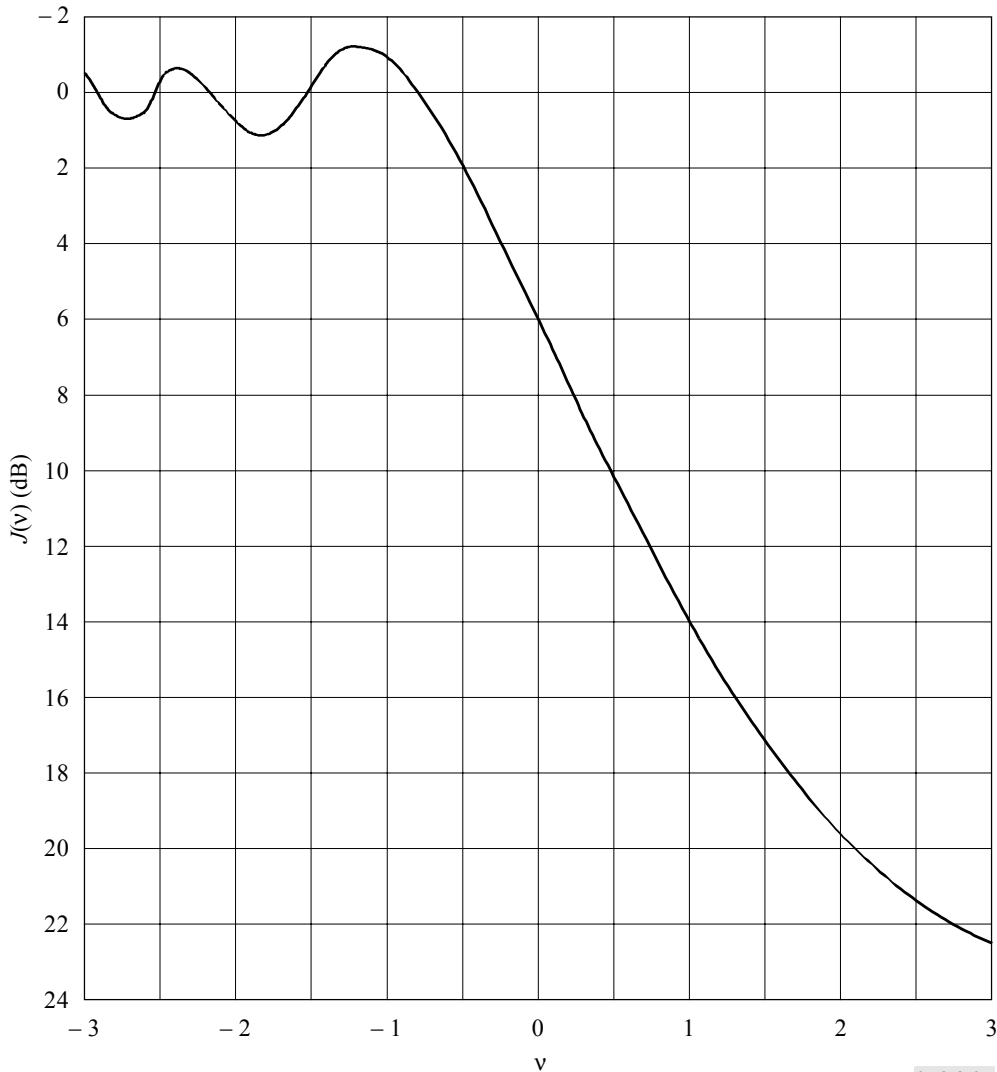
c)

La Fig. 7 da la pérdida (dB) causada por la presencia del obstáculo, en función de v . Para v mayor que $-0,7$, un valor aproximado puede obtenerse de la expresión:

$$J(v) = 6,9 + 20 \log \left(\sqrt{(v - 0,1)^2 + 1} + v - 0,1 \right) \quad \text{dB} \quad (17)$$

FIGURA 7

Pérdida por difracción en una arista en filo de cuchillo



0526-07

4.2 Pantalla de anchura finita

La supresión de la interferencia en un emplazamiento de recepción (por ejemplo, una estación terrena pequeña) puede conseguirse mediante una pantalla artificial de anchura finita transversal a la dirección de propagación. En este caso, se puede calcular el campo en la sombra de la pantalla teniendo en cuenta tres aristas en filo de cuchillo a saber: cima y los dos lados de la pantalla. Las interferencias constructiva y destructiva de las tres contribuciones independientes producirán fluctuaciones rápidas de la intensidad de campo a distancias del orden de una longitud de onda. El modelo simplificado que se ofrece a continuación proporciona estimaciones de las pérdidas por difracción mínima y media en función de la ubicación. Consiste en la suma de las amplitudes de las contribuciones individuales para obtener una estimación de la pérdida por difracción mínima, y en

una suma en potencia para obtener una estimación de la pérdida por difracción media. Este modelo se ha verificado por comparación con cálculos exactos mediante la teoría de la difracción uniforme (UTD, *uniform theory of diffraction*) y mediciones de gran precisión.

