

**UIT-R**

Sector de Radiocomunicaciones de la UIT

**Recomendación UIT-R F.1096-1**  
(04/2011)

**Métodos de cálculo de la interferencia  
con visibilidad directa causada  
a sistemas inalámbricos fijos que han  
de utilizarse para tener en cuenta  
la dispersión en el terreno**

**Serie F**  
**Servicio fijo**



## Prólogo

El Sector de Radiocomunicaciones tiene como cometido garantizar la utilización racional, equitativa, eficaz y económica del espectro de frecuencias radioeléctricas por todos los servicios de radiocomunicaciones, incluidos los servicios por satélite, y realizar, sin limitación de gamas de frecuencias, estudios que sirvan de base para la adopción de las Recomendaciones UIT-R.

Las Conferencias Mundiales y Regionales de Radiocomunicaciones y las Asambleas de Radiocomunicaciones, con la colaboración de las Comisiones de Estudio, cumplen las funciones reglamentarias y políticas del Sector de Radiocomunicaciones.

## Política sobre Derechos de Propiedad Intelectual (IPR)

La política del UIT-R sobre Derechos de Propiedad Intelectual se describe en la Política Común de Patentes UIT-T/UIT-R/ISO/CEI a la que se hace referencia en el Anexo 1 a la Resolución UIT-R 1. Los formularios que deben utilizarse en la declaración sobre patentes y utilización de patentes por los titulares de las mismas figuran en la dirección web <http://www.itu.int/ITU-R/go/patents/es>, donde también aparecen las Directrices para la implementación de la Política Común de Patentes UIT-T/UIT-R/ISO/CEI y la base de datos sobre información de patentes del UIT-R sobre este asunto.

### Series de las Recomendaciones UIT-R

(También disponible en línea en <http://www.itu.int/publ/R-REC/es>)

Series	Título
<b>BO</b>	Distribución por satélite
<b>BR</b>	Registro para producción, archivo y reproducción; películas en televisión
<b>BS</b>	Servicio de radiodifusión sonora
<b>BT</b>	Servicio de radiodifusión (televisión)
<b>F</b>	<b>Servicio fijo</b>
<b>M</b>	Servicios móviles, de radiodeterminación, de aficionados y otros servicios por satélite conexos
<b>P</b>	Propagación de las ondas radioeléctricas
<b>RA</b>	Radio astronomía
<b>RS</b>	Sistemas de detección a distancia
<b>S</b>	Servicio fijo por satélite
<b>SA</b>	Aplicaciones espaciales y meteorología
<b>SF</b>	Compartición de frecuencias y coordinación entre los sistemas del servicio fijo por satélite y del servicio fijo
<b>SM</b>	Gestión del espectro
<b>SNG</b>	Periodismo electrónico por satélite
<b>TF</b>	Emisiones de frecuencias patrón y señales horarias
<b>V</b>	Vocabulario y cuestiones afines

*Nota: Esta Recomendación UIT-R fue aprobada en inglés conforme al procedimiento detallado en la Resolución UIT-R 1.*

Publicación electrónica  
Ginebra, 2011

© UIT 2011

Reservados todos los derechos. Ninguna parte de esta publicación puede reproducirse por ningún procedimiento sin previa autorización escrita por parte de la UIT.

## RECOMENDACIÓN UIT-R F.1096-1

**Métodos de cálculo de la interferencia con visibilidad directa causada a sistemas inalámbricos fijos que han de utilizarse para tener en cuenta la dispersión en el terreno<sup>1</sup>**

(Cuestión UIT-R 129/9)

(1994-2011)

**Cometido**

Esta Recomendación está destinada al cálculo de la repercusión de una superficie terrestre a efectos de la formación de señal de interferencia para los sistemas inalámbricos fijos.

La Asamblea de Radiocomunicaciones de la UIT,

*considerando*

- a) que la interferencia proveniente de otros sistemas inalámbricos fijos y de otros servicios pueden afectar la calidad de funcionamiento de un sistema inalámbrico fijo con visibilidad directa;
- b) que la señal de la antena transmisora de un sistema puede propagarse como interferencia a la antena receptora del otro sistema por un trayecto de círculo máximo con visibilidad directa (LoS);
- c) que la señal de la antena transmisora de un sistema puede propagarse como interferencia a la antena receptora del otro sistema por un mecanismo de dispersión en los accidentes naturales o artificiales de la superficie de la Tierra;
- d) que las regiones del terreno que producen el acoplamiento de esta interferencia pueden no estar cerca del trayecto de círculo máximo, pero para producirlo tienen que ser visibles desde la antena transmisora interferente y desde la antena receptora del sistema interferido;
- e) que la potencia de la interferencia debida a la dispersión en el terreno puede ser mucho mayor que la que se recibe por el trayecto de círculo máximo entre las antenas;
- f) que existen técnicas eficaces para calcular la potencia de la interferencia debida a la dispersión en el terreno,

*recomienda*

**1** que en los cálculos de la potencia de interferencia se incluyan, si son pertinentes, los efectos de la dispersión en el terreno cuando la interferencia se debe a señales de la antena transmisora de un sistema captadas por la antena receptora de otro y cuando se cumplan una, o ambas, de las dos condiciones siguientes (véase la Nota 1):

**1.1** existe un trayecto de propagación con LoS entre la antena transmisora del sistema interferente y la antena receptora del sistema interferido;

**1.2** existen accidentes naturales o artificiales en la superficie de la Tierra que son visibles tanto desde la antena transmisora interferente como desde la antena receptora interferida;

---

<sup>1</sup> La Recomendación UIT-R PN.452 (Procedimiento de predicción para evaluar la interferencia entre estaciones situadas en la superficie de la Tierra a frecuencias superiores a unos 0,1 GHz) de la Comisión de Estudio 3 de Radiocomunicaciones trata de otros mecanismos de propagación.

2 que para calcular la contribución de interferencia debida a la dispersión en el terreno se utilicen los métodos que figuran en el Anexo 1.

NOTA 1 – Los métodos de cálculo descritos en esta Recomendación no se aplican a las reflexiones especulares ni a la propagación por difracción.

## Anexo 1

### **Interferencia causada a los sistemas inalámbricos fijos por la dispersión en el terreno**

#### **1 Introducción**

Se ha determinado que la dispersión en el terreno es un mecanismo de interferencia especialmente importante para el acoplamiento de interferencia entre dos sistemas de relevadores radioeléctricos cuando sendos trayectos de éstos se cruzan sobre un punto del terreno que es visible tanto desde la antena transmisora de un salto de uno de ellos como desde la antena receptora de un salto del otro. En este caso, los lóbulos principales de las dos antenas se acoplan sobre una zona de terreno común, y la interferencia es análoga a los ecos parásitos de tierra recibidos por un sistema de radar biestático.

