Seminario sobre los aspectos económicos y financieros de las telecomunicaciones

Técnicas Cuantitativas

Denis R. Villalobos Araya Ph.D

Lima – Perú Junio 2009

Grupo Regional de la Comisión de Estudio 3 para América Latina y El Caribe

Marco Conceptual

Instrumento de análisis por
excelencia de los operadores:

Liquidez
Endeudamiento
Rentabilidad
VAN
TIR

- Existe *riesgo* cuando los posibles escenarios con sus resultados se conocen y existen antecedentes para estimar su *distribución de frecuencia*

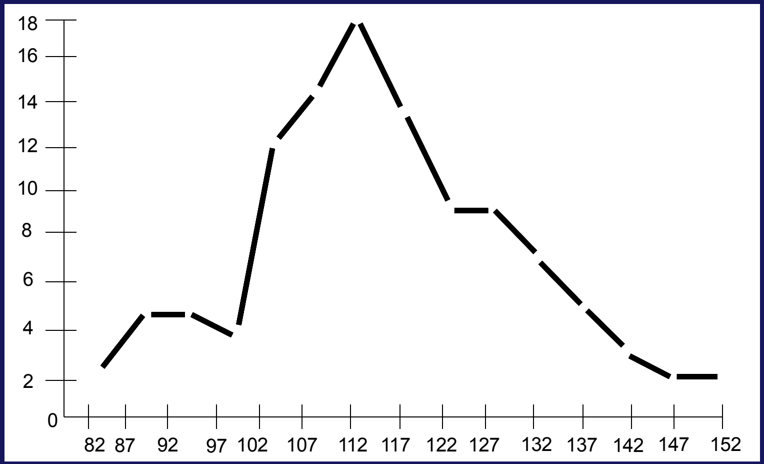
- y hay *incertidumbre* cuando los escenarios o su distribución de frecuencia se desconocen.

- Riesgo: variabilidad relativa del retorno esperado o la desviación estándar del retorno esperado respecto al retorno medio, en cuanto a la magnitud de la variación.

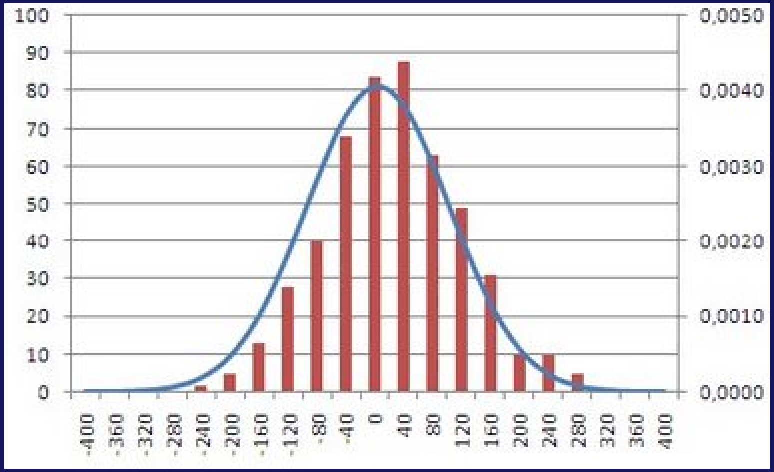
- Mientras más alta sea la desviación estándar, mayor será la variabilidad del retorno y por consiguiente el **riesgo**.

Distribución de probabilidad

Gráficamente.



Distribución discreta



Distribución continua

Las más importantes: Distribución Binomial y Poisson.

La más importante: Distribución Normal

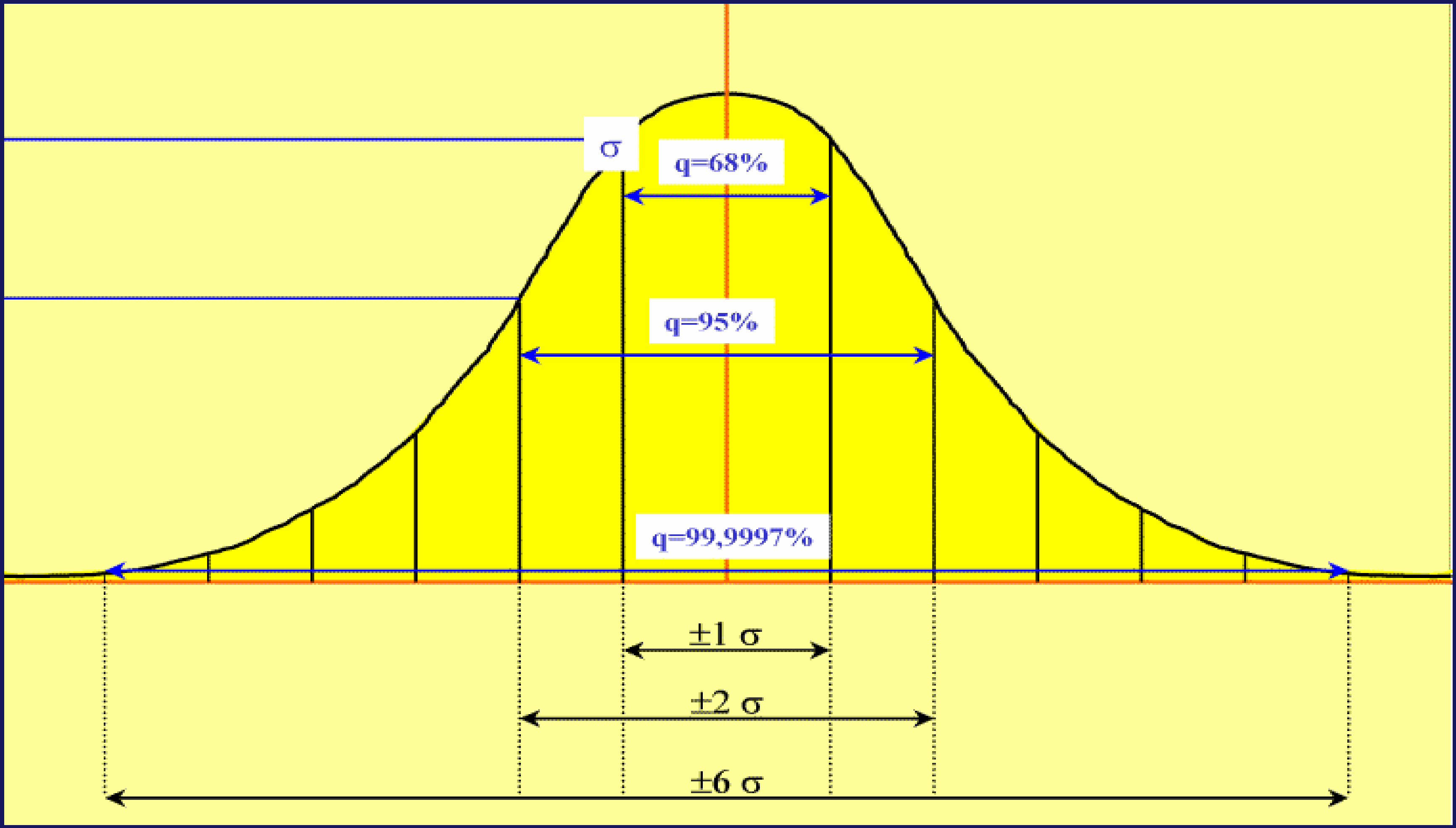
Términos Claves

Variables Continuas

- Para un variable continua hay infinitos valores posibles entonces no es posible deducir la probabilidad de un valor puntual de la variable, pero es posible calcular la probabilidad acumulada hasta un cierto valor .
- Análisis de la distribución de probabilidad y función de densidad.

