

RAPPORT UIT-R SA.2066

**Moyens permettant de calculer les caractéristiques statistiques
de visibilité des satellites en orbite basse**

(2006)

TABLE DES MATIÈRES

Page

1	Introduction	2
2	Pourcentage de temps et durée maximale pendant lesquels un engin spatial en orbite basse occupe une région définie	2
2.1	Equation de délimitation pour le pourcentage de temps pendant lequel l'engin spatial se trouve dans une région définie	3
2.2	Temps maximal pendant lequel un satellite reste situé à l'intérieur du faisceau d'une station au sol.....	3
3	Fonction de densité de probabilité de la position d'un satellite en orbite basse sur la sphère orbitale	4
3.1	Fonction de densité de probabilité du brouillage causé en satellites sur orbite basse par des émissions de systèmes du SF	8
3.2	Fonction de densité de probabilité du brouillage causé aux systèmes du SF par des émissions de satellites en orbite basse.....	12
4	Méthodes simplifiées de calcul des caractéristiques statistiques de visibilité.....	14
4.1	Méthode simplifiée pour des faisceaux d'antenne circulaires.....	14
4.2	Méthode manuelle de calcul des statistiques de visibilité	18
4.3	Comparaison des résultats numériques obtenus à l'aide de la méthode simplifiée et de la méthode manuelle pour des faisceaux d'antenne circulaires.	21
5	Moyens pour calculer les coordonnées du point d'intersection entre deux plans orbitaux.....	22
5.1	Analyse	22

1 Introduction

Compte tenu de l'utilisation croissante par le service de recherche spatiale (entre autres) de stations spatiales en orbite circulaire basse, il faut élaborer des modèles de partage dynamiques des fréquences permettant de traiter les brouillages que peut causer la station spatiale comme une fonction variant en fonction du temps. Le présent rapport définit des outils analytiques permettant de calculer les caractéristiques statistiques de visibilité pour l'engin spatial en orbite basse (voir la Note 1) tel qu'il est vu depuis un point bien précis à la surface de la Terre.

NOTE 1 – Le présent rapport traite uniquement des orbites circulaires de satellite dont la période orbitale n'est pas un multiple pair de la période de rotation de la Terre.

Le § 2 du présent rapport décrit les facteurs qui ont une incidence sur les caractéristiques statistiques de visibilité, présente une équation de délimitation pour la détermination du pourcentage de temps pendant lequel un satellite en orbite basse occupera des régions précises de la sphère orbitale visibles depuis une station terrienne et contient des graphiques récapitulatifs donnant la durée maximale que passe un satellite en orbite basse dans certaines régions de la sphère orbitale en fonction de plusieurs paramètres. Le § 3 établit l'expression de la fonction de densité de probabilité (fdp) d'un satellite situé à des emplacements particuliers de la sphère orbitale, illustre de quelle façon la fonction de densité de probabilité peut être utilisée pour calculer les caractéristiques statistiques du brouillage causé aux satellites en orbite basse par des émissions de stations du service fixe (SF) et indique comment calculer la fonction de densité de probabilité du brouillage causé aux systèmes du SF dans l'hypothèse où la puissance surfacique des émissions des satellites en orbite basse est conforme à un certain profil. Le § 4 propose une méthode simplifiée de calcul des caractéristiques statistiques de visibilité des stations terriennes ou des stations de Terre utilisant une antenne ayant un faisceau de section transversale circulaire et présente également une méthode manuelle de calcul de la visibilité qui est basée sur l'utilisation d'une feuille de calcul pour calculer les statistiques de visibilité des stations terriennes ou des stations de Terre utilisant une antenne avec un faisceau présentant une section transversale plus complexe. Enfin, le § 5 donne un moyen de calculer les coordonnées dans l'espace inertiel de l'intersection de deux plans orbitaux. Ce paragraphe est particulièrement utile pour prévoir la conjonction de satellites en orbite héliosynchrones dont les plans orbitaux sont décalés l'un par rapport à l'autre.

2 Pourcentage de temps et durée maximale pendant lesquels un engin spatial en orbite basse occupe une région définie

Même pour le plus simple des modèles de partage dynamique, il faut évaluer au moins six paramètres particuliers pour définir avec précision les principales caractéristiques statistiques dépendantes du temps d'une station spatiale en orbite basse vue depuis la surface de la Terre.

Ces données statistiques sont:

- le plus long temps de passage d'une station spatiale à travers le lobe principal d'une antenne au sol (voir le § 3);
- le pourcentage de temps, sur longue durée, que passe la station spatiale dans les différentes zones de la sphère orbitale, vue depuis la station au sol.

La première caractéristique est importante, en ce sens qu'elle permet de définir la durée la plus longue, sans interruption, pendant laquelle le système récepteur au sol reçoit de la puissance de bruit de la station spatiale. Le second ensemble statistique (après convolution avec les diagrammes de rayonnement des antennes d'émission et de réception et affaiblissement dû à la distance) peut être utilisé pour établir les relations entre le brouillage et le bruit (I/N) en fonction du temps destinées au modèle de partage dynamique des fréquences. En un sens, cette relation peut ensuite être traitée selon une méthode similaire à celle qui est appliquée au calcul du rapport intensité du signal/temps à partir des statistiques relatives à la propagation atmosphérique. Toutefois, on n'a plus

dans le récepteur une variation du rapport signal/bruit en fonction statistique du temps, mais une variation du rapport signal/bruit plus brouillage, en fonction statistique du temps, fondée sur les paramètres du modèle applicable à une station spatiale en orbite basse.

Les paramètres particuliers qui déterminent les caractéristiques statistiques de visibilité sur longue durée d'une station spatiale évoluant à basse altitude sur une orbite circulaire inclinée, vue depuis un système de réception à la surface de la Terre, sont les suivants:

- altitude de la station spatiale, H (km);
- inclinaison de l'orbite décrite par la station spatiale, i (degrés);
- latitude de la station au sol, La (degrés);
- pointage en azimut de l'antenne de la station au sol par rapport au nord, Az (degrés);
- pointage en site de l'antenne de la station au sol par rapport au plan horizontal de l'emplacement, El (degrés);
- surface angulaire de la région illuminée, δA .

Le dernier paramètre peut se prêter à plusieurs interprétations physiques différentes selon l'objet de l'analyse. Par exemple, il peut s'agir soit de la surface angulaire du lobe principal de l'antenne de la station au sol, soit d'une surface angulaire exprimée par une «ouverture» en azimut de δAz (degrés) et par une «hauteur» en site de δEl (degrés).

2.1 Equation de délimitation pour le pourcentage de temps pendant lequel l'engin spatial se trouve dans une région définie

L'équation de délimitation ci-après peut être utilisée pour déterminer le pourcentage de temps pendant lequel un engin spatial en orbite basse restera dans certaines régions visibles de la station au sol pendant de longues périodes de temps:

$$T(\%) = \frac{\delta\lambda}{2\pi^2} \left(\sin^{-1} \left[\frac{\sin(L + \Delta L)}{\sin i} \right] - \sin^{-1} \left[\frac{\sin L}{\sin i} \right] \right) \times 100 \quad (1)$$

où:

$L, \Delta L$: limites de latitude de la région sur la sphère orbitale (voir la Fig. 1)

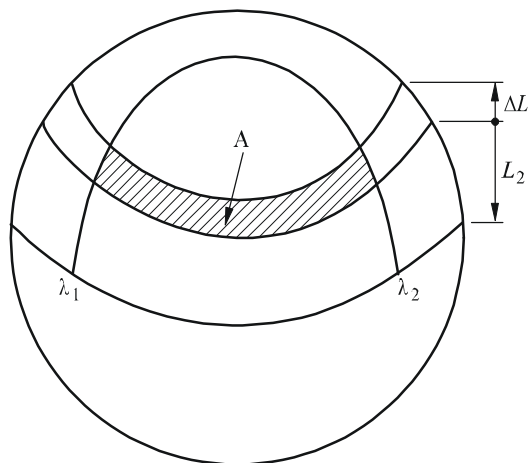
$\delta\lambda$: étendue longitudinale de la région sur la sphère orbitale comprise entre les limites de longitude λ_1 et λ_2 (voir la Fig. 1)

i : inclinaison de l'orbite du satellite (tous les angles sont en radians).