En el pasado, la interferencia entre sistemas inalámbricos fijos se determinaba por cálculos basados en el mecanismo de propagación a lo largo del círculo máximo cercano, que incluye los trayectos con LoS, los efectos de la refracción atmosférica, la difracción por la superficie de la Tierra y la dispersión troposférica. Estos métodos del círculo máximo, combinados con el acoplamiento de los lóbulos laterales de las antenas, fueron utilizados durante muchos años por diversas administraciones para determinar las interferencias internas y externas en sistemas inalámbricos fijos terrenales. Las mediciones en condiciones reales efectuadas durante los últimos años indican que la propagación por el círculo máximo contribuye a menudo en mucho menor grado a la interferencia que la dispersión en el terreno.

En contraste con la interferencia entre sistemas, las discrepancias entre las predicciones basadas en la propagación por el círculo máximo y las mediciones son más reducidas en el caso de la interferencia interna de un sistema, que suele producirse principalmente entre dos saltos adyacentes de una misma ruta.

En el caso de interferencia entre una estación terrena y una estación terrenal, puede producirse también un acoplamiento entre el haz principal de la antena terrenal y los lóbulos laterales de la antena terrena en la zona que circunda la estación terrena. En función de la geometría del caso, el mecanismo de interferencia predominante puede ser la dispersión en el terreno o el acoplamiento a lo largo del arco de círculo máximo.

## 2 Modelo matemático de la dispersión en el terreno

La potencia interferente,  $P_r$ , producida por la potencia de radiación de la antena transmisora,  $P_t$ , a través del mecanismo de dispersión en el terreno, puede calcularse por la siguiente ecuación aplicable al radar biestático:

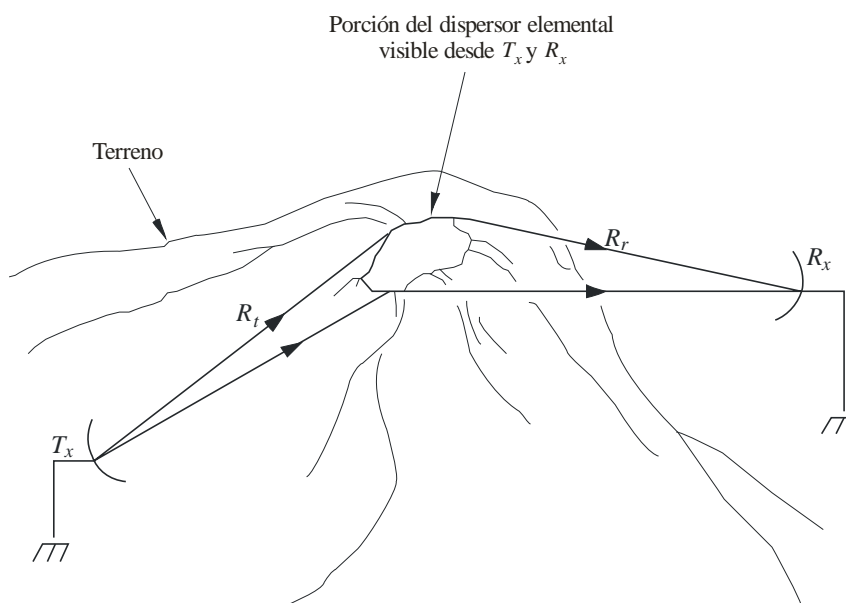
$$P_r = P_t \frac{\lambda^2}{(4\pi)^3} \int_{\Omega} \frac{G_t G_r}{R_t^2 R_r^2} \gamma dA_e, \quad (1)$$

donde  $t$  y  $r$  representan el transmisor y receptor respectivamente,  $G(\theta, \varphi)$  son las respectivas ganancias de potencia de antena en dirección de los elementos dispersores en la zona de dispersión elemental  $dA_e$ ,  $\theta$  representa el acimut y  $\varphi$  la elevación con respecto al eje de la antena (véase la Fig. 1),  $R_t$  y  $R_r$  representan las respectivas distancias en línea recta desde las antenas al dispersor,  $\lambda$  es la longitud de onda, e  $\gamma$  es el coeficiente de dispersión modificado que describe la energía incoherente dispersada por la zona elemental. La zona elemental  $dA_e$  se define como la superficie mínima del dispersor que es perpendicular al vector oblicuo del transmisor o del receptor.

En la ecuación (1) se supone que los campos dispersados por diferentes zonas u objetos no son coherentes, y que la región  $\Omega$  contiene todas las regiones elementales que contribuyen a la energía dispersada recibida. Al resolver la integral para una parte de la superficie de la Tierra, es necesario determinar el ensombrecimiento de las zonas elementales individuales. Sólo contribuirán las zonas no ensombrecidas que son visibles tanto desde la antena transmisora como desde la receptora.

La comparación de los valores de interferencia medidos y calculados ha mostrado que se puede suponer que el coeficiente de dispersión modificado,  $\gamma$ , es constante en zonas de terreno bastante grandes. En el cuadro 1 figuran valores característicos de  $\gamma$ , determinados por una administración para diversos tipos de utilización del terreno.

FIGURA 1  
Dispersión debida al terreno





CUADRO 1

Tipo de dispersor	$\gamma$ (dB)
Tipos de utilización del terreno (según la base de datos de Estados Unidos de América)	-8
– residencial urbana	-7
– comercial y servicios	-16
– bosque de follaje caduco	-20
– bosque mixto	-20
Estructuras construidas por el hombre, según la base de datos de la Administración Federal de la Aviación	10,4

La integral de la ecuación de la potencia interferente (1) se puede expresar como una suma finita:

$$P_r = C_t \sum_{\Omega} \frac{G_t(p_i)G_r(p_i)}{R_t^2(p_i)R_r^2(p_i)} \gamma_i A_{e,i} \quad (2)$$

$$C_t = P_t \frac{\lambda^2}{(4\pi)^3} \quad (3)$$

donde:

$\gamma_i$ : coeficiente de la  $i$ -ésima célula

$p_i$ : punto medio de la célula, y

$A_{e,i}$ : superficie efectiva de la  $i$ -ésima célula contenida en el universo de células,  $\Omega$ .