Paso 1: Calcular el parámetro geométrico v para cada una de las tres aristas en filo de cuchillo (cima, lado izquierdo y lado derecho) mediante cualquiera de las ecuaciones (13) a (16).

Paso 2: Calcular el factor de pérdida $j(v) = 10^{J(v)/20}$ asociado con cada arista mediante la ecuación (17).

Paso 3: Calcular la pérdida por difracción mínima J_{min} mediante la expresión:

$$J_{min}(v) = -20 \log \left[\frac{1}{j_1(v)} + \frac{1}{j_2(v)} + \frac{1}{j_3(v)} \right] \quad \text{dB} \quad (18)$$

o bien:

Paso 4: Calcular la pérdida por difracción media J_{av} mediante la expresión:

$$J_{av}(v) = -10 \log \left[\frac{1}{j_1^2(v)} + \frac{1}{j_2^2(v)} + \frac{1}{j_3^2(v)} \right] \quad \text{dB} \quad (19)$$

4.3 Obstáculo único de forma redondeada

En la Fig. 6c) se indica la geometría de un obstáculo de forma redondeada de radio R . Obsérvese que las distancias d_1 y d_2 y la altura h por encima de la línea de base, se miden con respecto al vértice formado por la intersección de la proyección de los rayos sobre el obstáculo. La pérdida por difracción de esta geometría puede calcularse así:

$$A = J(v) + T(m,n) \quad \text{dB} \quad (20)$$

donde:

- a) $J(v)$ es la pérdida de Fresnel-Kirchoff debida a una arista en filo de cuchillo equivalente cuya cresta esté en el vértice. Se puede evaluar el parámetro v adimensional mediante cualquiera de las ecuaciones (13) a (16) inclusive. Por ejemplo, la ecuación (13) puede escribirse en unidades prácticas así:

$$v = 0,0316 h \left[\frac{2(d_1 + d_2)}{\lambda d_1 d_2} \right]^{1/2} \quad (21)$$

donde h y λ se expresan en metros, y d_1 y d_2 , en kilómetros.

$J(v)$ puede obtenerse de la Fig. 7 o de la ecuación (17). Obsérvese que en el caso de una obstrucción en el trayecto de propagación con visibilidad directa, v es positivo y la ecuación (17) es válida.

- b) $T(m,n)$ es la atenuación adicional debida a la curvatura del obstáculo:

$$T(m,n) = k m^b \quad (22a)$$

siendo:

$$k = 8,2 + 12,0 n \quad (22b)$$

$$b = 0,73 + 0,27 [1 - \exp(-1,43 n)] \quad (22c)$$

y

$$m = R \left[\frac{d_1 + d_2}{d_1 d_2} \right] \bigg/ \left[\frac{\pi R}{\lambda} \right]^{1/3} \tag{23}$$