2.2 Temps maximal pendant lequel un satellite reste situé à l'intérieur du faisceau d'une station au sol

On trouvera dans le présent paragraphe des données numériques, correspondant au cas le plus défavorable, sur un aspect du partage des fréquences entre des satellites en orbite basse, inclinée. Les possibilités de partage dépendent du temps pendant lequel un satellite susceptible de créer des brouillages reste situé à l'intérieur de l'ouverture à 3 dB du faisceau de l'antenne de réception d'une station au sol. Ce paramètre est évalué pour plusieurs valeurs de l'altitude de l'orbite et pour deux valeurs extrêmes de l'angle d'élévation de l'antenne de réception. Les résultats numériques obtenus représentent une limite supérieure de la durée pendant laquelle un engin spatial situé à une altitude donnée apparaîtra à l'intérieur du faisceau d'une station au sol.

FIGURE 1



Rap 2066-01

Le temps que passe un satellite dans le faisceau de l'antenne d'une station au sol est fonction de l'ouverture de ce faisceau, de son angle d'élévation et de l'altitude du satellite. Le cas le plus défavorable, c'est-à-dire celui où le satellite reste le plus longtemps à l'intérieur du faisceau, se produit lorsque la station au sol se trouve à l'équateur, avec un angle d'élévation nul et que le satellite se déplace vers l'est sur une orbite d'inclinaison nulle. Le temps que le satellite passe dans le faisceau dépend de la vitesse du satellite par rapport à celle du faisceau qui tourne avec la Terre et de la longueur de l'arc de l'orbite déterminé par le faisceau.

La durée maximale pendant laquelle un engin spatial peut demeurer dans le faisceau principal d'une antenne est indiquée dans les Fig. 2 et 3, respectivement pour des angles d'élévation d'antenne de 0° et 90° et correspond à différentes valeurs de l'altitude orbitale et de l'ouverture du faisceau.

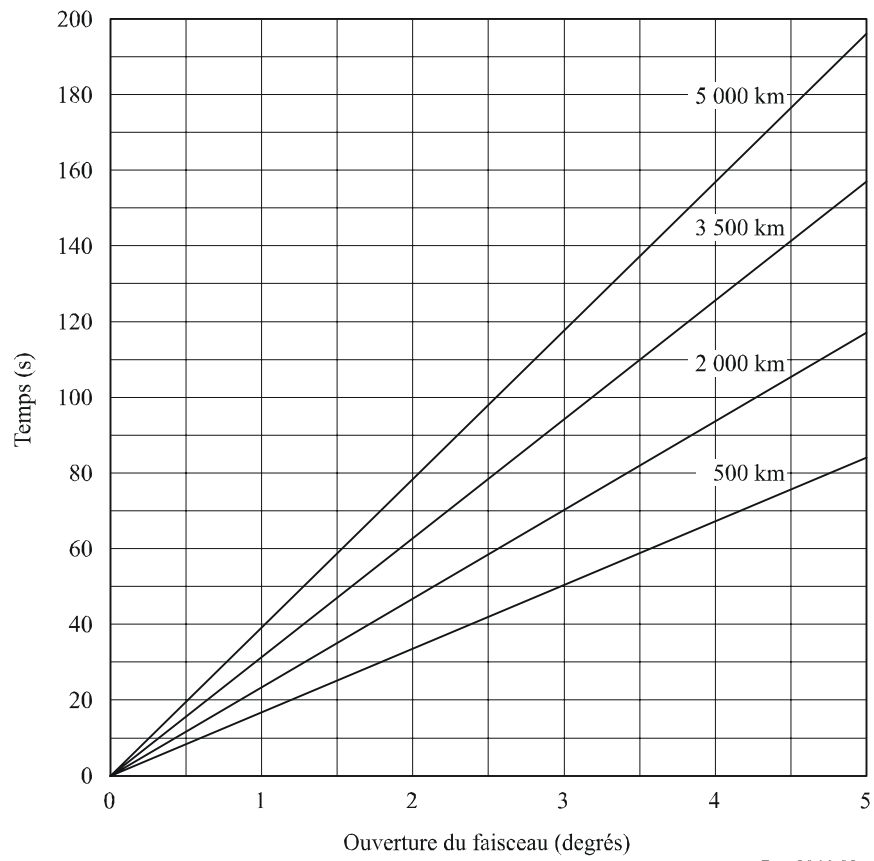
3 Fonction de densité de probabilité de la position d'un satellite en orbite basse sur la sphère orbitale

La position (c'est-à-dire la latitude et la longitude) d'un satellite gravitant sur la sphère orbitale par rapport à un point fixe sur la Terre est fonction de deux paramètres indépendants: la position du satellite dans son plan orbital et la longitude du point d'observation sur la Terre relative au plan orbital. La géométrie utilisée pour cette analyse est indiquée à la Fig. 4. On suppose que le satellite décrit une orbite circulaire à une altitude, h , que l'inclinaison du plan de l'orbite est i et que les périodes de rotation du satellite et de la Terre ne sont pas liées directement.

Le système de coordonnées indiqué à la Fig. 4 est un repère droit, géocentrique ayant comme plan x-y le plan de l'équateur, l'axe des x pointant une direction arbitraire de l'espace (habituellement le point vernal).

FIGURE 2

Temps maximal que le satellite passe à l'intérieur du faisceau de l'antenne
en fonction de l'ouverture du faisceau, pour un angle d'élévation de 0°



Rap 2066-02

FIGURE 3

Temps maximal que le satellite passe à l'intérieur du faisceau de l'antenne
en fonction de l'ouverture du faisceau, pour un angle d'élévation de 90°

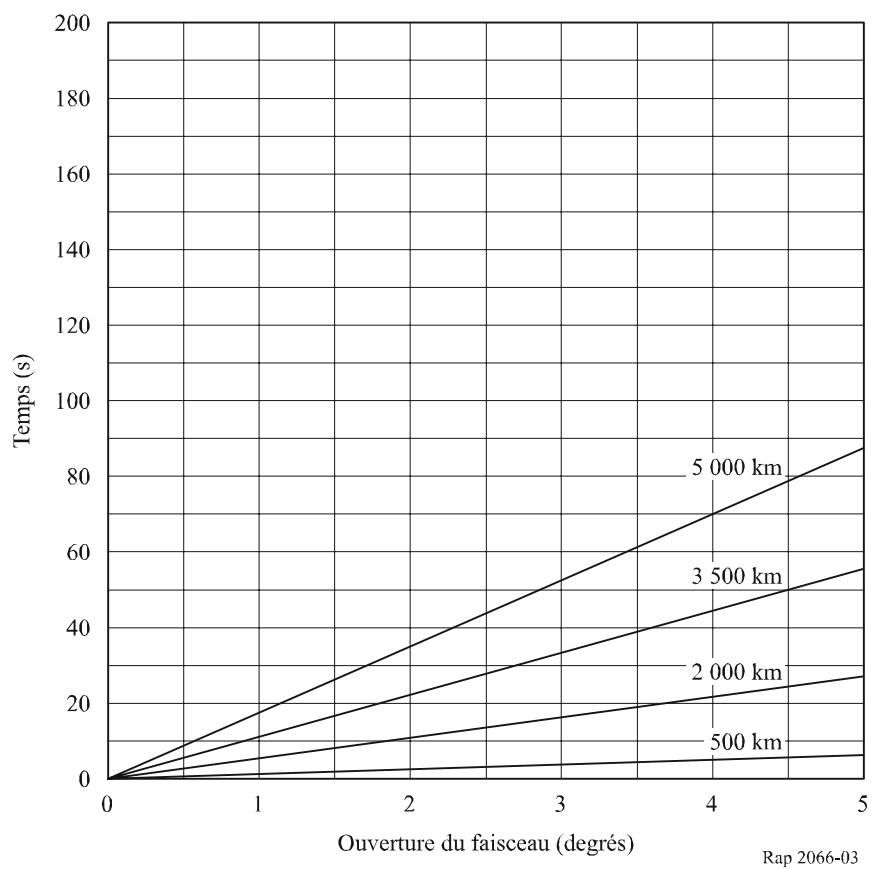
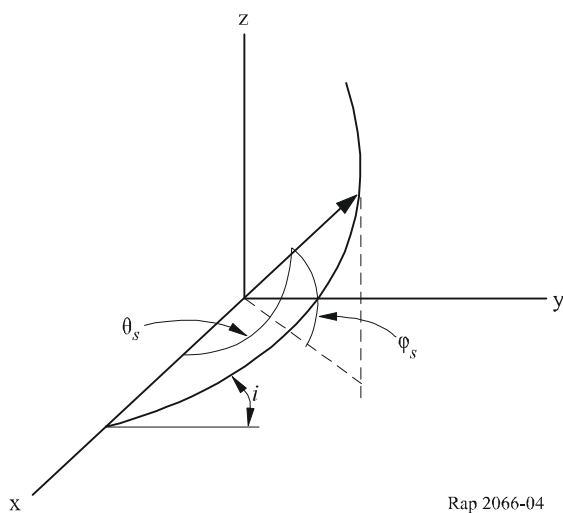