Las mediciones de interferencia efectuadas a una frecuencia fija suelen presentar fluctuaciones en el tiempo en torno al valor medio calculado por la ecuación (2). Esto se debe al movimiento de objetos dispersantes como son los árboles y la vegetación o a variaciones temporales de las condiciones atmosféricas que pueden producir variaciones de amplitud y fase entre los ecos de diferentes zonas de dispersión. Análogamente, se observan fluctuaciones en torno al mismo valor medio cuando cambia la frecuencia portadora utilizada en el experimento. Afortunadamente, en el caso importante de la interferencia entre sistemas radioeléctricos digitales, sólo tiene importancia el valor medio dado por la ecuación (2). Pero si la fuente de interferencia es la potente portadora de una señal MF de bajo índice, hay que tener en cuenta las fluctuaciones de esta portadora por encima de la media (refuerzos).

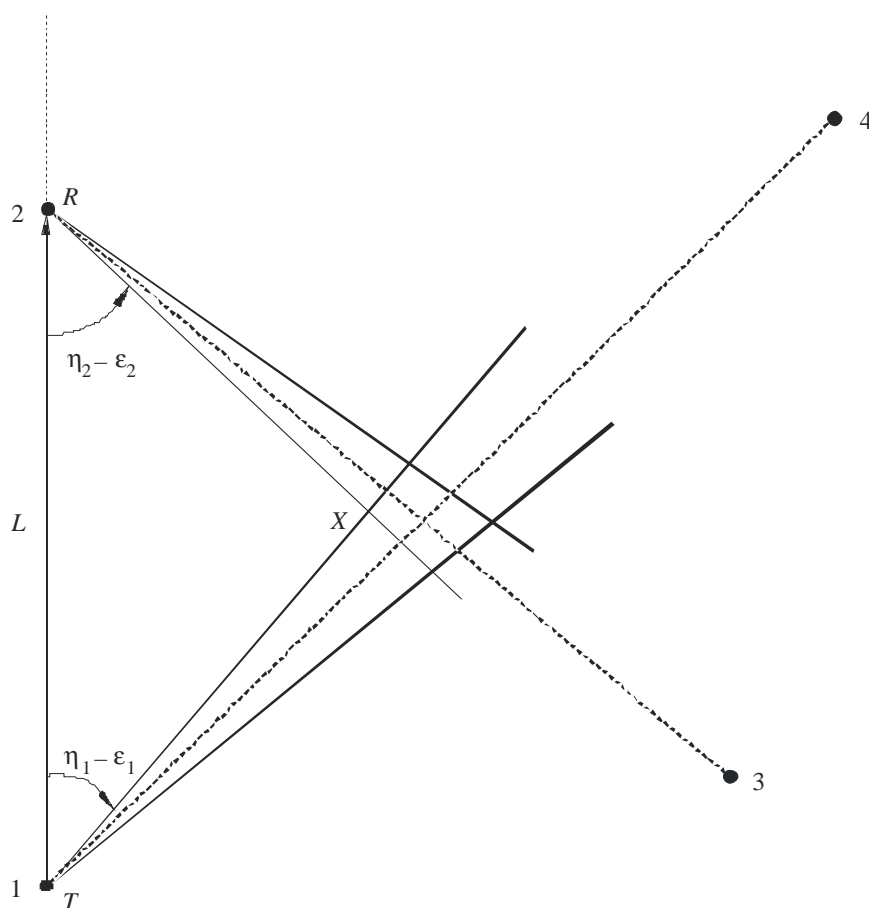
## 2.1 Aplicación del modelo

Las limitaciones prácticas de los recursos informáticos imponen un límite al tamaño físico de la parte de la región  $\Omega$  a la cual se aplicará la integral. Un método es tomar como región de integración un cuadrilátero en la superficie de la Tierra definido por la intersección de un sector acimutal centrado en la antena de transmisión interferente con un sector acimutal centrado en la antena de recepción interferida. En la Fig. 2 se muestra este tipo de región, donde el trayecto de la estación 1 a la estación 4 interseca el trayecto de la estación 3 a la estación 2, lo que hace que la estación 1 produzca interferencia a la estación 2 por dispersión en el terreno. Los sectores deben estar centrados en el acimut del haz principal de las respectivas antenas y pueden incluir los acimuts en que la ganancia directiva en la dirección acimutal no sea mayor de, por ejemplo, unos 30 dB por debajo de la ganancia máxima. En el § 3.1 se describe la solución de la integral de interferencia para una región de tales características.

Las técnicas de acotamiento ofrecen un medio menos arbitrario y más exacto y eficaz de evaluar la potencia de la interferencia por dispersión. Dado que la mayor parte de la energía recibida, que ha sido dispersada por el terreno, proviene generalmente de la dispersión en regiones cercanas a la intersección de los haces principales de las antenas interferente e interferida, sólo se requiere una integración exacta en la proximidad de esta intersección. La contribución del resto de  $\Omega$  se puede determinar mediante una cota superior. En el § 3.2 se describe la aplicación de las técnicas de acotamiento.

Una zona de terreno elemental sólo puede hacer una contribución distinta de cero a la integral de interferencia si no está en sombra. Es decir, debe ser visible desde las antenas transmisora y receptora. Al evaluar el ensombrecimiento de una zona elemental es necesario considerar el macroensombrecimiento y el microensombrecimiento. En el macroensombrecimiento, un elemento no es visible debido a la obstrucción causada por un terreno elevado cercano a una de las antenas; en el microensombrecimiento, el elemento no presenta una superficie efectiva  $A_{e,i}$  a una de las antenas debido a su orientación. Las condiciones necesarias para determinar si una región elemental está afectada o no por macro o microensombrecimiento se describen en los § 4.1 y 4.2.

FIGURA 2  
Geometría de la interferencia



En lo que sigue se presume que se dispone de mapas de elevación digitales fiables del terreno al que se aplica la integración. Estos datos toman la forma de elevaciones de un conjunto de puntos definidos en coordenadas geodésicas de latitud y longitud. Si bien existen datos de mapas de elevada resolución basados en intervalos de arco de 3 s, se puede obtener una exactitud adecuada utilizando datos de arcos de 15 s.

Los diagramas de radiación de antena utilizados en los cálculos se basan a menudo en mediciones registradas en tablas almacenadas en computador o en expresiones analíticas de diagramas medidos. Para simplificar, el diagrama en acimut, que puede obtenerse fácilmente, puede hacerse rotar sobre el eje de puntería.