Función de Densidad

Distribución de Probabilidad Normal:



Distribución de probabilidad

•**Distribución Discreta:** representa eventos no susceptibles de fraccionar.

Personas

Teléfonos

Sillas

Autos

Escritorios

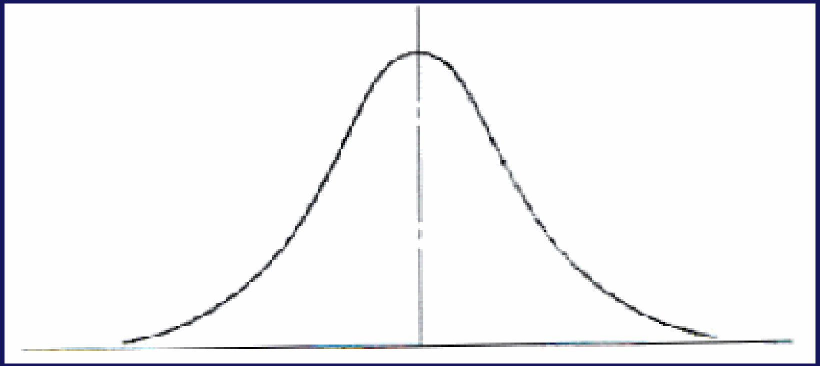
No cabe la noción de fracciones, no tiene sentido hablar de 8,6 de persona: se habla de 8 ó 9 personas.

Distribución Normal

Características principales:

1.Tiene forma de campana

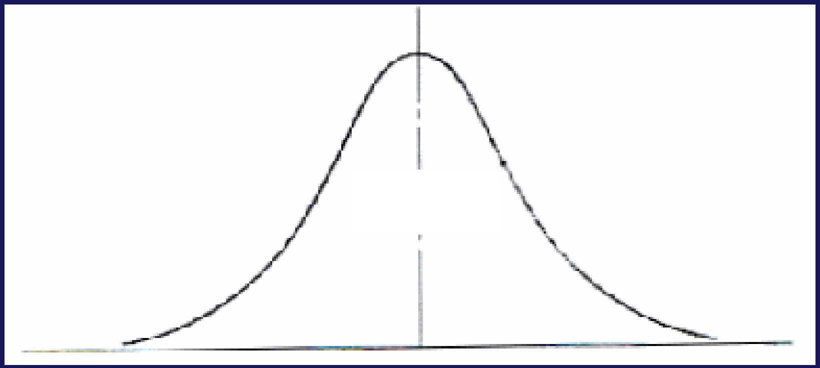
2.Es simétrica con respecto a la media aritmética de la distribución que se localiza en el centro de ella, es decir, hay el mismo número de valores tanto a la derecha como a la izquierda del centro



Distribución Normal

Características principales:

3.Se extiende de -∞ a + ∞, es decir, nunca toca el eje “x”.
4.El área total de la curva comprende el 100% de los valores considerados.



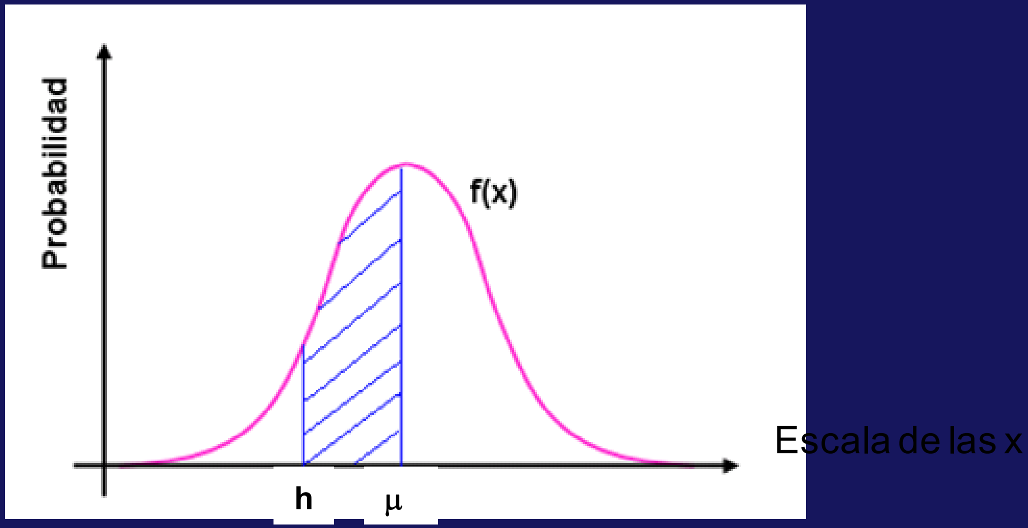
Escala de las x

μ

Distribución Normal

Características principales:

5.El área bajo la curva entre dos puntos de referencia respecto al eje “x” corresponde a la probabilidad de que una variable distribuida en forma normal asuma un valor entre ellos.

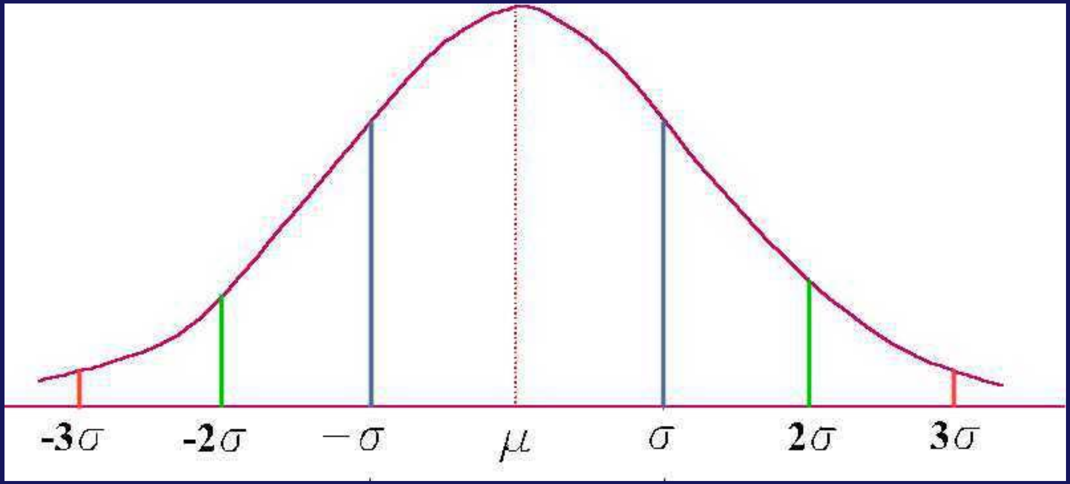


Distribución Normal

Características principales:

6.La probabilidad siempre será un valor de intervalo definido entre la media aritmética y la desviación estándar.