FIGURE 4

Modèle géométrique simplifié d'un satellite évoluant sur une orbite circumterrestre



Dans un souci de simplification, on suppose que l'intersection du plan orbital avec le plan de l'équateur n'est autre que l'axe des x . La latitude φ_s de la position du satellite dans l'espace est donnée par:

$$\sin \varphi_s = \sin \theta_s \sin i \quad (2)$$

où θ_s est l'angle central que fait l'axe des x avec le vecteur position du satellite. Si les satellites gravitent sur des orbites circulaires, alors θ_s est une fonction linéaire du temps t , soit $\theta_s = 2\pi t/\tau$, où τ représente la période de l'orbite. L'équation (2) montre que la latitude du satellite est fonction de l'angle central θ_s et de l'inclinaison de l'orbite i .

Si l'angle central du vecteur position d'un satellite évoluant sur une orbite circulaire est échantillonné de façon aléatoire dans le temps, l'angle θ_s sera alors uniformément distribué sur l'intervalle $0-2\pi$ radians, avec pour densité de probabilité $p(\theta_s)$:

$$p(\theta_s) = \frac{1}{2\pi} \quad (3)$$

La fdp de la latitude du vecteur position du satellite peut être déterminée grâce à une technique de transformation simple issue de la théorie des probabilités. On peut montrer que, pour une variable aléatoire x de fdp $p(x)$ à laquelle on fait subir la transformation $y = g(x)$, la fdp $p(y)$ de la variable aléatoire y est de la forme:

$$p(y) = \frac{p(x_1)}{|g'(x_1)|} + \dots + \frac{p(x_n)}{|g'(x_n)|} \quad (4)$$

où:

$$g'(x) = \frac{dg(x)}{dx}$$

et $x_1, \dots, x_n$ sont les racines réelles de l'équation $y = g(x)$.

Si l'on applique la procédure décrite ci-dessus aux équations (2) et (3), on obtient la fdp de la latitude du vecteur position du satellite dans son plan orbital:

$$p(\varphi_s) = \frac{1}{\pi} \frac{\cos \varphi_s}{\sqrt{\sin^2 i - \sin^2 \varphi_s}} \quad (5)$$

L'équation (5) représente la fonction qui serait obtenue dans le cas où la latitude du satellite serait échantillonnée de façon aléatoire un grand nombre de fois. Un examen de l'équation (5) révèle que l'expression n'est définie que pour les valeurs réelles de l'équation $|\varphi_s| \leq i$ comme on l'avait supposé. On peut également montrer que:

$$\int_{-i}^i p(\varphi_s) d\varphi_s = 1 \quad (6)$$

là aussi, comme prévu.

Pour que le satellite, observé depuis un point de référence sur la surface de la Terre, apparaisse à une longitude spécifique λ_s sur la sphère orbitale, le plan orbital doit couper la sphère orbitale à cette même longitude. La probabilité de cet événement est uniformément distribuée sur 2π radians, c'est-à-dire:

$$p(\lambda_s) = \frac{1}{2\pi} \quad (7)$$

Enfin, comme on a supposé que la période du satellite et la rotation de la Terre n'étaient pas liées directement, la fdp de la position du satellite est la probabilité combinée de ces deux événements indépendants qui s'exprime comme le produit de chaque fonction de densité de probabilité:

$$p(\varphi_s, \lambda_s) = \frac{1}{2\pi^2} \frac{\cos \varphi_s}{\sqrt{\sin^2 i - \sin^2 \varphi_s}} \quad (8)$$

La probabilité $P(\Delta\varphi, \Delta\lambda)$ pour que le satellite occupe la région sur la sphère orbitale délimitée par les latitudes $\varphi_s, \varphi_s + \Delta\varphi_s$ et longitude $\Delta\lambda_s$ a pour expression:

$$P(\Delta\varphi, \Delta\lambda) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{\Delta\lambda_s} \int_{\varphi_s}^{\varphi_s + \Delta\varphi_s} \frac{\cos \varphi_s d\lambda_s d\varphi_s}{\sqrt{\sin^2 i - \sin^2 \varphi_s}} \quad (9)$$

Si l'on effectue l'intégration, on obtient:

$$P(\Delta\varphi, \Delta\lambda) = \frac{\Delta\lambda_s}{2\pi^2} \left(\sin^{-1} \left[\frac{\sin(\varphi_s + \Delta\varphi_s)}{\sin i} \right] - \sin^{-1} \left[\frac{\sin \varphi_s}{\sin i} \right] \right) \quad (10)$$

3.1 Fonction de densité de probabilité du brouillage causé aux satellites en orbite basse par des émissions de systèmes du SF

La fdp du brouillage causé aux satellites en orbite basse par des émissions de systèmes du SF est fonction de la géométrie et de la fdp de la position du satellite. S'il est possible d'exprimer le brouillage au moyen d'une fonction variant avec les coordonnées (latitude et longitude relative) de la sphère orbitale visible, soit $I(\varphi_s, \lambda_s)$, alors la fdp du brouillage causé au satellite sur orbite basse $p(I)$ est donnée par:

$$P(I)dI = \iint_S p(\varphi_s, \lambda_s) d\varphi_s d\lambda_s \quad (11)$$

où S indique que l'intégration doit être effectuée sur le segment de la surface de la sphère orbitale pour laquelle le niveau de brouillage varie entre I et $I + dI$.

La fonction $I(\varphi_s, \lambda_s)$ est une fonction complexe dépendant d'un certain nombre de paramètres, à savoir la position de la station SF, la densité spectrale de puissance de l'émetteur, les caractéristiques de directivité du gain de l'antenne d'émission, l'azimut et l'angle d'élévation de l'antenne d'émission, l'altitude et l'inclinaison de l'orbite du satellite, la distance à laquelle se trouve le satellite, le gain de l'antenne de réception du satellite dans la direction du brouillage et la fréquence de fonctionnement. Le calcul de l'intégrale d'une fonction de cette complexité se plie plus facilement à des techniques de résolution numériques.

Les étapes de cette procédure numérique sont:

Etape 1: définir φ_s et λ_s comme des variables indépendantes sur la surface de la sphère orbitale visible.

Etape 2: définir une matrice $I(n)$ correspondant à la plage à l'examen (de la valeur maximale à la valeur minimale du brouillage ($I(\varphi_s, \lambda_s)$) où n représente le nombre d'incrémentés désirés (par exemple, des incréments de 0,25 dB) (cette matrice sera utilisée pour mémoriser la fdp différentielle).

Etape 3: évaluer $I(\varphi_s, \lambda_s)$ pour des valeurs spécifiques de φ et λ (cette valeur servira à désigner un élément spécifique n_0 dans la matrice $I(n)$).

Etape 4: calculer $p(\varphi_s, \lambda_s)$ $d\varphi_s$ $d\lambda_s$ et l'ajouter à la valeur mémorisée dans $I(n_0)$.

Etape 5: incrémenter φ et λ sur la surface de la sphère orbitale visible.

Etape 6: renouveler les étapes 3 à 5.

Remarquons que l'évaluation numérique de l'équation (11) revient à transformer l'intégrale en somme.

Les paramètres géométriques nécessaires à l'évaluation de $I(\varphi_s, \lambda_s)$ sont obtenus en utilisant un repère de coordonnées géocentrique identique à celui présenté à la Fig. 4. La différence principale réside dans le fait que le repère de coordonnées tourne à la même vitesse et dans la même direction que la Terre. Le plan x-y est le plan de l'équateur et l'axe des z l'axe de rotation de la Terre. La position de la station SF est supposée, pour plus de simplicité, appartenir au plan x-z. L'échelle du repère de coordonnées est normalisée au rayon de la Terre. Par conséquent, les distances calculées dans ce repère de coordonnées doivent être multipliées par le rayon de la Terre (6378 km) si l'on veut obtenir la valeur correcte. Les composantes normalisées du vecteur position $\mathbf{P}$ de la station sont données par:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_p \\ 0 \\ \sin \varphi_p \end{bmatrix} \quad (12)$$

où φ_p représente la latitude de la station SF.