### 3 Procedimientos de integración

#### 3.1 Solución directa

La integración para una región seleccionada  $S_0$  se puede resolver mediante la siguiente ecuación:

$$P_{r,o} = C_t \sum_{p_i \in S_0} \frac{G_t(p_i)G_r(p_i)}{R_t^2(p_i)R_r^2(p_i)} \gamma_i A_{e,i} \quad (4)$$

donde los puntos  $p_i$  pertenecen a regiones  $A_{e,i}$  que constituyen una división regular de la región  $S_0$ :

$$S_0 = \bigcup_i A_{e,i} \quad A_{e,i} \cap A_{e,j} = \varnothing \quad \text{for } i \neq j \quad (5)$$

Si bien los integrandos vienen definidos en una retícula rectangular, es conveniente utilizar triadas de puntos para definir las regiones planares elementales. Estas determinan regiones triangulares que se utilizan para hallar  $A_{e,i}$ , la superficie mínima visible desde el transmisor y el receptor:

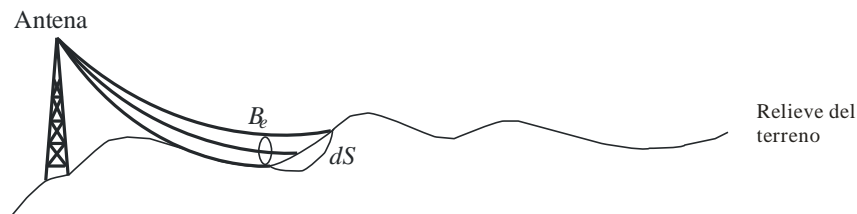
$$A_{e,i} = \text{mín}\{A_{t,i}, A_{r,i}\} \quad (6)$$

Si una región está en sombra, el término correspondiente se excluye de la integración.

La superficie elemental  $A_{e,i}$  viene determinada por la parte visible de la proyección de la superficie  $\Delta S_i$  sobre el plano perpendicular a la dirección del rayo (véase la Fig. 3).

$$A_{e,i} = \text{mín}\{B_{t,i}, B_{r,i}\} \quad (7)$$

FIGURA 3  
Dispensor elemental





La superficie elemental máxima visible viene expresada por:

$$B_e = 0,5 \cdot [h(\sin \theta, \cos \theta) \cdot \cos(\varphi + 2\mu) - \Delta x \Delta y \cdot \sin(\varphi + 2\mu)] \quad (8)$$

$$h(u, v) = u \cdot \Delta y \Delta z_{cb} + v \cdot \Delta x \Delta z_{ab}$$

Aquí,  $\Delta z_{ba}$  y  $\Delta z_{bc}$  representan los incrementos de elevación de los puntos de un triángulo de la retícula con respecto a la elevación del punto angular derecho (véase la Fig. 4);  $\Delta x$  y  $\Delta y$  son las dimensiones de la retícula,  $\varphi$  y  $\theta$  la elevación y el acimut del punto medio del triángulo, y  $\mu$  el ángulo entre la cuerda y la tangente del rayo dispersado (véase la Fig. 5). Obsérvese que  $A_{e,i}$  es la superficie proyectada sobre la esfera unitaria de la superficie del terreno  $\Delta S_i$ , que no depende de las condiciones de propagación.

FIGURA 4  
Superficie efectiva del dispersor

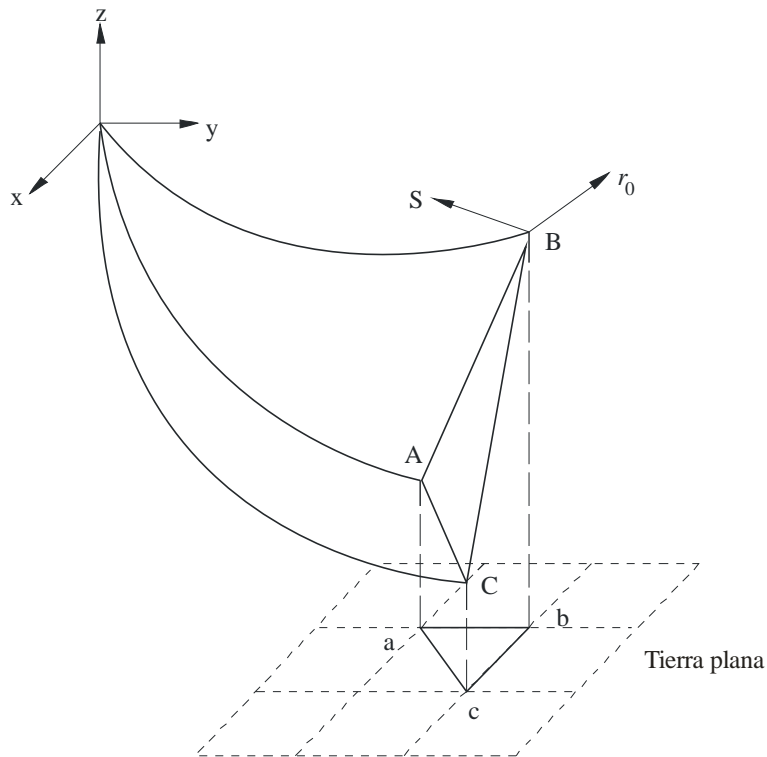
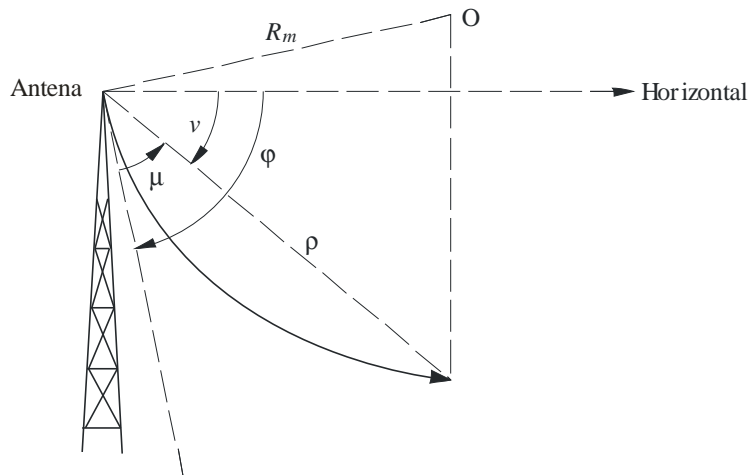


FIGURA 5

Ángulo de elevación



F.1096-05

Esta ecuación no requiere el cálculo de ningún ángulo pues es posible calcular directamente todas las funciones trigonométricas de (8):

$$\sin \theta = \frac{x}{(x^2 + y^2)^{1/2}}, \quad \cos \theta = \frac{y}{(x^2 + y^2)^{1/2}};$$

$$\sin(\varphi + 2\mu) = \frac{z}{\rho} \left(1 - \frac{\rho^2}{4R_e^2}\right)^{1/2} + \frac{d}{2R_e}; \quad (9)$$

$$\cos(\varphi + 2\mu) = \frac{d}{\rho} \left(1 - \frac{\rho^2}{4R_e^2}\right)^{1/2} - \frac{z}{2R_e},$$

donde:  $\rho = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$  es la distancia entre la antena y el dispersor,  $d = (x^2 + y^2)^{1/2}$  es su proyección sobre el plano horizontal, y  $R_e = a \cdot k$ , siendo  $a$  el radio de la Tierra y  $k$  el factor del radio de la Tierra que depende del gradiente de refractividad de la atmósfera.