$$n = h \left[\frac{\pi R}{\lambda} \right]^{2/3} \bigg/ R \tag{24}$$

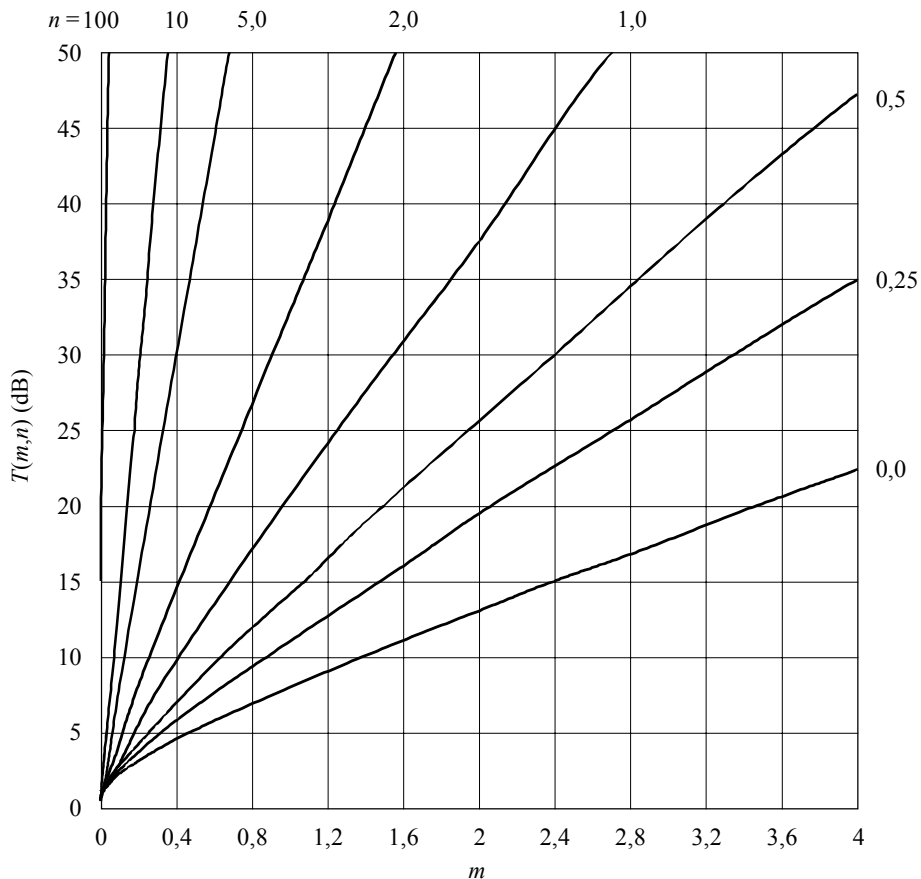
y R, d_1, d_2, h y λ se expresan en unidades coherentes.

$T(m,n)$ puede también obtenerse a partir de la Fig. 8.

Téngase en cuenta que, cuando R tiende a cero, m , y, en consecuencia $T(m,n)$ tienden también a cero. Por ello, la ecuación (20) se reduce a la difracción en una arista en filo de cuchillo para un cilindro de radio nulo.

Véase que el modelo de cilindro está pensado para obstrucciones típicas del terreno. Este método no es fiable para los trayectos transhorizonte sobre terreno llano o sobre mar, en cuyo caso conviene utilizar el método del § 3.

FIGURA 8
Valor de $T(m,n)$ (dB) en función de m y n



4.4 Dos aristas aisladas

El método consiste en aplicar sucesivamente la teoría de la difracción en arista de filo de cuchillo a los dos obstáculos; la parte superior del primer obstáculo actúa como fuente de difracción sobre el segundo (véase la Fig. 9). El primer trayecto de difracción, definido por las distancias a y b y la altura h'_1 , produce una pérdida L_1 (dB), y el segundo, definido por las distancias b y c y la altura h'_2 , una pérdida L_2 (dB). L_1 y L_2 se calculan utilizando las fórmulas del § 4.1. Debe añadirse un término de corrección L_c (dB) para tener en cuenta la separación b entre las dos aristas. L_c puede estimarse por la siguiente fórmula:

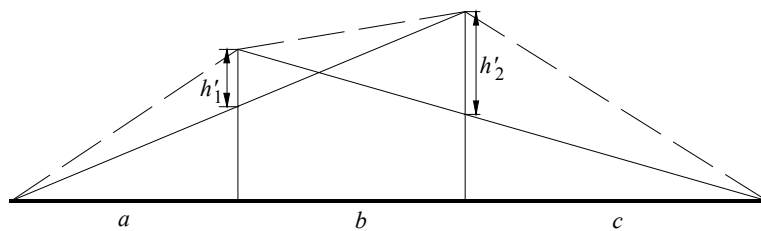
$$L_c = 10 \log \left[\frac{(a + b)(b + c)}{b(a + b + c)} \right] \tag{25}$$

válida cuando L_1 y L_2 son ambas superiores a unos 15 dB. La pérdida por difracción total viene dada entonces por:

$$L = L_1 + L_2 + L_c \tag{26}$$

El método anterior es particularmente útil cuando ambas aristas producen pérdidas similares.