La direction dans laquelle pointe l'antenne d'émission du SF est indiquée par un vecteur unitaire qui appartient au plan de l'horizontale locale et est déviée de la direction Nord par un angle d'azimut donné θ_{az} . Les composantes du vecteur $\mathbf{U}_A$ dans laquelle pointe l'antenne s'expriment comme suit:

$$\mathbf{U}_A = \begin{bmatrix} \cos \varphi_r \cos \lambda_r \\ \cos \varphi_r \sin \lambda_r \\ \sin \varphi_r \end{bmatrix} \quad (13)$$

où

$$\varphi_r = \sin^{-1}(\cos \varphi_p \cos \theta_{az}) \quad (14a)$$

$$\lambda_r = \cos^{-1} \left[\frac{-\sin \varphi_p \cos \theta_{az}}{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi_p \cos^2 \theta_{az}}} \right] \quad (14b)$$

Les valeurs de φ_s et λ_s qui délimitent la surface visible de la sphère orbitale peuvent être facilement déterminées. Les limites de φ_s sont données par:

$$\varphi_{max} = \varphi_p + \varphi_{lim}, \varphi_{max} \leq i \quad \text{sinon } \varphi_{max} = i \quad (15a)$$

$$\varphi_{min} = \varphi_p - \varphi_{lim}, \varphi_{max} \leq i \quad (15b)$$

où:

$$\varphi_{lim} = \cos^{-1}(1/\beta)$$

$$\beta = 1 + h/r_e$$

h : altitude du satellite

r_e : rayon de la Terre.

Si $\varphi_{min} < i$, alors le satellite sur orbite basse n'est pas visible depuis la station SF.

Pour une valeur arbitraire de φ_s comprise entre les valeurs limites φ_{min} et φ_{max} , les valeurs limites de la longitude relative λ_{min} et λ_{max} sur le segment visible de la sphère orbitale sont:

$$\lambda_{max} = -\lambda_{min} = \cos^{-1} \left[\frac{\cos \varphi_{lim} - \sin \varphi_p \sin \varphi_s}{\cos \varphi_p \cos \varphi_s} \right] \quad (16)$$

Etant donné les valeurs de φ_s et λ_s comprises entre les valeurs limites établies ci-dessus, la distance qui sépare la station du satellite, ainsi que l'angle que fait la direction dans laquelle pointe l'antenne de la station SF avec celle vers le satellite, est très facilement obtenue par une analyse vectorielle. Précisément, le vecteur $\mathbf{R}$ donnant la distance qui sépare la station du satellite s'exprime par:

$$\mathbf{R} = \mathbf{S} - \mathbf{P} \quad (17)$$

où $\mathbf{P}$ est le vecteur position de la station SF déterminé par l'équation (12), et $\mathbf{S}$ est le vecteur position du point échantillon correspondant à l'emplacement du satellite sur la sphère orbitale, tel que:

$$\mathbf{S} = \beta \begin{vmatrix} \cos \varphi_s \cos \lambda_s \\ \cos \varphi_s \sin \lambda_s \\ \sin \varphi_s \end{vmatrix} \quad (18)$$

La distance normalisée $|\mathbf{R}|$ est donnée par la racine carrée de la somme des carrés des composantes du vecteur $\mathbf{R}$ vérifiant l'équation (17). L'angle hors axe qu'il fait avec le satellite est obtenu par produit scalaire du vecteur pointant dans la direction de l'antenne $\mathbf{U}_A$ (dont les composantes normalisées sont données par l'équation (13)) et le vecteur $\mathbf{R}$. L'angle $\varphi_{hors\ axe}$ s'obtient par:

$$\varphi_{hors\ axe} = \cos^{-1} \left[\frac{\mathbf{R} \cdot \mathbf{U}_A}{|\mathbf{R}|} \right] \quad (19)$$

La Recommandation UIT-R F.699 donne le diagramme de rayonnement de référence à utiliser dans le cas d'une antenne émettrice d'une station SF pour laquelle $D/\lambda_f < 100$ et dans le cas d'antennes pour lesquelles $D/\lambda_f > 100$, où D représente le diamètre de l'antenne et λ_f la longueur d'onde correspondant à la fréquence de fonctionnement. Le diagramme de rayonnement de référence à utiliser pour le système récepteur embarqué à bord du satellite en orbite basse sera supposé isotropique. Ces hypothèses faites:

$$I(\varphi_s, \lambda_s) = \frac{P_T G_T(\varphi_{hors\ axe}) G_R \lambda_f^2}{(4\pi R_s)^2} \quad (20)$$

où:

- P_T : puissance d'émission (ou densité spectrale de puissance)
- $G_T(\varphi_{hors\ axe})$: gain de l'antenne d'émission dans la direction du point échantillon de coordonnées (φ_s, λ_s)
- G_R : gain de l'antenne de réception au point échantillon dans la direction de la station SF
- λ_f : longueur d'onde correspondant à la fréquence de fonctionnement
- R_s : distance (du même ordre de grandeur que λ_f) séparant la station SF du point échantillon (soit $|\mathbf{R}|r_e$).

Si l'on utilise la procédure décrite précédemment dans ce paragraphe, la fdp du brouillage causé à un satellite en orbite basse par des émissions d'une station SF est obtenue à partir des équations (11) et (20).

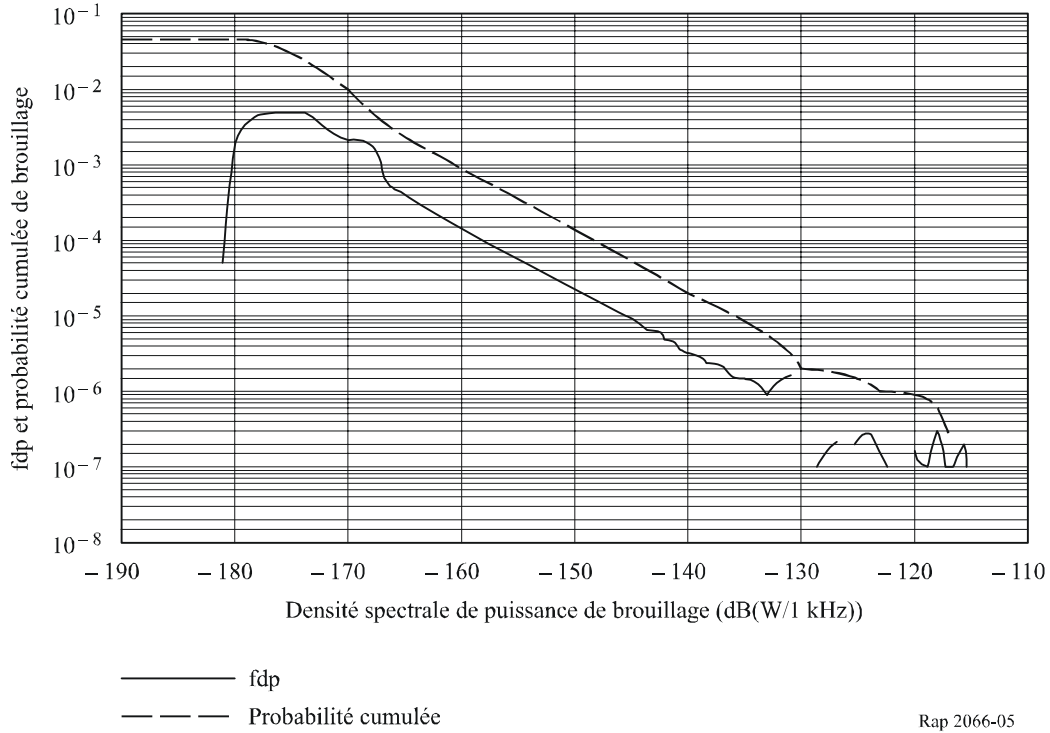
Un cas type a été évalué de manière à illustrer les résultats que l'on peut obtenir avec la procédure analytique décrite ci-dessus. On y a supposé que:

- la station SF est située à 38° de latitude Nord;
- le gain de l'antenne est de 50 dBi;
- l'angle d'azimut de l'antenne est de 90°;
- la fréquence de fonctionnement est de 2050 MHz;
- la densité spectrale de puissance de l'émetteur à l'entrée de l'antenne est de 0 dB(W/1 kHz);
- le satellite décrit une orbite circulaire à une altitude de 800 km;
- l'inclinaison du plan orbital est de 90°;
- le satellite utilise une antenne de réception isotrope avec un gain de 0 dBi.