Sustituyendo (9) en (8) se tiene:

$$B_e = 0,5 \cdot \left[ h(x, y) \cdot \left( \frac{1}{\rho} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\rho}{2R_e}\right)^2} - \frac{z}{2R_e} \right) - \Delta x \Delta y \cdot \left( \frac{z}{\rho} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\rho}{2R_e}\right)^2} + \frac{d}{2R_e} \right) \right] \quad (10)$$

donde  $(x, y, z)$  son las coordenadas del punto medio del triángulo. Como  $z \ll R_e$ , la ecuación anterior puede simplificarse así:

$$B_e = \frac{0,5}{\rho} \cdot [h(x, y) - \Delta x \Delta y \cdot z] - \Delta x \Delta y \frac{d}{4R_e} \quad (11)$$

### 3.2 Técnicas de acotamiento

Para calcular el valor de  $P_r$  se puede recurrir a una técnica recursiva, dividiendo el universo  $\Omega$  en dos subconjuntos mutuamente exclusivos  $S_0$  y  $Q_0$ :

$$S_0 \cup Q_0 = \Omega, \quad S_0 \cap Q_0 = \emptyset \quad (12)$$

y representando la integral de la ecuación (1) por la suma de dos integrales:

$$P_r = C_t \int_{S_0} \frac{G_t G_r}{R_t^2 R_r^2} \gamma dA_e + C_t \int_{Q_0} \frac{G_t G_r}{R_t^2 R_r^2} \gamma dA_e \quad (13)$$

Esta expresión se resuelve integrando numéricamente el primer término y acotando el segundo. Si la cota es mucho menor que el valor calculado de la primera integral, se puede reemplazar la integral del universo  $\Omega$  por la integral de  $S_0$ . La exactitud necesaria de la estimación determina cuán pequeña debe ser la cota en comparación con la integral. En la mayoría de los casos, si la cota es inferior a 0,1 veces la integral, puede reemplazarse la integral del universo  $\Omega$  por la integral de  $S_0$ , lo que entraña un error menor que 0,41 dB en la estimación de  $P_r$ . Es razonable una estimación con un error de esa magnitud, especialmente si se tienen en cuenta las incertidumbres en la determinación de los coeficientes de dispersión y las coordenadas geográficas. Por lo general, como las antenas son muy directivas, la región  $S_0$  de integración exacta es bastante más pequeña que la región completa.

Si la cota de  $Q_0$  no es mucho menor que la integral de  $S_0$ , se debe reemplazar la región de integración  $S_0$  por una región más grande,  $S_0 \cup S_1$  ( $S_1 \subset Q_0$ ). Se define  $Q_1$  como el complemento de  $S_1$  con respecto a  $Q_0$ , de modo que  $S_1 \cup Q_1 = Q_0$  y  $S_1 \cap Q_1 = \emptyset$ . Se evalúa la cota de  $Q_1$ . Como la integral de  $Q_1$  no puede ser mayor que la integral de  $Q_0$ , la cota de  $Q_1$  es, en general, menor que la cota de  $Q_0$ . Asimismo, la integral de  $S_0 \cup S_1$  debe ser mayor que la integral de  $S_0$ . En consecuencia, si el proceso se repite  $n$  veces, la cota se hace menor que la integral de  $\cup_i S_i$  y se puede reemplazar la integral del universo  $\Omega$  por la integral del subconjunto  $\cup_i S_i$ . En la práctica, es conveniente que  $n$  sea pequeño, por ejemplo, uno o dos. Esto puede obtenerse escogiendo adecuadamente  $S_0$  y formulando el algoritmo de modo tal que la cota de  $Q_0$  (y otro  $Q_i$ ) esté lo más ajustada posible.

Cabe señalar que es posible adicionar valores de  $S_i$  a la superficie de integración real y utilizar los resultados anteriores de modo tal que la integración para cualquier superficie  $S_i$  se efectúe sólo una vez. Como las cotas son fáciles de calcular, esto puede repetirse tantas veces como sea necesario para aumentar la exactitud de la estimación.

Para evaluar las cotas superiores,  $Q_0, Q_1, \dots$ , se emplea la desigualdad  $\gamma \in dA_e \leq \gamma R_t^2 d\omega$ , donde  $d\omega$  es el ángulo sólido con centro en la antena del elemento  $dS$  (véase la nota). Utilizando coordenadas esféricas con centro en el transmisor, se tiene:

$$P_{r,e} = C_t \int_{Q_0} \frac{G_t G_r}{R_t^2 R_r^2} \gamma dA_e \leq C_t \max_{Q_0} \left[ \frac{\gamma G_t G_r}{R_r^2} \right] D_0 \quad (14)$$

donde  $D_0$  es la superficie de la proyección de la región de integración  $Q_0$  sobre la esfera unitaria con centro en el transmisor, y  $\varphi_t$  y  $\theta_t$  son la elevación y el acimut del dispersor elemental.