7.El área bajo de la curva es una determinación del número de desviaciones estándar entre la media aritmética y un punto de referencia hacia la derecha o la izquierda .



Distribución Normal

•Para facilitar la obtención del área bajo la curva normal se procede a estandarizarla.

•Se transforma en una escala de valores "z" respecto al eje "x" .

•De lo contrario, en escala de valores absolutos, se requerirá de cálculo integral.

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

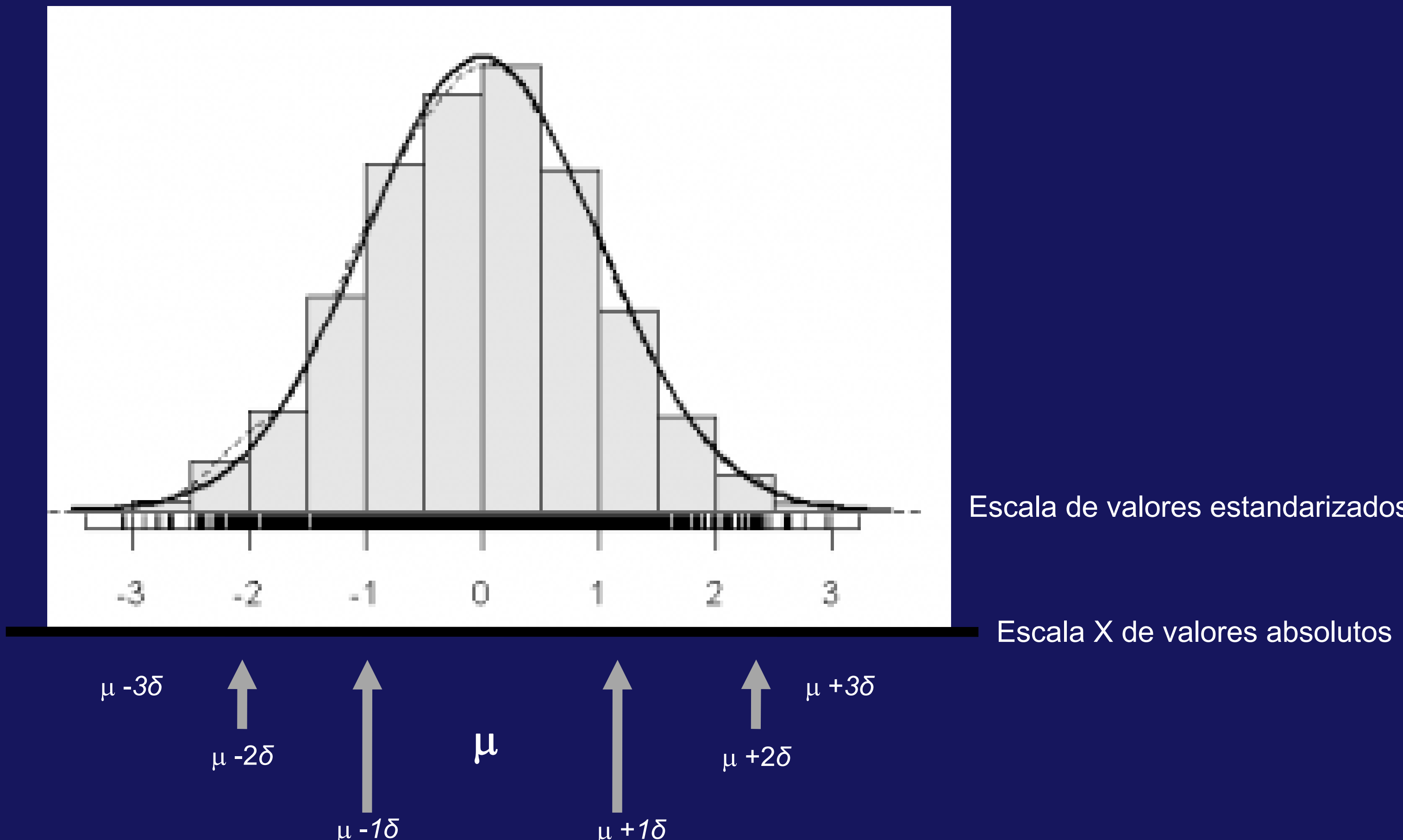
Donde:

x = valor de referencia

δ = desviación estándar de toda la población

μ = media aritmética de toda la población

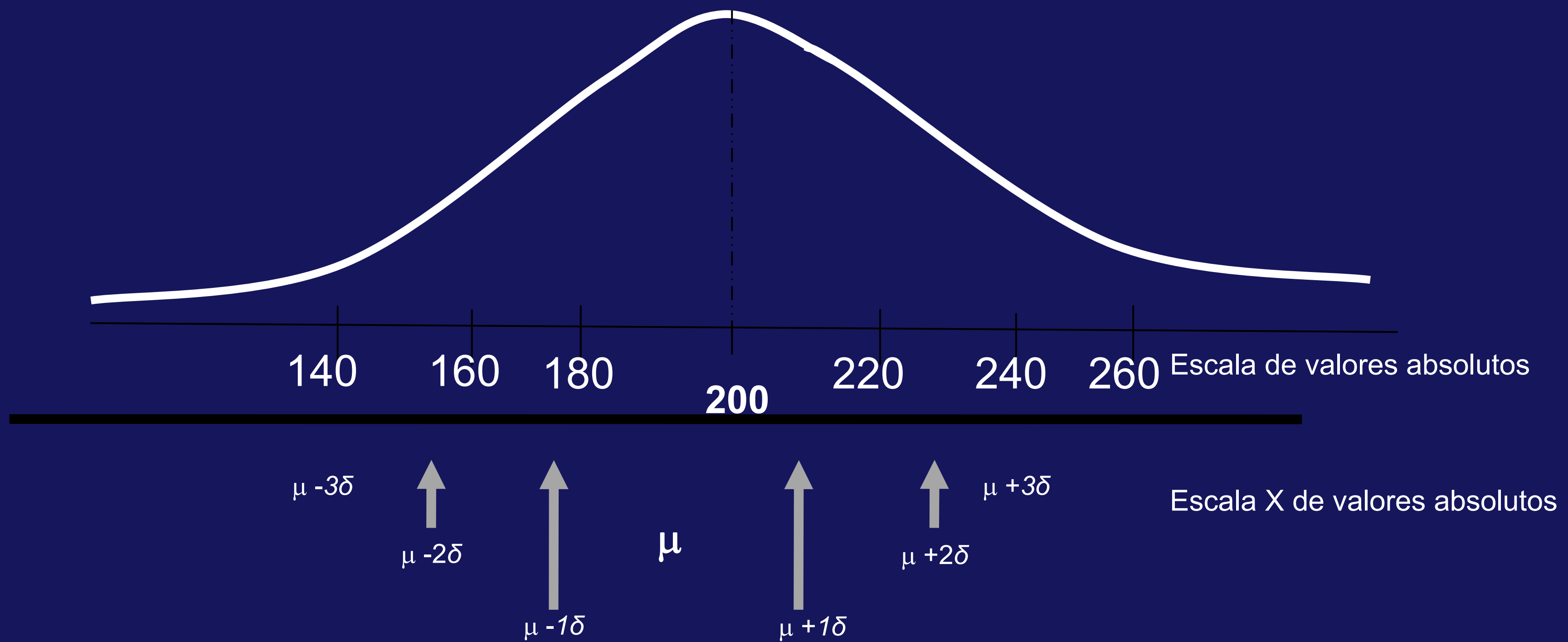
Distribución Normal



Ejemplo 1

En un estudio de mercado se determinó que el promedio de consumo promedio al mes en mensajes cortos es 200, con una desviación estándar de 20.

Con base en estos datos, la distribución normal con escala de valores absolutos queda de la siguiente manera.



Ejemplo 1

Se procede a estandarizar los diferentes valores empleando la expresión:

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Considere como valores de referencia los anotados en la escala de valores absolutos de la figura anterior, es decir:

$x_1 = 140$
$x_2 = 160$
$x_3 = 180$
$x_4 = 200$
$x_5 = 220$
$x_6 = 240$
$x_7 = 260$

Ejemplo 1

Si la Media Aritmética es μ = 200, y la Desviación Estándar es δ = 20, entonces:

$$Z_1 = \frac{x_1 - \mu}{\delta} = \frac{140 - 200}{20} = \frac{-60}{20} = -3$$

$$Z_2 = \frac{x_2 - \mu}{\delta} = \frac{160 - 200}{20} = \frac{-40}{20} = -2$$

$$Z_3 = \frac{x_3 - \mu}{\delta} = \frac{180 - 200}{20} = \frac{-20}{20} = -1$$

$$Z_4 = \frac{x_4 - \mu}{\delta} = \frac{200 - 200}{20} = \frac{0}{20} = 0$$

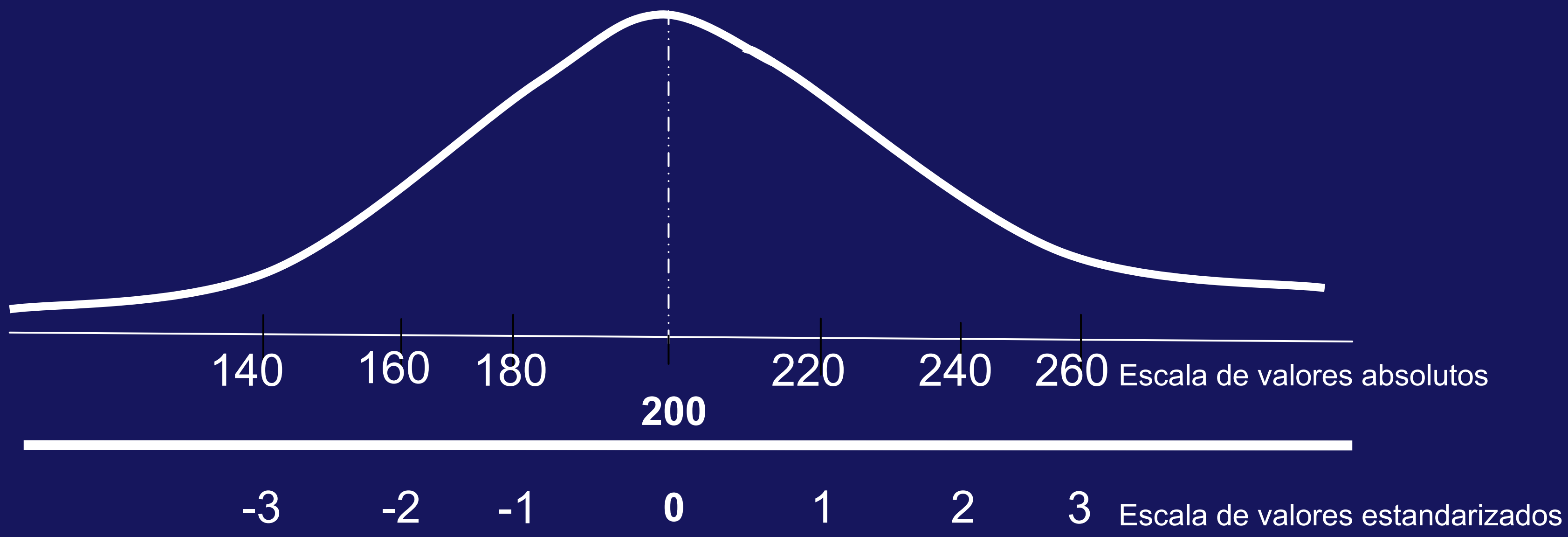
$$Z_5 = \frac{x_5 - \mu}{\delta} = \frac{220 - 200}{20} = \frac{20}{20} = 1$$

$$Z_6 = \frac{x_6 - \mu}{\delta} = \frac{240 - 200}{20} = \frac{40}{20} = 2$$

$$Z_7 = \frac{x_7 - \mu}{\delta} = \frac{260 - 200}{20} = \frac{60}{20} = 3$$

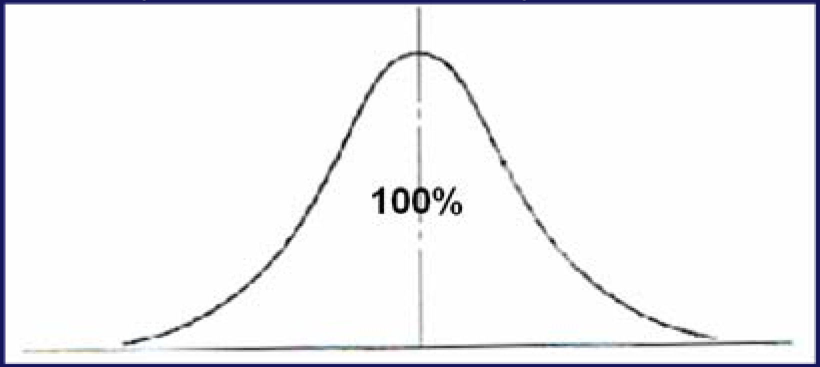
Ejemplo 1

Con los valores transformados es posible representar debajo de la escala de valores absolutos, los correspondientes valores estandarizados para observar que existe equivalencia entre ambos.