Les résultats de l'analyse sont indiqués à la Fig. 5. La courbe en trait plein représente la fdp du brouillage reçu par un satellite en orbite basse. La courbe en tireté donne la probabilité cumulée pour que le brouillage dépasse une valeur spécifique. La courbe en trait plein indique par exemple que la fdp d'un brouillage de l'ordre de -150 dB(W/1 kHz) est d'environ 2×10^{-5} . De même, la courbe en tireté montre que la probabilité pour que le brouillage excède -170 dB(W/1 kHz) est d'environ 1×10^{-2} , soit 1%.

FIGURE 5

Brouillage provenant d'une station à diffusion troposphérique type



3.2 Fonction de densité de probabilité du brouillage causé aux systèmes du SF par des émissions de satellites en orbite basse

La méthode utilisée pour calculer la fdp du brouillage causé à des stations SF par des émissions de satellites en orbite basse est un développement mineur de la méthode décrite dans le paragraphe précédent. Dans ce cas précis, le brouillage incident au niveau de la station SF est supposé être en accord avec les valeurs de puissance surfacique déterminées en fonction de l'angle d'élévation de la station SF. Les étapes de la procédure décrite au § 3 sont utilisées. Le calcul de $I(\varphi_s, \lambda_s)$ devient:

$$I(\varphi_s, \lambda_s) = \rho(\delta) G_T(\varphi_{\text{hors axe}}) \frac{\lambda_f^2}{4\pi} \quad (21)$$

où $\rho(\delta)$ est la densité spectrale de puissance surfacique, δ l'angle d'élévation, les autres paramètres étant définis comme précédemment. L'équation (19) est utilisée pour calculer l'angle $\varphi_{\text{hors axe}}$ tandis que la densité spectrale de puissance surfacique est donnée par:

$$\rho(\delta) = \begin{cases} -154 & \text{dB(W/(m}^2 \cdot 4 \text{ kHz))} & \text{pour } 0^\circ \leq \delta < 5^\circ \\ -154 + 0,5(\delta - 5) & \text{dB(W/(m}^2 \cdot 4 \text{ kHz))} & \text{pour } 5^\circ \leq \delta < 25^\circ \\ -144 & \text{dB(W/(m}^2 \cdot 4 \text{ kHz))} & \text{pour } 25^\circ \leq \delta < 90^\circ \end{cases} \quad (22)$$

L'angle d'élévation est obtenu par produit scalaire du vecteur $\mathbf{R}$ et du vecteur position $\mathbf{P}$ de la station SF. Compte tenu du fait que $\cos(90 - \delta) = \sin \delta$, il s'ensuit que:

$$\delta = \sin^{-1} \frac{[\mathbf{R} \cdot \mathbf{P}]}{|\mathbf{R}|} \quad (23)$$

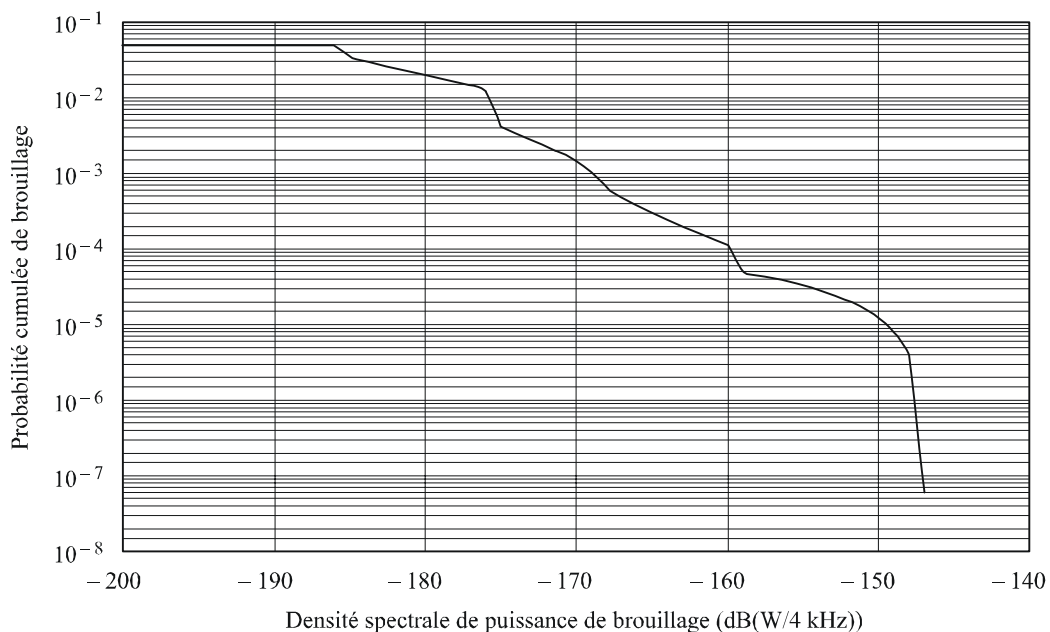
Un exemple a été évalué dans ce cas de brouillage. On a supposé que:

- la station SF est située à 38° de latitude Nord;
- le gain de l'antenne de réception est de 35 dBi;
- l'angle d'azimut de l'antenne est de 90°;
- la fréquence de fonctionnement est de 2 250 MHz;
- la densité spectrale de puissance surfacique incidente au niveau de la station SF est donnée par l'équation (22);
- le satellite décrit une orbite circulaire à une altitude de 800 km; et
- l'angle d'inclinaison du plan orbital est de 90°.

Les résultats de l'analyse sont indiqués à la Fig. 6. La courbe en trait plein représente la probabilité cumulée pour que le brouillage dépasse une valeur particulière. La Figure montre que la probabilité pour que le brouillage excède -167 dB(W/4 kHz) est de l'ordre de 4×10^{-4} .

FIGURE 6

Brouillage causé à une station hertzienne type



4 Méthodes simplifiées de calcul des caractéristiques statistiques de visibilité

La méthode exacte permettant de calculer les caractéristiques statistiques de visibilité d'un satellite en orbite circulaire dont la période orbitale n'est pas proportionnelle à la période de rotation de la Terre peut être déterminée à l'aide de l'équation (8). Cette équation, qui donne la fonction de densité de probabilité (fdp) d'un satellite occupant un emplacement à une latitude φ_s et une longitude λ_s données sur la sphère orbitale, est répétée sous forme de l'équation (24) ci-dessous:

$$P(\varphi_s, \lambda_s) = \frac{1}{2\pi^2} \frac{\cos \varphi_s}{\sqrt{\sin^2 i - \sin^2 \varphi_s}} \quad (24)$$

où:

- $P(\varphi_s, \lambda_s)$: est la fonction de densité de probabilité
- φ_s : est la latitude géocentrique sur la sphère orbitale considérée
- λ_s : est la longitude géocentrique correspondante sur la sphère orbitale considérée
- i : est l'inclinaison du plan orbital par rapport au plan équatorial.

La probabilité pour qu'un satellite se trouve dans une zone délimitée de la sphère orbitale, par exemple, et soit «visible» dans l'ouverture de faisceau à 3 dB d'une antenne de réception, est donnée par une intégrale surfacique:

$$P(\varphi_s, \lambda_s) = \frac{1}{2\pi^2} \iint_s \frac{\cos \varphi_s}{\sqrt{\sin^2 i - \sin^2 \varphi_s}} d\varphi_s d\lambda_s \quad (25)$$

La solution générale de l'équation (25) pour une zone définie de façon arbitraire sur la sphère orbitale est difficile. Toutefois, dans le cas concret d'un faisceau d'antenne circulaire, certaines hypothèses conduisent à une solution simplifiée. Ce cas est examiné au § 4.1.

Pour un second cas concret, lorsque le faisceau d'antenne est circulaire ou d'une forme légèrement plus complexe, une méthode numérique est décrite au § 4.2.