Dado que:

$$\max_{Q_0} \left[ \frac{\gamma G_t G_r}{R_r^2} \right] \leq \left[ \frac{\gamma_{\max} G_{t,\max} \cdot G_{r,\max}}{R_{r,\min}^2} \right] \quad (15)$$

donde los valores máximos y mínimos corresponden a la región  $Q_0$ :

$$P_{r,e} \leq C_t \frac{G_{t,\max} \cdot G_{r,\max}}{R_{r,\min}^2} \gamma_{\max} D_0 \quad (16)$$

Empleando coordenadas esféricas con centro en el receptor, se obtiene el resultado análogo siguiente:

$$P_{r,e} \leq C_t \frac{G_{t,max} \cdot G_{r,max}}{R_{t,min}^2} \gamma_{max} D_0 \quad (17)$$

La más ajustada de estas dos cotas adopta la siguiente forma:

$$P_{r,e} \leq C_t \frac{G_{t,max} G_{r,max}}{R_m^2} \gamma_{max} D_0 \quad (18)$$

donde:

$$R_m = \max \{R_{r,min}, R_{t,min}\} \quad (19)$$

Se pueden hallar diferentes cotas seleccionando distintas regiones  $S_0$ . En el caso más importante,  $S_0$  representa una superficie del terreno situada en la intersección de los ángulos  $|\theta_{r,0} - \theta_r| < \varepsilon_1$ ,  $|\theta_{t,0} - \theta_t| < \varepsilon_2$ , donde  $\theta_{r,0}$  y  $\theta_{t,0}$  son los acimuts de la dirección de la antena (véase la Fig. 2). Si  $\varepsilon_1$  y  $\varepsilon_2$  son tales que las ganancias de antenas dentro de los ángulos son mayores que los valores máximos locales en sus lóbulos laterales, la cota anterior se puede reformular de la siguiente manera:

$$P_{r,e} \leq C_t \frac{G_r(\theta_{r,0} + \varepsilon_1, \varepsilon_2) \cdot G_t(\theta_{t,0} + \varepsilon_1, \varepsilon_2)}{R_m^2} \gamma_{max} D_0 \quad (20)$$

En este caso en particular,  $R_{t,min}$  y  $R_{r,min}$  se pueden determinar mediante el triángulo RXT ilustrado en la Fig. 2.

$$R_{t,min} = \frac{L \sin(\eta_2 - \varepsilon_2)}{\sin(\eta_1 + \eta_2 - \varepsilon_1 - \varepsilon_2)},$$

$$R_{r,min} = \frac{L \sin(\eta_1 - \varepsilon_1)}{\sin(\eta_1 + \eta_2 - \varepsilon_1 - \varepsilon_2)}.$$
(21)

En el Anexo 2 figura el método para calcular la superficie del cuadrilátero  $D_0$ . Sin embargo, para evitar cálculos complejos, ésta se puede acotar al área total de la esfera unitaria, que es igual a  $4\pi$ .

Los acotamientos precedentes se basan en la directividad de la antena. Se pueden obtener otros acotamientos mediante la ecuación (2). Por ejemplo, las regiones distantes se pueden excluir de la integración. La cota correspondiente tiene la siguiente forma:

$$P_{r,x} \leq C_t \frac{G_r(\theta_{r,0}, 0) \cdot G_t(\theta_{t,0}, 0)}{R^2} \gamma_{max} \overline{D_0} \quad (22)$$

donde  $\overline{D_0}$  es la superficie de la proyección de la región  $S_0$  sobre la esfera unitaria, y  $R$  se selecciona de modo tal que  $P_{r,x} + P_{r,e}$  sea menor que la exactitud requerida.

*Nota del Director del BR* – A título de información la deducción de esta evaluación figura en:

SMITH, W.E., SULLIVAN, P.L., GIGER, A.J. y ALLEY. G.D. [junio de 1987] Recent advances in microwave interference prediction. IEEE International Conference on Communications (ICC '87), paper 23.2.

## 4 Ensombrecimiento

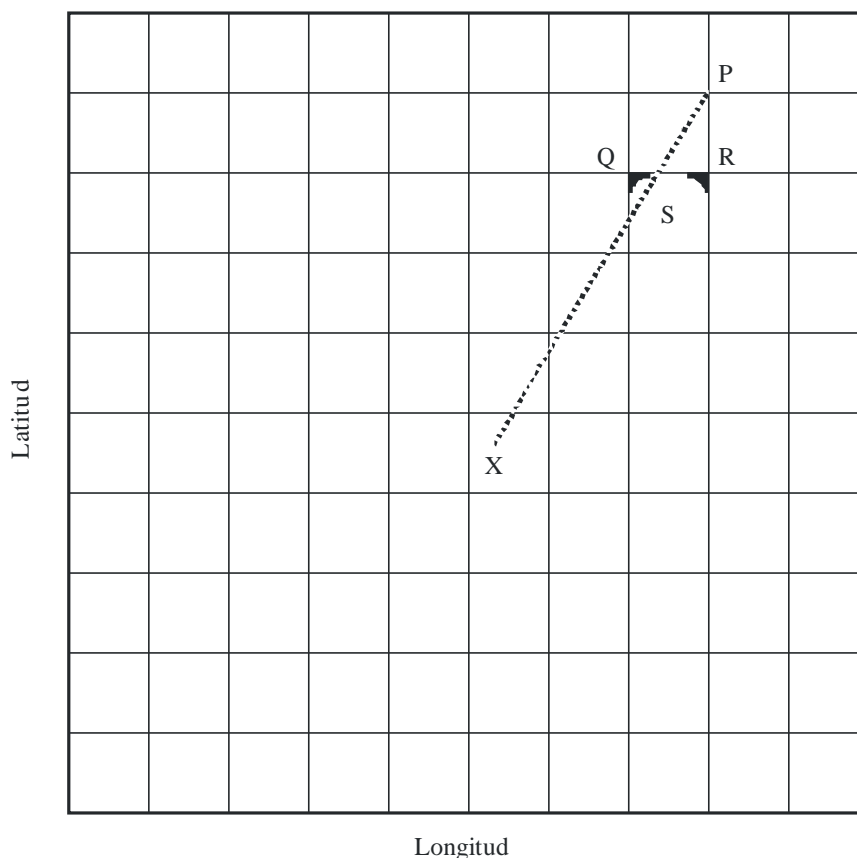
### 4.1 Macroensombrecimiento

Como el ensombrecimiento de una superficie elemental se puede relacionar con el ensombrecimiento de sus puntos individuales, es necesario determinar el ensombrecimiento de los puntos constitutivos. Para tal fin sería conveniente utilizar coordenadas esféricas con centro en la antena. Al calcular el efecto de sombra mediante un sistema de coordenadas esféricas, el algoritmo sólo tiene que seguir el ángulo de lanzamiento más grande a lo largo del plano del radial, actualizando el ángulo de lanzamiento máximo sólo cuando es necesario.