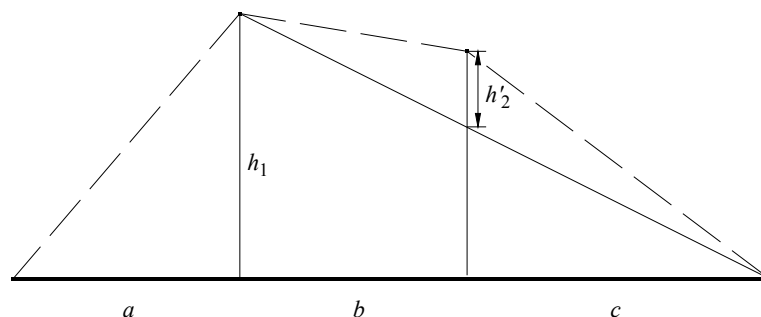
FIGURA 9
Método para dos aristas aisladas



0526-09

Si predomina una arista (véase la Fig. 10), el primer trayecto de difracción viene definido por las distancias a y $b+c$ y la altura h_1 . El segundo trayecto de difracción viene definido por las distancias b y c y la altura h'_2 . Las pérdidas correspondientes a estos dos trayectos se suman, sin adición de un tercer término.

FIGURA 10
Método con una arista predominante



0526-10

Este mismo método puede aplicarse a los obstáculos de forma redondeada, con las fórmulas del § 4.3.

En los casos en que el obstáculo que produce difracción puede identificarse claramente como un edificio con techo plano, una aproximación sencilla de difracción en arista no es suficiente. Es necesario calcular la suma de las fases de las dos componentes: una de ellas experimenta una difracción doble en arista de filo de cuchillo y la otra está sujeta a una reflexión adicional causada por la superficie del tejado. Se ha demostrado que, cuando no se conocen de forma precisa la reflectividad de la superficie del tejado y cualquier diferencia de altura entre dicha superficie y los muros laterales, un modelo en doble filo de cuchillo es adecuado para la predicción de la intensidad de campo de difracción, sin tener en cuenta la componente reflejada.

4.5 Método general para uno o más obstáculos

Se recomienda aplicar el método siguiente para determinar la pérdida por difracción en un terreno irregular que presente uno o más obstáculos a la propagación con visibilidad directa. El cálculo tiene en cuenta la curvatura de la Tierra mediante el concepto de radio efectivo de la Tierra (véase el § 4.3 de la Recomendación UIT-R P.452). Este método es adecuado siempre que se necesite un único procedimiento general para los trayectos terrenales sobre tierra o mar y tanto en el caso de visibilidad directa como transhorizonte.

Se debe disponer de un perfil de trayecto radioeléctrico que conste de un conjunto de muestras de la altura del terreno sobre el nivel del mar ordenadas en intervalos a lo largo del trayecto, siendo la primera y la última las alturas del transmisor y el receptor sobre el nivel del mar, y un conjunto correspondiente de distancias horizontales desde el transmisor. A cada par de altura y distancia se le llama punto de perfil y se le asigna un índice, incrementándose los índices de un extremo al otro del trayecto. Aunque no es esencial para el método, en la descripción que sigue se supone que la numeración de los índices aumentan en el sentido del transmisor al receptor. Es preferible, pero no fundamental, que las muestras de perfil tengan la misma separación horizontal.

El método se basa en un procedimiento utilizado de uno a tres veces dependiendo del perfil del trayecto. Dicho procedimiento consiste en determinar el punto dentro de una sección concreta del perfil con el mayor valor del parámetro geométrico v descrito en el § 4.1. La sección del perfil que debe considerarse se define desde el punto de índice, a , hasta el punto de índice, b ($a < b$). Si $a + 1 = b$, no existe ningún punto intermedio y la pérdida por difracción en la sección del trayecto considerado es cero. En otros casos, la construcción se aplica evaluando v_n ($a < n < b$) y seleccionando el punto con el valor más alto de v . El valor de v para el punto de perfil n -ésimo viene dado por:

$$v_n = h \sqrt{2d_{ab} / \lambda d_{an} d_{nb}} \quad (27)$$

donde:

$$h = h_n + [d_{an} d_{nb} / 2 r_e] - [(h_a d_{nb} + h_b d_{an}) / d_{ab}] \quad (27a)$$