4.1 Méthode simplifiée pour des faisceaux d'antenne circulaires

Il est possible d'appliquer deux hypothèses simplificatrices à l'équation (25) pour estimer avec précision la probabilité pour qu'un satellite soit «visible». Le cas concret est celui d'une station terrienne ou d'une station de Terre qui utilise une antenne à gain relativement élevé dont le faisceau circulaire pointe en direction d'un angle d'élévation et d'un angle d'azimut fixes. La première hypothèse simplificatrice concerne le dénominateur de la fonction à intégrer dans l'équation (25). Si la valeur du dénominateur varie peu sur l'ensemble des valeurs de latitude considérées sur la sphère orbitale, la simplification suivante peut être faite:

$$P(\varphi_s, \lambda_s) = \frac{1}{2\pi^2} \frac{1}{\sqrt{\sin^2 i - \sin^2 \Phi_s}} \iint_s \cos \varphi_s d\varphi_s d\lambda_s \quad (26)$$

où: $1/\sqrt{\sin^2 i - \sin^2 \Phi_s}$ représente un facteur de pondération évalué pour Φ_s à appliquer à l'intégrale surfacique. (Comme indiqué ultérieurement, Φ_s est prise comme étant égale à la latitude du centre de la région considérée.) La fonction à intégrer est considérablement simplifiée grâce à ces

hypothèses étant donné qu'elle devient simplement la zone circonscrite A_S sur une sphère unitaire et la probabilité est ramenée à:

$$P(\varphi_s, \lambda_s) = \frac{1}{2\pi^2} \frac{A_S}{\sqrt{\sin^2 i - \sin^2 \Phi_s}} \quad (27)$$

Le problème géométrique de base à résoudre consiste à déterminer A_S , zone d'intersection entre un cône (faisceau circulaire de l'antenne) et une sphère (sphère orbitale). La seconde série d'hypothèses facilite le calcul. Lorsque la dimension angulaire du cône est suffisamment petite, le problème est ramené à l'intersection d'un cône et d'un plan perpendiculaire à la sphère au centre de l'intersection. On sait bien que l'intersection aboutit à une ellipse, qui, pour une sphère unitaire, englobe une zone donnée par:

$$A_S = \pi \theta_a \theta_b \quad (28)$$

où:

θ_a : est le demi grand axe de l'ellipse

θ_b : est le demi petit axe de l'ellipse, les deux angles étant mesurés en radians.

La zone A_S peut être déterminée à l'aide de la Fig. 7. Cette Figure montre une station terrienne/de Terre en un point P sur l'axe des x d'un système de coordonnées en trois dimensions. L'axe de visée de l'antenne de la station pointe en direction de P_s dans le plan x-y à l'angle d'élévation δ_0 . R_s est la distance entre la station et P_s . L'angle géocentrique entre le vecteur position de la station P et P_s est θ_0 . Le grand axe de l'ellipse est situé dans le plan x-y et le petit axe de l'ellipse est situé dans un plan perpendiculaire au plan x-y.

Le grand axe de l'ellipse peut être déterminé à l'aide d'une relation simple entre l'angle d'élévation et l'angle central:

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{\cos \delta}{\beta} \right) - \delta \quad (29)$$

où:

θ : est l'angle central

δ : est l'angle d'élévation

$\beta = 1 + h/r_e$

h : est l'altitude du satellite considéré

r_e : est le rayon de la Terre.

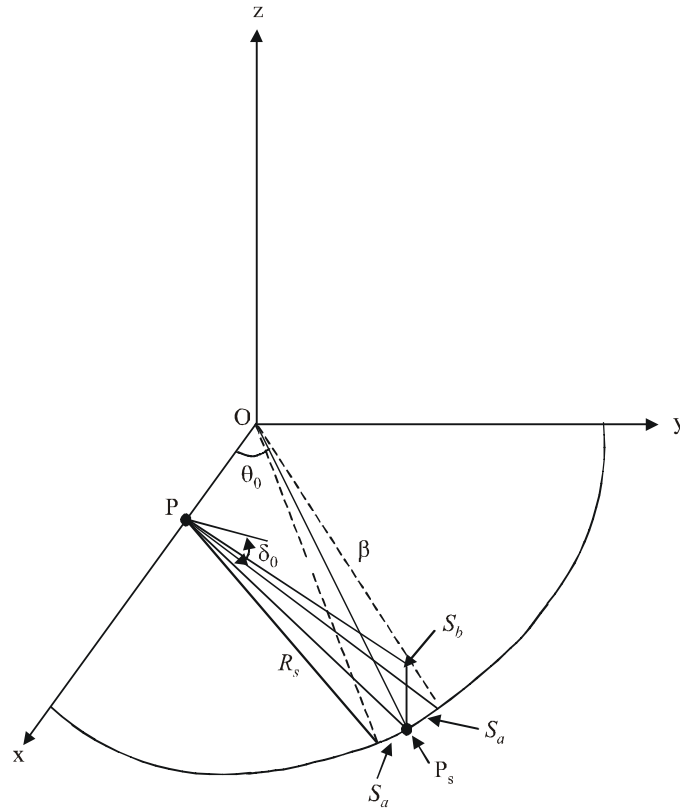
A partir de l'équation (29), on peut facilement montrer que θ_a , demi grand axe de l'ellipse sur la sphère unitaire est:

$$\theta_a = \frac{1}{2} \left[\cos^{-1} \left(\frac{\cos(\delta_0 - \varphi_3/2)}{\beta} \right) - \cos^{-1} \left(\frac{\cos(\delta_0 + \varphi_3/2)}{\beta} \right) + \varphi_3 \right] \quad (30)$$

où: φ_3 est l'ouverture de faisceau de l'antenne considérée (habituellement ouverture de faisceau à 3 (dB)) et les autres paramètres sont tels que définis précédemment.

FIGURE 7

Géométrie pour déterminer le demi grand axe et le demi petit axe de l'ellipse résultant de l'intersection entre le faisceau circulaire et la sphère orbitale



Rap 2066-07

Dans la Fig. 7, on détermine le demi petit axe de l'ellipse tout d'abord en calculant l'arc S_b , qui est situé dans le plan perpendiculaire au plan x-y. On détermine ensuite l'angle central correspondant à l'arc S_b . L'angle central est le demi petit axe de l'ellipse sur une sphère unitaire.

Ainsi:

$$\frac{R_S}{r_e} = \sqrt{\beta^2 - \cos^2 \delta_0} - \sin \delta_0 \quad (31a)$$

$$\frac{S_b}{r_e} = \frac{R_S}{r_e} \frac{\varphi_3}{2} \quad (31b)$$

mais:

$$\frac{S_b}{r_e} = \beta \theta_b \quad (31c)$$

$$\theta_b = \frac{\varphi_3}{2} \frac{1}{\beta} \left[\sqrt{\beta^2 - \cos^2 \delta_0} - \sin \delta_0 \right] \quad (31d)$$

La valeur de A_S est déterminée à partir des équations (28), (30) et (31d). A noter que θ_a , θ_b et φ_3 doivent être exprimés en radians.

$$A_S = \frac{\pi}{4} \frac{\varphi_3}{\beta} \left[\cos^{-1} \left(\frac{\cos(\delta_0 - \varphi_3 / 2)}{\beta} \right) - \cos^{-1} \left(\frac{\cos(\delta_0 + \varphi_3 / 2)}{\beta} \right) + \varphi_3 \right] \times \left[\sqrt{\beta^2 - \cos^2 \delta_0} - \sin \delta_0 \right] \quad (32)$$

La latitude du point d'intersection de l'axe de pointage de l'antenne de la station terrienne/de Terre Φ_S est déterminée de la façon suivante. La géométrie est illustrée à la Fig. 8. La station considérée est située dans le plan x d'un système de coordonnées géocentriques à une latitude de φ_P . Les angles de pointage de l'antenne sont donnés sous forme de l'angle d'azimut θ_{az} , mesuré dans le sens des aiguilles d'une montre depuis le Nord et de l'angle d'élévation δ_0 par rapport au plan de l'horizon local. La Fig. 8 montre un triangle sphérique oblique dont les côtés a , b et c sont opposés aux angles α , θ_{az} et γ . Les paramètres du triangle sphérique oblique sont liés aux paramètres physiques par la relation suivante:

$$b = \pi/2 - \Phi_S \quad (33a)$$

$$c = \pi/2 - \varphi_P \quad (33b)$$

$$a = \cos^{-1}(\beta^{-1} \cos \delta_0) - \delta_0 \quad (33c)$$

La latitude à laquelle l'axe de pointage de l'antenne coupe la sphère unitaire et la longitude correspondante du point d'intersection sont données par la loi des cosinus pour les côtés d'un triangle sphérique oblique:

$$\sin \Phi_S = \sin \varphi_P \cos a + \cos \varphi_P \sin a \cos \theta_{az} \quad (34a)$$

$$\cos \alpha = \frac{\cos a - \sin \Phi_S \sin \varphi_P}{\cos \Phi_S \cos \varphi_P} \quad (34b)$$

A noter que λ_S est l'angle formé par les deux plans perpendiculaires au plan x-y qui contient les arcs b et c. Avec cette observation, on obtient λ_S à partir de la loi des cosinus, lorsque $\Phi_S = \varphi_P = 0$:

$$\lambda_S = \alpha \quad (35)$$

construite pour représenter la longitude dans la direction x et la latitude dans la direction y sur la sphère orbitale. La latitude et la longitude du centre de la grille correspondent à la latitude et la longitude du point d'intersection entre l'axe de pointage de l'antenne et la sphère orbitale. La Figure montre également la latitude et la longitude du vecteur position du satellite lorsque celui-ci est aligné sur l'axe de pointage de l'antenne. Ainsi, chacune des autres cellules de la grille représente la latitude et la longitude possibles du vecteur position du satellite. Il reste à déterminer celles des cellules qui sont situées dans la zone circonscrite dans le faisceau d'antenne de la station terrienne considéré φ_3 . Pour ce faire on utilise les vecteurs indiqués dans la Fig. 10.