Los conceptos de ensombrecimiento no varían cuando se emplea un sistema de coordenadas reticular, pero la visibilidad de cualquier punto de la retícula no puede determinarse fácilmente en este caso pues no hay seguridad de que se pueda encontrar uno o más puntos con el mismo acimut que el punto de prueba. Se debe efectuar una aproximación del ángulo de lanzamiento máximo a lo largo del radial, para poder comparar el ángulo de lanzamiento del punto de prueba con ese valor para determinar su visibilidad. Para un punto de prueba P dado, se deben determinar primero los dos puntos Q y R de la retícula que están más cerca que el punto de prueba, que encuadran el radial que va de la antena al punto de prueba, que tienen la mínima diferencia acimutal y que tienen los ángulos de lanzamiento mínimos. En la Fig. 6 se muestra la proyección de esos puntos sobre el plano horizontal.

FIGURA 6

**Determinación del ensombrecimiento del punto de prueba P mediante los ángulos de lanzamiento visibles en los puntos Q y R**



Es necesario comparar el ángulo de lanzamiento correspondiente al punto de prueba P con el ángulo de lanzamiento visible que se puede asociar al punto de intersección S del plano del radial con la semirrecta que une los dos puntos de la retícula. El plano de este radial se muestra en la Fig. 7. Se comparan entonces los ángulos de lanzamiento  $\phi_S$  y  $\phi_P$ : el punto P es visible únicamente si  $\phi_P \geq \phi_S$ , suponiendo que S es visible. De no ser así, el punto P está ensombrecido o no es visible.

El ángulo de lanzamiento  $\phi$  de cualquier punto se puede calcular por medio de la Fig. 5:

$$\phi = \arcsin \left[ \frac{z}{\rho} \left( 1 - \frac{\rho^2}{4R_e^2} \right)^{1/2} - \frac{d}{2R_e} \right] \quad (23)$$

donde:

$$R_e = k \cdot a$$

$k$ : factor eficaz del radio terrestre que depende del gradiente de refractividad

$a$ : radio de la Tierra

$d$ : distancia horizontal entre la antena y el punto de prueba

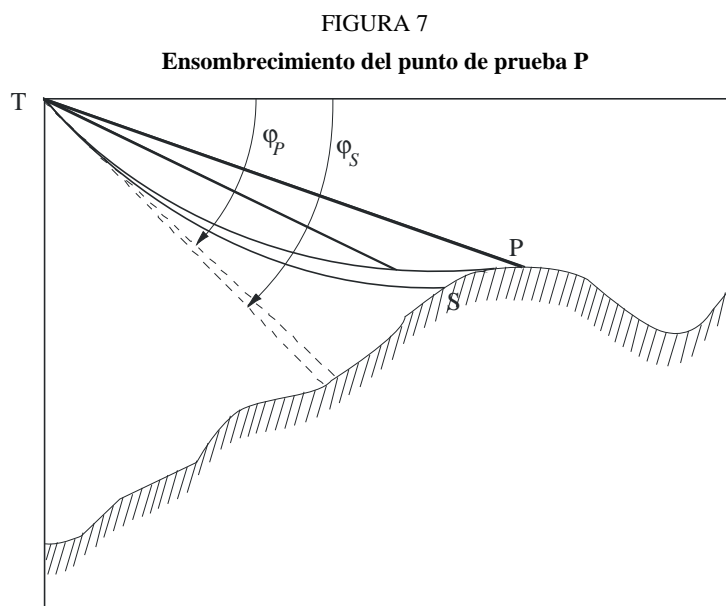
$z$ : distancia horizontal entre la antena y el punto de prueba

$$\rho = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$$

Como arc sen ( $x$ ) es una función que crece en forma monótona, sólo es necesario comparar los argumentos de la función arco seno para determinar la visibilidad de P, puesto que S es visible. Como  $\rho \ll R_e$ , la condición que debe cumplirse para que el punto P esté ensombrecido por el punto S se puede expresar como sigue:

$$\frac{z_p}{\rho_p} - \frac{d_p}{2R_e} < \frac{z_s}{\rho_s} - \frac{d_s}{2R_e} \quad (24)$$

En un sistema de coordenadas reticular, el ángulo de lanzamiento  $\phi_S$  en el punto S se puede determinar por interpolación lineal:





$$\varphi_S = \frac{d_{QS}}{d_{QR}} \varphi_Q + \frac{d_{RS}}{d_{QR}} \varphi_R \quad (25)$$

donde:

$d_{QS}$ : distancia entre Q y S (R y S)

$d_{QR}$ : distancia entre Q y R

$d_{RS}$ : distancia entre R y S.

Para determinar el ensombrecimiento se comienza con los puntos de la retícula más cercanos al transmisor y se supone que son visibles. A partir de esos puntos se procede en forma de rectángulos concéntricos para abarcar toda la retícula y determinar el ensombrecimiento de todos los puntos.

## 4.2 Microensombrecimiento

El microensombrecimiento de una zona elemental viene determinado por su orientación. Considérese el área triangular elemental de la Fig. 4. Este triángulo estará microensombrecido únicamente si la normal a su superficie externa  $N$  y el vector tangente unitario  $r_0$  del rayo correspondiente forman un ángulo agudo. Esto puede expresarse así:

$$N \cdot r_0 \geq 0 \quad (26)$$

Sean  $z_a$ ,  $z_b$  y  $z_c$  las elevaciones en los tres puntos adyacentes de la retícula (véase la Fig. 4) y supóngase que al menos uno de esos puntos no está en sombra. Los vértices del triángulo ABC que se aproxima al elemento de superficie pueden definirse por sus coordenadas cartesianas:  $A(x_b, y_b + \Delta y, z_a)$ ,  $B(x_b, y_b, z_b)$ ,  $C(x_b + \Delta x, y_b, z_c)$ . Suponiendo que  $\angle abc = 90^\circ$ , la desigualdad (26) es equivalente a (véase la Nota):

$$\begin{aligned} \delta [h(\sin \theta, \cos \theta) \cos(\varphi + 2\mu) - \Delta x \Delta y \sin(\varphi + 2\mu)] &\geq 0 \\ h(u, v) &= u \cdot \Delta y \Delta z_{cb} + v \cdot \Delta x \Delta z_{ab} \\ \delta &= \text{sign}(\Delta x \Delta y) \end{aligned} \quad (27)$$

donde  $\varphi$  es el ángulo de lanzamiento,  $\mu$  la diferencia entre este ángulo y el ángulo de elevación, y  $\theta$  el acimut del dispersor. La mitad del valor absoluto del miembro de la izquierda de esta desigualdad es igual a la superficie efectiva del dispersor dada por la ecuación (8). Por tanto, para calcular la interferencia de dispersión elemental puede resolverse el miembro de la izquierda de la expresión (27) y utilizarlo también para determinar el microensombrecimiento.