h_a, h_b, h_n : alturas verticales indicadas en la Fig. 11

d_{an}, d_{nb}, d_{ab} : distancias horizontales indicadas en la Fig. 11

r_e : radio efectivo de la Tierra

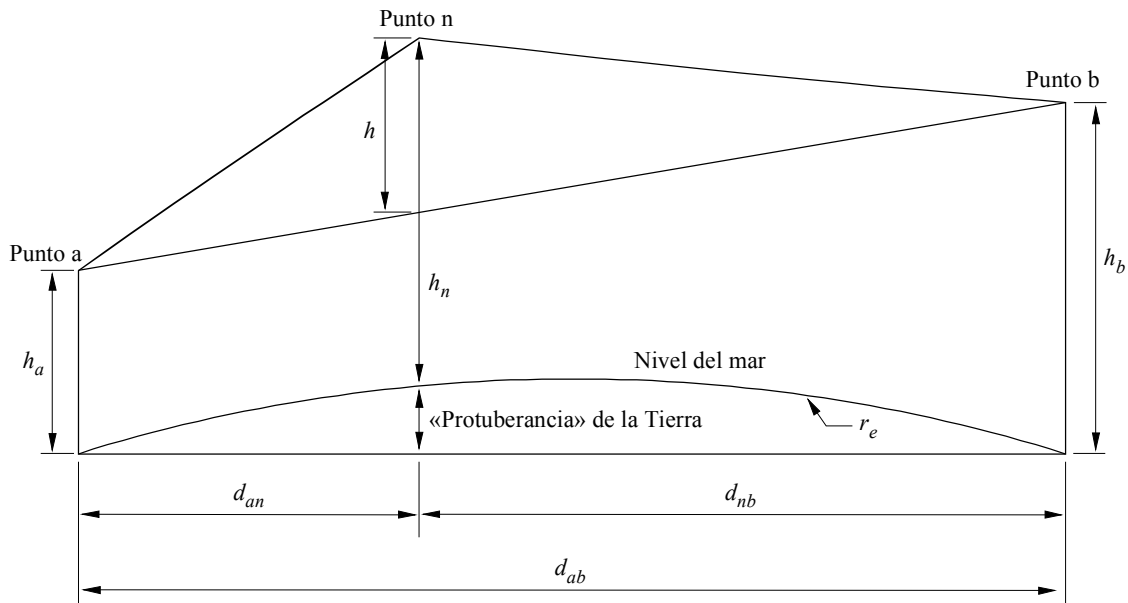
λ : longitud de onda

y todas las h , las d , r_e y λ están en unidades coherentes.

La pérdida por difracción viene dada como pérdida de arista $J(v)$ según la ecuación (17) para $v > -0,78$, y en otros casos es cero.

Obsérvese que la ecuación (27) se deriva directamente de la ecuación (13). En la Fig. 11 se ilustra la geometría de la ecuación (27a). El segundo término en la ecuación (27a) es una buena aproximación a la altura adicional en un punto n debida a la curvatura de la Tierra.

FIGURA 11
Geometría para una sola arista



0526-11

El procedimiento anterior se aplica en primer lugar a todo el perfil del transmisor al receptor. Al punto con el valor más alto de v se le llama arista principal, p , y la pérdida correspondiente es $J(v_p)$.

Si $v_p > -0,78$ el procedimiento se aplica dos veces más:

- del transmisor al punto p para obtener v_t , y a continuación $J(v_t)$;
- del punto p al receptor para obtener v_r , y a continuación $J(v_r)$.

El exceso de pérdida por difracción en el trayecto viene dado por:

$$L = J(v_p) + T [J(v_t) + J(v_r) + C] \quad \text{para } v_p > -0,78 \quad (28a)$$

$$L = 0 \quad \text{para } v_p \leq -0,78 \quad (28b)$$

donde:

C : corrección empírica

$$C = 10,0 + 0,04D \quad (29)$$

D : longitud total del trayecto (km)

y

$$T = 1,0 - \exp [-J(v_p) / 6,0] \quad (30)$$

Obsérvese que el anterior procedimiento, para trayectos transhorizonte, se basa en el método Deygout limitado a un máximo de tres aristas. Para trayectos con visibilidad directa se diferencia de la construcción Deygout en que se siguen utilizando dos aristas secundarias cuando la arista principal provoca unas pérdidas por difracción distintas de cero.