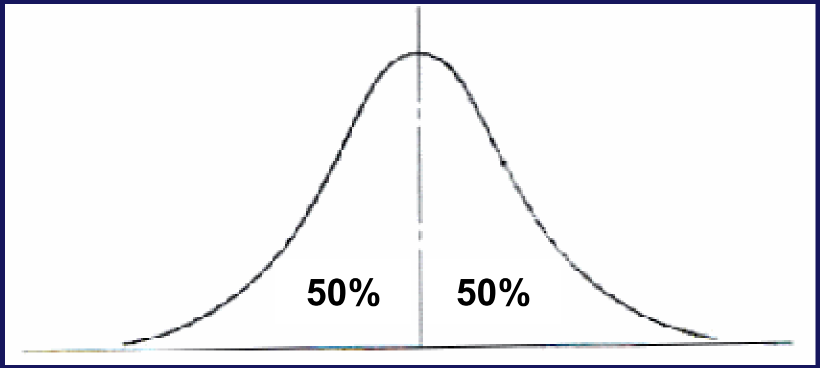
Existe una lógica relación entre la escala de valores absolutos con la escala "z" de valores estandarizados, los cuales muestran la distancia en desviaciones estándar, de un determinado valor de referencia "x_i" respecto a la media aritmética.

Para obtener el área bajo la curva normal estandarizada es decir, la probabilidad de consumo de mensajes o cualquier varibale, es necesario recordar que la distribución contienen el 100% de los valores, y que a sus dos lados se encuentran por lo tanto, exactamente el 50% de tales valores respecto a su centro (media aritmética).