La Fig. 10 montre le vecteur position de la station terrienne ou de la station de Terre $\vec{P}$, le vecteur position du satellite $\vec{S}$ en un endroit arbitraire, et le vecteur distance $\vec{R}_S$. Etant donné que les valeurs des vecteurs position de la station et du satellite sont soit connues soit supposées, le vecteur distance est déterminé comme suit:

$$\vec{R}_S = \vec{S} - \vec{P} \quad (39)$$

Les vecteurs position de la station et du satellite sont donnés par:

$$\vec{P} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_P \\ 0 \\ \sin \gamma_P \end{bmatrix} \quad (40a)$$

$$\vec{S} = \beta \begin{bmatrix} \cos \varphi_s \cos \lambda_s \\ \cos \varphi_s \sin \lambda_s \\ \sin \varphi_s \end{bmatrix} \quad (40b)$$

Pour déterminer si un emplacement particulier du satellite est situé dans une zone circonscrite par le faisceau d'antenne de la station, il est essentiel d'utiliser le produit scalaire du vecteur distance de l'axe de pointage et du vecteur distance associé au vecteur position supposé du satellite. L'écart angulaire entre ces deux vecteurs est:

$$\varphi_{j,k} = \cos^{-1} \left[\frac{1}{|\vec{R}_{S0}| |\vec{R}_{j,k}|} \vec{R}_{S0} \cdot \vec{R}_{j,k} \right] \quad (41)$$

où:

$\varphi_{j,k}$: est l'angle hors axe pour la j-ième valeur de $\Delta\lambda$ et la k-ième valeur de φ ;

$\vec{R}_{S0}$: est le vecteur distance de l'axe de pointage et

$\vec{R}_{j,k}$: est le vecteur distance pour la j-ième valeur de $\Delta\lambda$ et la kième valeur de φ .

Pour un faisceau d'antenne circulaire, si $\varphi_{j,k} \leq \varphi_3/2$, le satellite apparaîtra dans l'ouverture de faisceau considérée. Si cette condition est remplie pour la cellule particulière, la valeur dans cette cellule est mise à 1 et si cette condition n'est pas remplie, la valeur est mise à 0. Ainsi pour chaque rangée de la grille composée de 41×41 cellules, il suffit de faire la somme des 1 dans une rangée et de multiplier ce nombre par le facteur donné dans l'équation (38). La somme des valeurs ainsi obtenues pour chaque rangée, sur les 41 rangées de latitude, donne l'estimation de la probabilité pour qu'un satellite apparaisse dans l'ouverture de faisceau spécifiée de l'antenne de la station.

La taille du pas en latitude et celle du pas en longitude sont des paramètres qui sont entrés manuellement dans la feuille de calcul. Les valeurs sont choisies de façon à ce que la zone résultante (voir la Fig. 9) soit entièrement contenue dans la grille. En d'autres termes, les cellules aux latitude et longitude extrêmes contiennent toutes 0 et la zone résultante est suffisamment large pour garantir l'exactitude de la solution numérique.

TABLEAU 1

Paramètres pris pour exemple et résultats

Latitude de la station terrienne = 40°	Latitude du point d'intersection (Φ_S) = 37.78°
Longitude de la station terrienne = 0°	Longitude du point d'intersection (λ_S) = 8.88°
Angle d'azimut de l'antenne = 105°	Taille du pas en latitude = 0.032°
Angle d'élévation de l'antenne = 22°	Taille du pas en longitude = 0.065°
Altitude du satellite = 400 km	Probabilité de «visibilité» = 0.00464%
Inclinaison du satellite = 51.6°	
Ouverture de faisceau considérée = 7°	

FIGURE 9

Latitude et longitude du point d'intersection entre un faisceau circulaire et la sphère orbitale
(voir le Tableau 1)

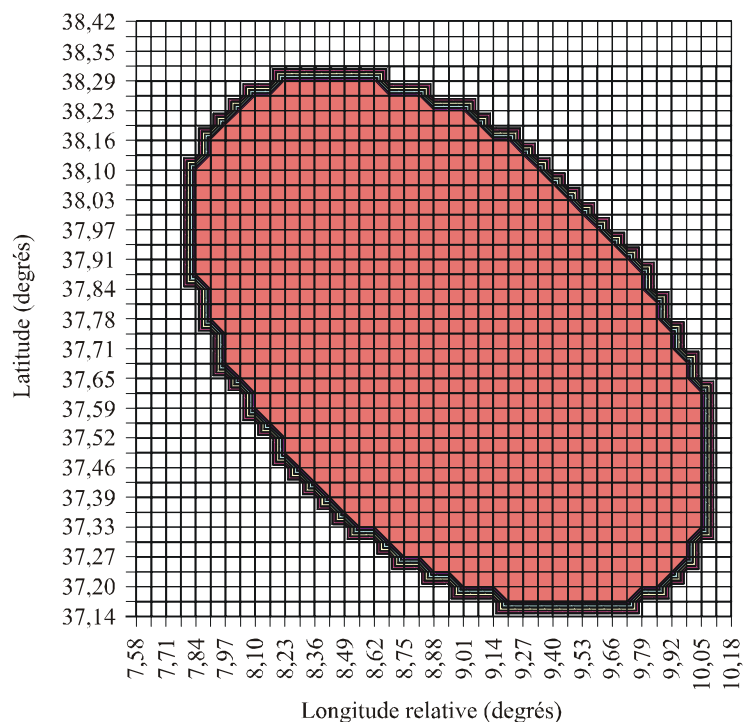
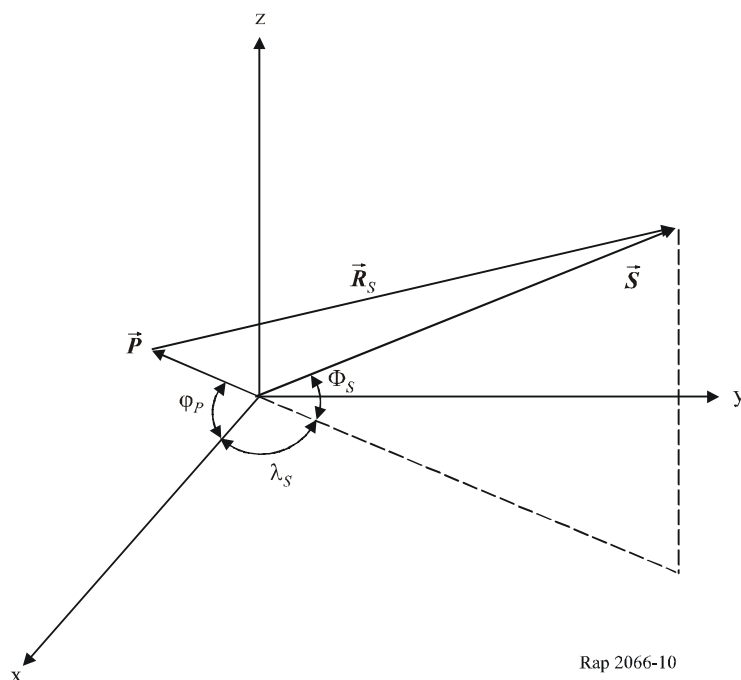


FIGURE 10

Détermination de la latitude et de la longitude sur la sphère orbitale qui sont circonscrites dans le faisceau de l'antenne de la station terrienne considéré



Rap 2066-10

4.3 Comparaison des résultats numériques obtenus à l'aide de la méthode simplifiée et de la méthode manuelle pour des faisceaux d'antenne circulaires

Le Tableau 2 donne les résultats représentatifs pour six cas pris pour exemple. Dans chaque cas, on a supposé que l'orbite du satellite considéré était à 800 km d'altitude et inclinée de 82° par rapport au plan équatorial. On a en outre supposé que la période de l'orbite et la précession des nœuds ne correspondaient pas à la vitesse de rotation de la Terre. Par conséquent, l'emplacement du satellite sur la sphère orbitale est déterminé de façon aléatoire dans le cadre d'une série d'essais.