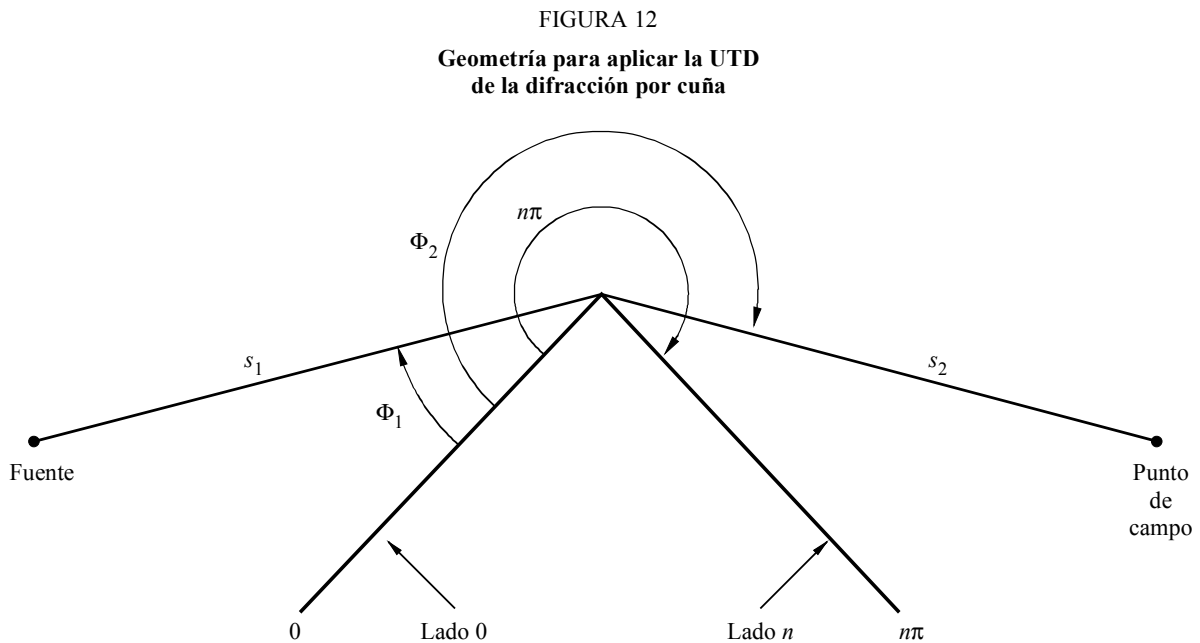
En los casos en que se emplea este método para predecir las pérdidas por difracción para diferentes valores del radio efectivo de la Tierra en el mismo perfil del trayecto, se recomienda que, en primer lugar, se encuentren la arista principal y, de existir, las aristas auxiliares de cada lado, para el radio mediano efectivo de la Tierra. A continuación dichas aristas deben emplearse en el cálculo de las pérdidas por difracción para otros valores del radio efectivo de la Tierra, sin repetir el procedimiento para localizar dichos puntos. Así se evita la posibilidad, que puede darse en unos pocos casos, de una discontinuidad en la predicción de las pérdidas por difracción en función del radio efectivo de la Tierra debido a las distintas aristas seleccionadas.

4.6 Obstáculo en cuña de conductividad finita

El método descrito a continuación puede emplearse para predecir la pérdida de difracción debido a un obstáculo en cuña de conductividad finita. Las aplicaciones apropiadas son la difracción alrededor de la esquina de un edificio o en la cresta de un tejado, o allí donde el terreno pueda caracterizarse por una colina en forma de cuña. El método requiere conocer la conductividad y la constante dieléctrica relativa de la cuña que obstruye, y se supone que no hay ninguna transmisión a través del material de la cuña.

El método se basa en la teoría de la difracción uniforme (UTD). Tiene en cuenta la difracción tanto en la región de sombra como en la de visibilidad directa y se facilita un método de transmisión gradual entre dichas regiones.

En la Fig. 12 se ilustra la geometría de un obstáculo en forma de cuña de conductividad finita.



La fórmula de la UTD para el campo eléctrico en el punto de campo, relativa a dos dimensiones, es:

$$e_{UTD} = e_0 \frac{\exp(-jks_1)}{s_1} D_{||}^{\dagger} \cdot \sqrt{\frac{s_1}{s_2(s_1 + s_2)}} \cdot \exp(-jks_2) \quad (31)$$

donde:

- e_{UTD} : campo eléctrico en el punto de campo
- e_0 : amplitud de la fuente relativa
- s_1 : distancia del punto de la fuente a la arista de difracción
- s_2 : distancia de la arista de difracción al punto de campo
- k : número de onda $2\pi/\lambda$
- $D_{||}^{\pm}$: coeficiente de difracción que depende de la polarización (paralela o perpendicular al plano de incidencia) del campo incidente en la arista

y s_1, s_2 y λ se expresan en unidades coherentes.