Escala de las x

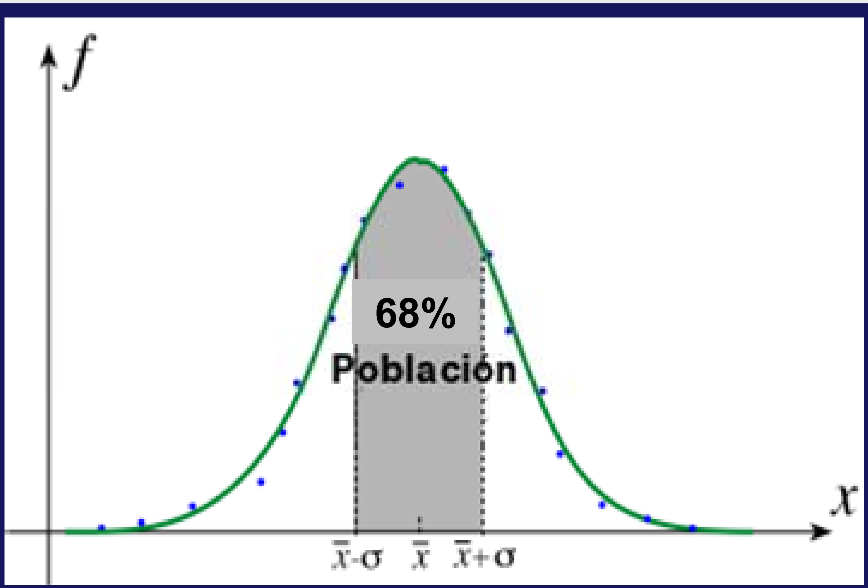
μ

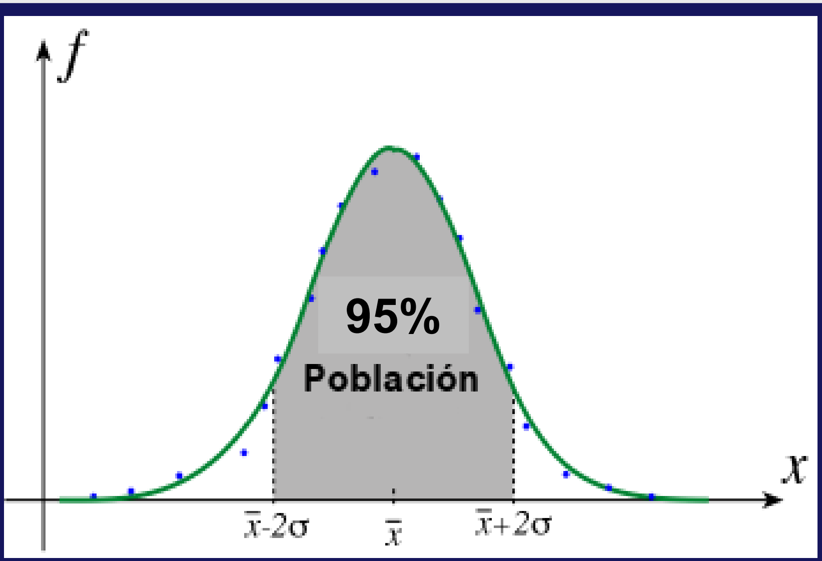


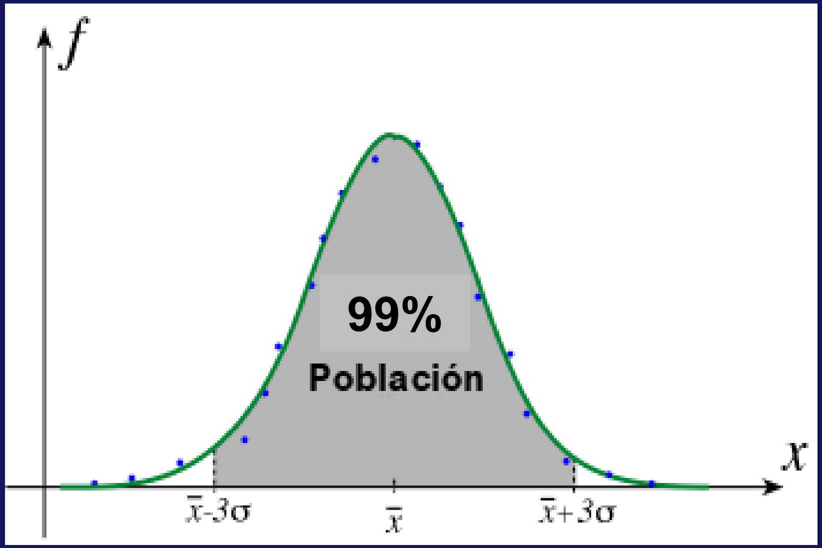
Escala de las x

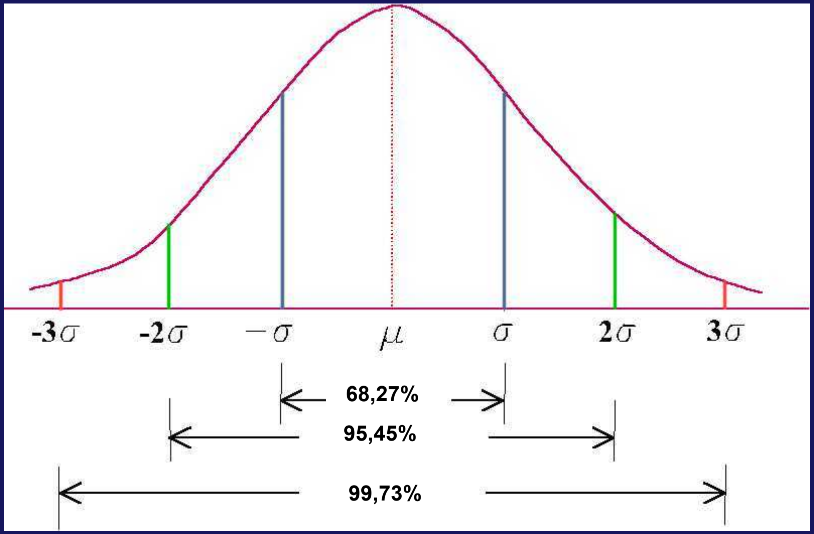
μ

Probabilidades



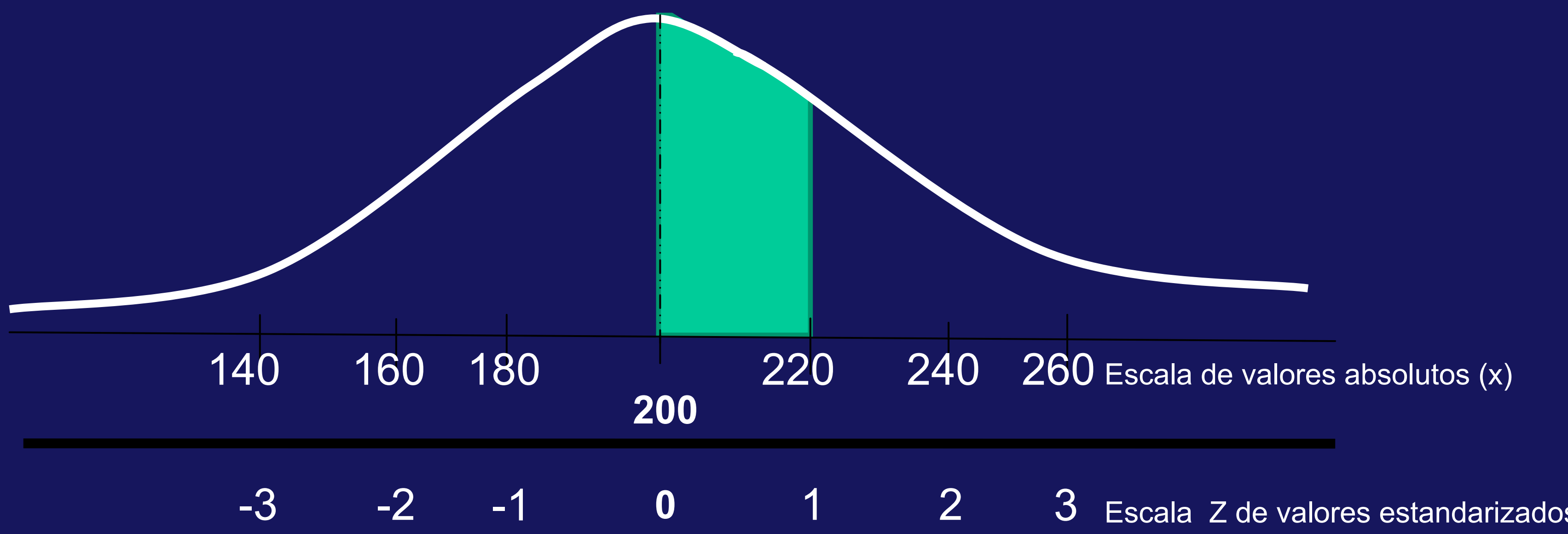






Ejemplo 2

Es posible encontrar la probabilidad de encontrar cliente que consuma entre 200 y 220 mensajes al mes, considerando que el consumo promedio ascendió el año pasado a 200 mensuales, con una desviación estándar de 20.



Ejemplo 2

Al estandarizar los valores:

Como $x_1 = 200$ entonces: $Z_1 = \dfrac{x_1 - \mu}{\delta} = \dfrac{200 - 200}{20} = \dfrac{-0}{20} = 0$

Como $x_2 = 220$ entonces: $Z_2 = \dfrac{x_1 - \mu}{\delta} = \dfrac{220 - 200}{20} = \dfrac{20}{20} = 1$

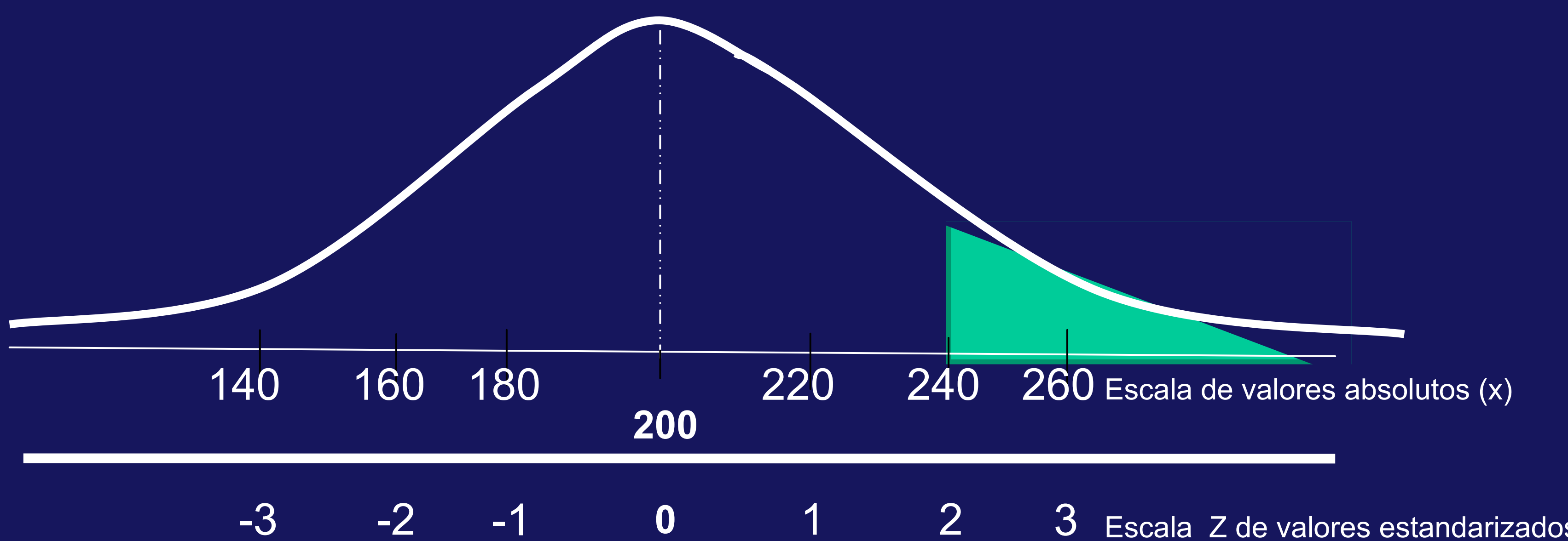
En consecuencia se busca el área bajo la curva que se encuentra entre 0 y 1 de la escala Z de valores estandarizados, es decir, la franja sombreada en la figura anterior.