Comme le montre le Tableau 2, l'erreur entre les résultats obtenus à l'aide des deux méthodes est inférieure à 0,4% pour les six cas.

TABLEAU 2

Comparaison entre les résultats obtenus pour la probabilité de «visibilité» dans six cas, avec la méthode de calcul simplifiée et la méthode de calcul manuelle

Cas	Emplacement de la station		Donnée relative à l'antenne			Probabilité de visibilité		
	Latitude (degrés)	Longitude (degrés)	Angle d'azimut (degrés)	Angle d'élévation (degrés)	Ouverture de faisceau considéré (degrés)	Méthode simplifiée (%)	Méthode manuelle (%)	Erreur relative (%)
1	30	0	120	22	7,0	0,00634	0,00636	-0,322
2	30	0	77	4	5,5	0,0153	0,0154	-0,383
3	35	0	135	25	3,0	0,00099	0,00099	-0,006
4	35	0	82	10	4,5	0,00687	0,00689	-0,255
5	40	0	118	23	4,0	0,00214	0,00214	-0,005
6	40	0	88	23	3,2	0,00148	0,00148	0,198

5 Moyens pour calculer les coordonnées du point d'intersection entre deux plans orbitaux

Les brouillages entre une station terrienne et deux ou plusieurs satellites, se produisent souvent au point du rapprochement maximal des deux satellites. Un cas particulièrement important est celui des satellites d'observation de la Terre sur orbites héliosynchrones. Les orbites de ces satellites sont habituellement à la même altitude mais les plans orbitaux sont décalés. Si les satellites n'ont pas été échelonnés dans leurs plans orbitaux respectifs, ils risquent de se croiser effectivement et de passer l'un devant l'autre. En pareil cas, une station terrienne, qui poursuit un satellite peut «attraper» l'autre satellite et commencer à le suivre. Ce brouillage se traduit par une perte de données dans l'intervalle qui s'écoule entre la perte de verrouillage sur le satellite utile et la réacquisition ultérieure du satellite utile. La latitude et la longitude relative dans l'espace inertiel où cela se produira sont relativement faciles à calculer.

5.1 Analyse

La géométrie du système de coordonnées inertielles est illustrée à la Fig. 11. Il y a deux plans orbitaux. Le premier qui est incliné de I_1 par rapport au plan x-y est décalé de $\Delta\lambda_1$ par rapport au second. L'axe des x est situé dans le second plan orbital, lequel est incliné de I_2 par rapport au plan x-y. La latitude du point d'intersection entre les deux plans est désignée par φ_0 . Les trajets de chacun des satellites sur la sphère orbitale unitaire sont représentés par les arcs a et b . La trigonométrie des sphères montre qu'il existe une relation simple entre la latitude d'un emplacement sur une orbite circulaire inclinée et l'angle central. Par exemple, pour le plan N° 1:

$$\sin \varphi_1 = \sin b \sin I_1 \quad (42a)$$

et pour le plan N° 2

$$\sin \varphi_2 = \sin a \sin I_2 \quad (42b)$$

Au point d'intersection, $\varphi_1 = \varphi_2$. Par conséquent,

$$\sin b \sin I_1 = \sin a \sin I_2 \quad (43)$$

En outre, d'après la loi des sinus pour les triangles sphériques obliques:

$$\frac{\sin \Delta\lambda_1}{\sin \gamma} = \frac{\sin a}{\sin I_1} = \frac{\sin b}{\sin(180 - I_2)} \quad (44)$$

Egalement, d'après la loi des cosinus pour les angles:

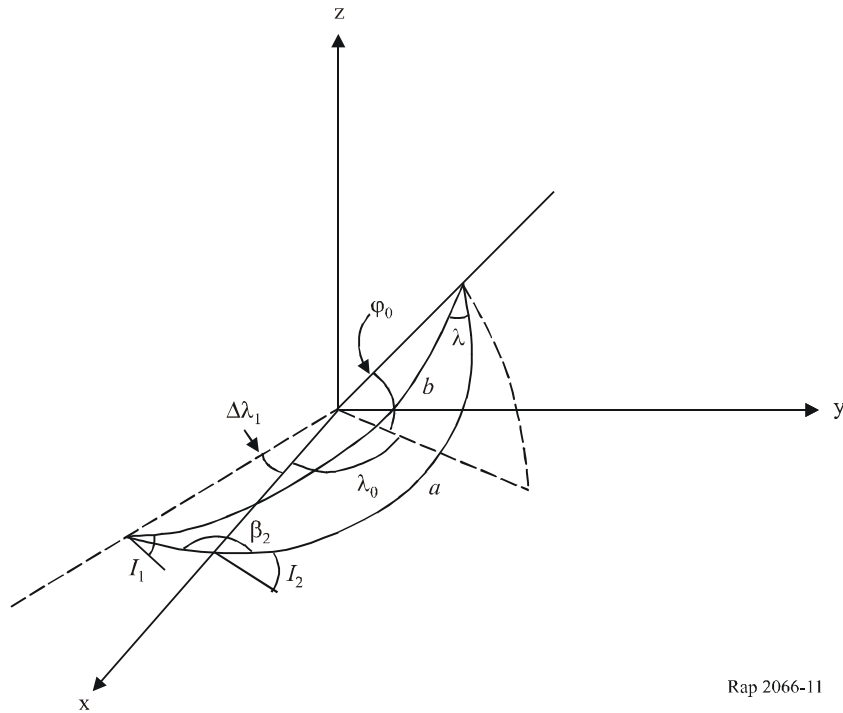
$$\cos \gamma = -\cos I_1 \cos(180 - I_2) + \sin I_1 \sin(180 - I_2) \cos \Delta\lambda_1 \quad (45a)$$

L'équation (45a) peut être résolue pour γ :

$$\gamma = \cos^{-1}(\cos I_1 \cos I_2 + \sin I_1 \sin I_2 \cos \Delta\lambda_1) \quad (45b)$$

FIGURE 11

Géométrie pour déterminer la latitude et la longitude du point d'intersection entre deux plans



Rap 2066-11

Par conséquent, la latitude du point d'intersection est donnée par:

$$\varphi_0 = \sin^{-1} \left(\sin I_1 \sin I_2 \frac{\sin \Delta \lambda_1}{\sin \gamma} \right) \quad (46)$$

La longitude du point d'intersection est obtenue de la manière suivante. A partir de l'équation (44), l'angle central a est donné par:

$$a = \sin^{-1} \left(\sin I_1 \frac{\sin \Delta \lambda_1}{\sin \gamma} \right) \quad (47a)$$

En outre,

$$\lambda_0 = \tan^{-1} (\tan a \cos I_2) \quad (47b)$$

Le Tableau 3 donne plusieurs exemples de valeurs de la latitude et de la longitude du point d'intersection des plans orbitaux dans un système de coordonnées inertielles. Par commodité, l'ascension droite du nœud ascendant pour le satellite N° 2 est supposée être l'axe des x . On notera que la latitude et la longitude des plans d'intersection sont la latitude et la longitude du point où les satellites se croiseront si l'altitude des orbites du satellite est la même.

TABLEAU 3

Exemples du point d'intersection de plans orbitaux décalés

Cas	Satellite. N° 1		Satellite N° 2		Point d'intersection	
	Ascension droite au nœud ascendant (degrés)	Inclinaison (degrés)	Ascension droite au nœud ascendant (degrés)	Inclinaison (degrés)	Latitude (degrés)	Longitude (degrés)
1	−5	98,2	0	96,0	65,104	−13,089
2	−5	98,2	0	98,2	81,792	−87,5
3	−10	98,2	0	98,2	81,769	−85,0
4	−15	98,2	0	98,2	81,730	−82,5
5	−20	98,2	0	98,2	81,675	−80,0