El coeficiente de difracción de una cuña de conductividad finita viene dado por:

$$D_{||}^{\pm} = \frac{-\exp(-j\pi/4)}{2n\sqrt{2\pi k}} \left\{ \begin{array}{l} \cotg\left(\frac{\pi + (\Phi_2 - \Phi_1)}{2n}\right) \cdot F(kLa^+(\Phi_2 - \Phi_1)) \\ + \cotg\left(\frac{\pi - (\Phi_2 - \Phi_1)}{2n}\right) \cdot F(kLa^-(\Phi_2 - \Phi_1)) \\ + R_0^{\pm} \cdot \cotg\left(\frac{\pi - (\Phi_2 + \Phi_1)}{2n}\right) \cdot F(kLa^-(\Phi_2 + \Phi_1)) \\ + R_n^{\pm} \cdot \cotg\left(\frac{\pi + (\Phi_2 + \Phi_1)}{2n}\right) \cdot F(kLa^+(\Phi_2 + \Phi_1)) \end{array} \right\} \quad (32)$$

donde:

- Φ_1 : ángulo de incidencia, medido a partir del lado de incidencia (lado 0)
- Φ_2 : ángulo de difracción, medido a partir del lado de incidencia (lado 0)
- n : ángulo externo de la cuña expresado como múltiplo de π radianes (ángulo real = $n\pi$ (rad))
- $j = \sqrt{-1}$

y donde $F(x)$ es una integral de Fresnel:

$$F(x) = 2j\sqrt{x} \cdot \exp(jx) \cdot \int_{\sqrt{x}}^{\infty} \exp(-jt^2) dt \quad (33)$$

$$\int_{\sqrt{x}}^{\infty} \exp(-jt^2) dt = \sqrt{\frac{\pi}{8}}(1 - j) - \int_0^{\sqrt{x}} \exp(-jt^2) dt \quad (34)$$

La integral puede calcularse por integración numérica.

De forma alternativa una aproximación útil viene dada por:

$$\int_{\sqrt{x}}^{\infty} \exp(-jt^2) dt = \sqrt{\frac{\pi}{2}} A(x) \quad (35)$$

donde:

$$A(x) = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{1-j}{2} - \exp(-jx) \sqrt{\frac{x}{4}} \sum_{n=0}^{11} \left[(a_n + jb_n) \left(\frac{x}{4}\right)^n \right] & \text{si } x < 4 \\ -\exp(-jx) \sqrt{\frac{4}{x}} \sum_{n=0}^{11} \left[(c_n + jd_n) \left(\frac{4}{x}\right)^n \right] & \text{en otro caso} \end{array} \right\} \quad (36)$$

y los coeficientes a, b, c, d tienen los siguientes valores:

$a_0 = +1,595769140$	$b_0 = -0,000000033$	$c_0 = +0,000000000$	$d_0 = +0,199471140$
$a_1 = -0,000001702$	$b_1 = +4,255387524$	$c_1 = -0,024933975$	$d_1 = +0,000000023$
$a_2 = -6,808568854$	$b_2 = -0,000092810$	$c_2 = +0,000003936$	$d_2 = -0,009351341$
$a_3 = -0,000576361$	$b_3 = -7,780020400$	$c_3 = +0,005770956$	$d_3 = +0,000023006$
$a_4 = +6,920691902$	$b_4 = -0,009520895$	$c_4 = +0,000689892$	$d_4 = +0,004851466$
$a_5 = -0,016898657$	$b_5 = +5,075161298$	$c_5 = -0,009497136$	$d_5 = +0,001903218$
$a_6 = -3,050485660$	$b_6 = -0,138341947$	$c_6 = +0,011948809$	$d_6 = -0,017122914$
$a_7 = -0,075752419$	$b_7 = -1,363729124$	$c_7 = -0,006748873$	$d_7 = +0,029064067$
$a_8 = +0,850663781$	$b_8 = -0,403349276$	$c_8 = +0,000246420$	$d_8 = -0,027928955$
$a_9 = -0,025639041$	$b_9 = +0,702222016$	$c_9 = +0,002102967$	$d_9 = +0,016497308$
$a_{10} = -0,150230960$	$b_{10} = -0,216195929$	$c_{10} = -0,001217930$	$d_{10} = -0,005598515$
$a_{11} = +0,034404779$	$b_{11} = +0,019547031$	$c_{11} = +0,000233939$	$d_{11} = +0,000838386$

$$L = \frac{s_2 \cdot s_1}{s_2 + s_1} \quad (37)$$

$$a^\pm(\beta) = 2 \cos^2\left(\frac{2n\pi N^\pm - \beta}{2}\right) \quad (38)$$

donde:

$$\beta = \Phi_2 \pm \Phi_1 \quad (39)$$

En la ecuación (38), N^\pm son los enteros que satisfacen con mayor aproximación la ecuación.