$(0 \leq Z \leq 1)$ = Área bajo la curva normal entre 0 y 1 = 0,3413 ó 34,13%

La probabilidad de encontrar un cliente que consuma entre 200 y 220 mensajes al mes es de 34,13%.

Ejemplo 2.1

A partir del mismo ejemplo, cuál es la probabilidad de encontrar un cliente que consuma más de 240 mensajes al mes.



$$Z_1 = \frac{x_1 - \mu}{\delta} = \frac{240 - 200}{20} = \frac{40}{20} = 2$$

Ejemplo 2.1

Área bajo la curva.

$(2 \leq Z)$ = Área bajo la curva normal mayor o igual a 2

$0,5 – (0 \leq Z \leq 2)$

Lo que se hace es restarle a la mitad de la curva normal el área que se localiza entre 0 y 2.

$(0\leq Z \leq 2) = 0,47725$

Aplicando la resta:

$0,5 – (0 \leq Z \leq 2) = 0,5 – 0,47725 = 0,02275$ ó 2,275% ó 2,3%

La probabilidad de encontrar un cliente que consuma más 240 mensajes es de 2,3%.

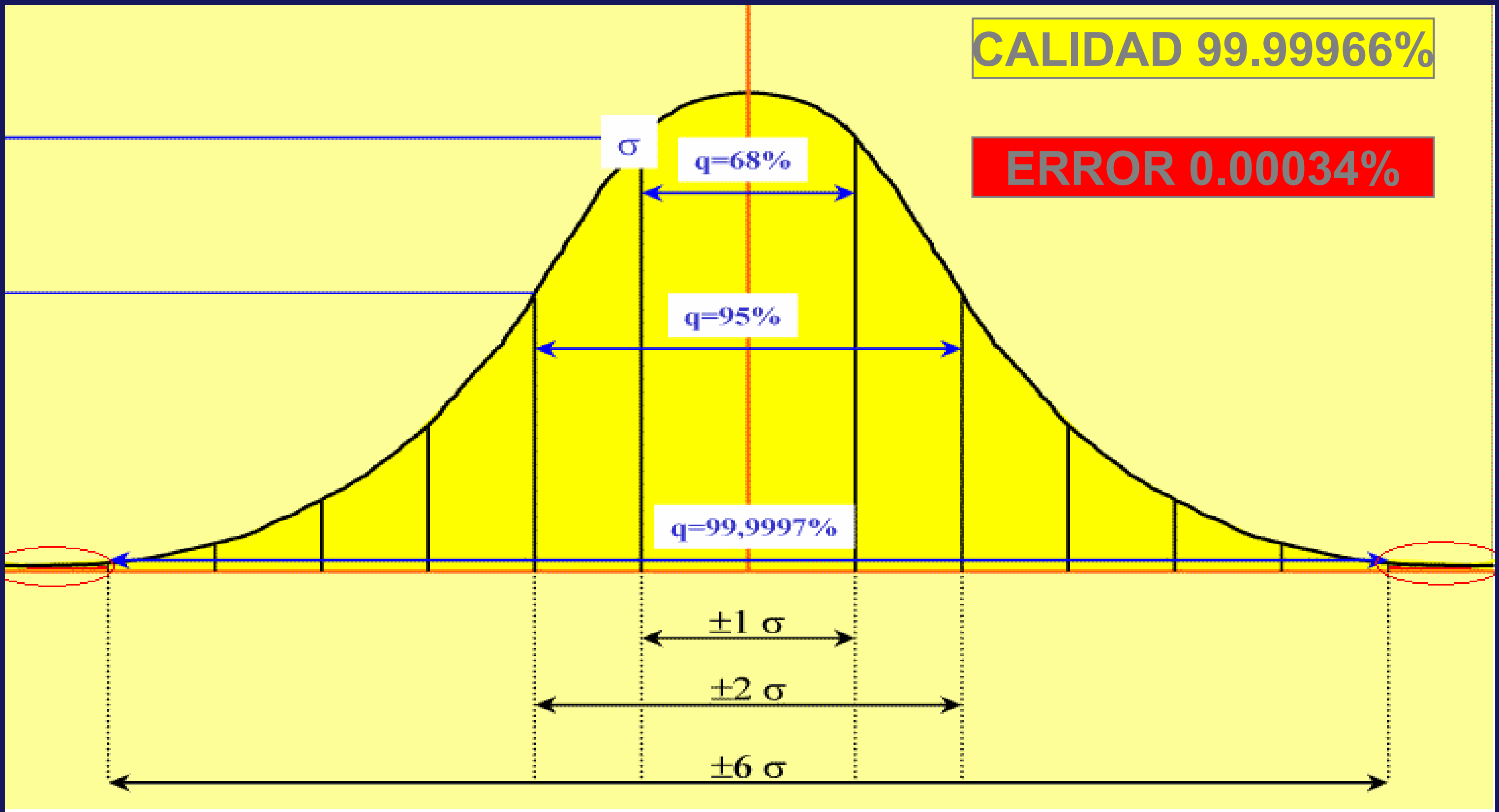
Ejemplo 3

De esta forma vemos como al estar mas alejado de la media aritmética menor es la probabilidad de ocurrencia, es le caso del seis sigma.

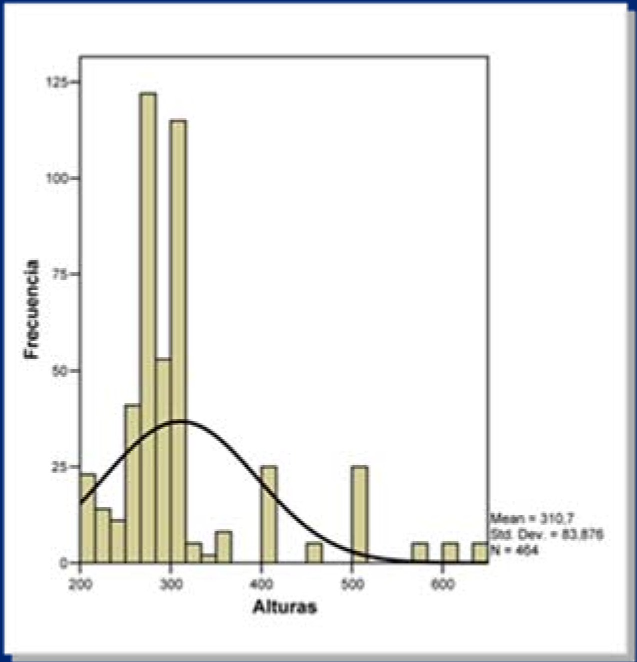
Es un tema para analizar desde la perspectiva de la completacion de llamadas,

Con seis sigma solo se admite una calidad de 99.999% Cuanto se pierde por este factor????