En el Anexo 3 figura un método aproximado simplificado para determinar el microensombrecimiento y calcular  $B_e$ , el área equivalente de un triángulo elemental. Este método reduce el tiempo de cálculo, utilizando una aproximación de primer orden de  $\varphi$  en las ecuaciones (11) y (27). Se pueden emplear cuando los ángulos de lanzamiento en la región cercana a la intersección de los haces principales de las antenas interferente e interferida son menores de  $5^\circ$  aproximadamente, en cuyo caso los errores introducidos son menores del 10%.

*Nota del Director del BR* – A título de información, la deducción de esta ecuación figura en:

KAHN, A.L., PRABHU, V.K. y TURIN, W. [1991] Shadowing algorithms in estimating ground scatter interference. Conf. Record, IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM '91).

## Anexo 2

### Cálculo de la superficie de un cuadrilátero sobre la esfera unitaria

La superficie del cuadrilátero  $D_0$  viene dada por la siguiente fórmula:

$$D_0 = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 - 2\pi \quad (28)$$

donde  $A_1, A_2, A_3$  y  $A_4$  son los ángulos del cuadrilátero sobre la esfera unitaria.

El ángulo  $A_i$  es igual al ángulo entre los planos que contienen el centro de la esfera y los círculos máximos que forman este ángulo. Se obtiene con la siguiente ecuación:

$$\cos A_i = \frac{N_j \cdot N_k}{|N_j| \cdot |N_k|} \quad (29)$$

donde  $N_j$  y  $N_k$  son las normales de los planos y  $|N_j|$  y  $|N_k|$  son sus longitudes. Estos vectores vienen dados por los productos cruzados de los radios vectores de los puntos correspondientes sobre la superficie de la esfera. Por ejemplo, denominando  $r_i$  al radio vector del vértice  $A_i$ , se tiene:

$$\cos A_2 = \frac{(r_2 \times r_1) \cdot (r_3 \times r_2)}{|r_2 \times r_1| \cdot |r_3 \times r_2|} \quad (30)$$

Para obtener ecuaciones explícitas hay que considerar las coordenadas cartesianas y esféricas con origen en el centro de la esfera; luego, el radio vector del punto  $A_i$  sobre la esfera unitaria se puede expresar como:

$$r_i = \{\cos \varphi_i \sin \theta_i, \cos \varphi_i \cos \theta_i, \sin \varphi_i\} \quad (31)$$

El producto cruzado de esos vectores es igual a:

$$r_{ij} = r_i \times r_j = \{x_{ij}, y_{ij}, z_{ij}\} \quad (32)$$

donde:

$$\begin{aligned} x_{ij} &= \cos \varphi_i \cos \theta_i \sin \varphi_j - \cos \varphi_j \cos \theta_j \sin \varphi_i \\ y_{ij} &= \cos \varphi_j \sin \theta_j \sin \varphi_i - \cos \varphi_i \cos \theta_i \sin \varphi_j \\ z_{ij} &= \cos \varphi_i \sin \theta_i \cos \varphi_j \cos \theta_j - \cos \varphi_j \sin \theta_j \cos \varphi_i \cos \theta_i \end{aligned} \quad (33)$$

El producto interno de los productos vectoriales de la ecuación (30) viene dado por:

$$r_{ij} \cdot r_{kl} = x_{ij} x_{kl} + y_{ij} y_{kl} + z_{ij} z_{kl} \quad (34)$$

y la longitud del vector es:

$$r_{ij} = (x_{ij}^2 + y_{ij}^2 + z_{ij}^2)^{1/2} \quad (35)$$

### Anexo 3

#### Método alternativo para calcular la superficie equivalente y el microensombrecimiento

Para pequeños ángulos de lanzamiento y pequeñas variaciones acimutales dentro de una región triangular como la indicada en la Fig.4, el microensombrecimiento se puede determinar aproximadamente clasificando primero los vértices del triángulo por acimut:  $P_1(\rho_1, \varphi_1, \theta_1)$ ,  $P_2(\rho_2, \varphi_2, \theta_2)$ ,  $P_3(\rho_3, \varphi_3, \theta_3)$ ,

$$\theta_1 \leq \theta_2 \leq \theta_3 \quad (36)$$

Por interpolación lineal se determinan las coordenadas del punto  $P_X$  ubicado en el acimut  $\theta_2$  sobre la línea que une  $P_1$  con  $P_3$ . Si el punto  $P_2$  está más lejos de la antena que  $P_X$  y su elevación es menor que la de  $P_X$ , la zona presenta microensombrecimiento. De modo similar, la zona está microensombrecida si el punto  $P_2$  está más cerca de la antena que  $P_X$  y su elevación es mayor que la de  $P_X$ .

Se define como  $\Delta\varphi$  la elevación del punto  $P_2$  menos la del punto  $P_X$ , y como  $\Delta\rho$  la magnitud en que la distancia del punto  $P_2$  a la antena excede la del punto  $P_X$ . Una célula estará microensombrecida si:

$$\Delta\rho \cdot \Delta\varphi \leq 0 \quad (37)$$

donde:

$$\Delta\rho = \rho_2 - \rho_1 \frac{\theta_3 - \theta_2}{\theta_3 - \theta_1} - \rho_3 \frac{\theta_2 - \theta_1}{\theta_3 - \theta_1} \quad (38)$$

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 \frac{\theta_3 - \theta_2}{\theta_3 - \theta_1} - \varphi_3 \frac{\theta_2 - \theta_1}{\theta_3 - \theta_1}$$

La superficie proyectada equivalente del triángulo puede calcularse aproximadamente mediante la siguiente ecuación:

$$B_e = \frac{\rho^2 \cos \varphi}{2} |\Delta A| \quad (39)$$

donde  $\rho$  es la distancia de la antena al triángulo elemental, y

$$\Delta A = (\theta_3 - \theta_1) \Delta\varphi \quad (40)$$

De esta manera, el valor  $\Delta\varphi$  se puede utilizar no sólo para el microensombrecimiento, sino también para estimar la superficie proyectada. Adviértase que, como  $\theta$  se mide en módulo  $2\pi$  y los triángulos elementales tienen una extensión pequeña en acimut, cualquier diferencia  $\theta_i - \theta_j$  en las ecuaciones (38) y (40) se debe reducir en  $2\pi$  si excede de  $\pi$ .