$$N^\pm = \frac{\beta \pm \pi}{2n\pi} \quad (40)$$

R_0^\perp, R_n^\perp son los coeficientes de reflexión tanto de la polarización perpendicular como de la paralela dados por:

$$R^\perp = \frac{\text{sen}(\Phi) - \sqrt{\eta - \cos(\Phi)^2}}{\text{sen}(\Phi) + \sqrt{\eta - \cos(\Phi)^2}} \quad (41)$$

$$R^\parallel = \frac{b \cdot \text{sen}(\Phi) - \sqrt{\eta - \cos(\Phi)^2}}{b \cdot \text{sen}(\Phi) + \sqrt{\eta - \cos(\Phi)^2}} \quad (42)$$

donde:

$$\Phi = \Phi_1 \text{ para } R_0 \text{ y } \Phi = (n\pi - \Phi_2) \text{ para } R_n$$

$$\eta = \epsilon_r - j \times 18 \times 10^9 \sigma / f$$

ϵ_r : constante dieléctrica relativa del material de la cuña

σ : conductividad del material de la cuña (S/m)

f : frecuencia (Hz).

Cabe tener en cuenta que, de ser necesario, los dos lados de la cuña pueden tener características eléctricas distintas.

En los límites del apantallamiento y la reflexión una de las funciones cotangentes en la ecuación (32) pasa a ser singular.

Sin embargo, D^{\dagger} sigue siendo finita y se puede evaluar fácilmente. El término que contiene la función cotangente singular se da para un valor reducido de ε como:

$$\cotg\left(\frac{\pi \pm \beta}{2n}\right) \cdot F(kLa^{\pm}(\beta)) \cong n \cdot \left[\sqrt{2\pi kL} \cdot \text{sign}(\varepsilon) - 2kL\varepsilon \cdot \exp(j\pi/4)\right] \cdot \exp(j\pi/4) \quad (43)$$

donde ε se define mediante:

$$\varepsilon = \pi + \beta - 2\pi nN^+ \quad \text{para} \quad \beta = \Phi_2 + \Phi_1 \quad (44)$$

$$\varepsilon = \pi - \beta + 2\pi nN^- \quad \text{para} \quad \beta = \Phi_2 - \Phi_1 \quad (45)$$

El coeficiente de difracción resultante será continuo en los límites del apantallamiento y la reflexión, siempre que se emplee el mismo coeficiente de reflexión cuando se calculen los rayos reflejados.

El campo e_{LD} debido al rayo de difracción, más el rayo visible para $(\Phi_2 - \Phi_1) < \pi$, viene dado por:

$$e_{LD} = \begin{cases} e_{UTD} + \frac{\exp(-jks)}{s} & \text{para} \quad \Phi_2 < \Phi_1 + \pi \\ e_{UTD} & \text{para} \quad \Phi_2 \geq \Phi_1 + \pi \end{cases} \quad (46)$$

donde:

s : distancia en línea recta entre los puntos de la fuente y el campo.

Obsérvese que para $(\Phi_2 - \Phi_1) = \pi$ el 2º término cotangente en la ecuación (32) pasará a ser singular y que debe emplearse la aproximación alternativa dada por la ecuación (43).

La intensidad de campo en el punto del campo (dB) relativo al campo que existiría en el punto del campo en ausencia de una obstrucción en forma de cuña (es decir, dB con respecto al espacio libre) se determina haciendo e_0 igual a la unidad en la ecuación (31) y calculando:

$$E_{UTD} = 20 \log\left(\left|\frac{s \cdot e_{UTD}}{\exp(-jks)}\right|\right) \quad (47)$$

donde:

s : distancia en línea recta entre los puntos de la fuente y el campo.

Cabe tener en cuenta que, para $n = 2$ y unos coeficientes de reflexión cero, debe obtenerse el mismo resultado que en la pérdida por difracción en arista de la Fig. 7.

Una versión MathCAD sobre la formulación de la UTD se puede obtener en la Oficina de Radiocomunicaciones.