6 SIGMA



Clases, Frecuencias y Costos



Denis R. Villalobos Araya Ph.D

Lima – Perú Junio 2009

Medidas de Apuntamiento o Kurtosis (α_4)

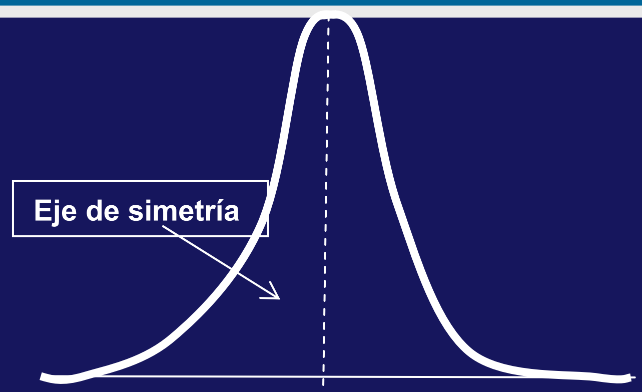
- Una distribución de frecuencias puede describirse usando un promedio como la Media Aritmética para mostrar el valor típico o la tendencia central de una serie de datos.

- Una medida de dispersión nos puede mostrar la variación de los valores alrededor de ese promedio, tal como la Desviación Estándar.

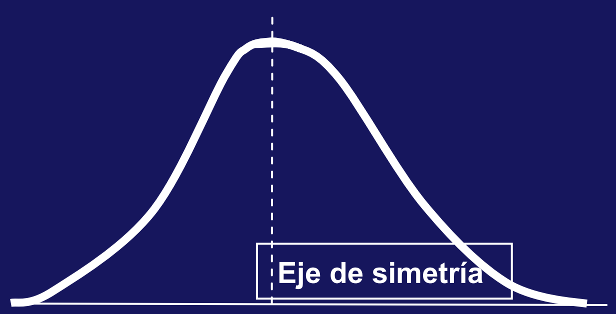
- Una medida de asimetría nos mostrará la dirección de la distribución (izquierda o derecha).

- También es posible medir si existe en la serie de datos apuntamiento a achicamiento y en qué grado.

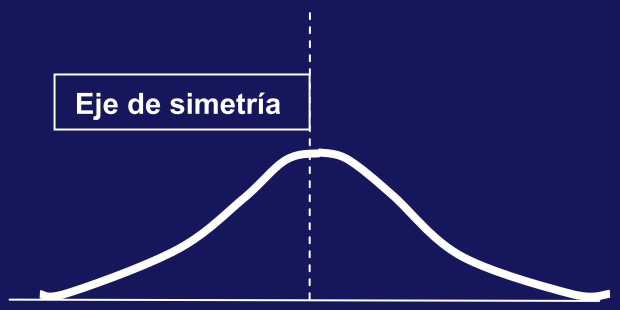
Se definen 3 tipos de distribuciones según el grado de kurtosis:



Leptocúrtica



Mesocúrtica



Platicúrtica

Medidas de Apuntamiento o Kurtosis (α_4)

•**Distribución mesocúrtica:** grado de concentración medio alrededor de los valores centrales de la variable (distribución normal) No habría apuntamiento ni achatamiento.

•**Distribución leptocúrtica:** elevado grado de concentración medio alrededor de los valores centrales de la variable.

•**Distribución platicúrtica:** reducido grado de concentración medio alrededor de los valores centrales de la variable.

Procedimiento de Medición

Basado en los ***“momentos”***

Un momento estadísticamente hablando es la diferencia de cada valor respecto a la Media Aritmética, elevado a alguna potencia.

Se relaciona un momento específico a una determinada potencia, la elevación a la potencia uno, se relaciona con el primer momento y así sucesivamente.

Fórmulas para calcular los momentos respecto a $\bar{X}$

Momentos con respecto a la Media Aritmética	Para datos No agrupados	Para datos agrupados	Se utiliza para:
Primer Momento	$\frac{\sum(x-\bar{X})^1}{n}$	$\frac{\sum f(x-\bar{X})^1}{\sum f} = 0$	Encontrar la Media Aritmética
Segundo Momento	$\frac{\sum(x-\bar{X})^2}{n}$	$\frac{\sum f(x-\bar{X})^2}{\sum f} = 0$	Encontrar la Varianza y la Desviación Estándar
Tercer Momento	$\frac{\sum(x-\bar{X})^3}{n}$	$\frac{\sum f(x-\bar{X})^3}{\sum f} = 0$	Como medida absoluta de asimetría
Cuarto Momento	$\frac{\sum(x-\bar{X})^4}{n}$	$\frac{\sum f(x-\bar{X})^4}{\sum f} = 0$	Como medida de Kurtosis o Apuntamiento

Regresiones

Variables Independientes- son las características controladas por el investigador y que se supone tendrán efectos sobre otras variables.

Regresiones

Variables Dependientes- son las características o aspectos que se alteran por consecuencia del control que ejerce el investigador sobre otras variables.

Uso de las Variables

Especificación del **modelo matemático** de consumo

Ecuación:

$$C = ß_1 + ß_2X$$

Es esta ecuación el signo izquierdo de la igualdad se conoce como variable **Dependiente** y las del lado derecho variables **independientes** o **explicativas**

Uso de las variables

Especificación del **modelo matemático**

Ecuación:

$$C = ß_1 + ß_2X$$

El modelo matemático es limitado para la econometría debido a su relación exacta o determinística entre el consumo y el ingreso.

.

Uso de las Variables

•Especificación del **modelo econométrico** de consumo

Debido a que las relaciones económicos generalmente son inexactas, es necesario modificar la función determinística de consumo

Modelo econométrico:

$$C = ß_1 + ß_2 X + u$$

Uso de las Variables

Especificación del **modelo econométrico** de consumo

Modelo econométrico:

$$\mathbf{C = \beta_1 + \beta_2 X} + \boldsymbol{u}$$

***u*=** Es el término de perturbación o de error, es una variable aleatoria o estocástica.

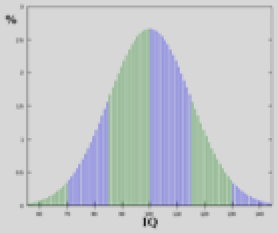
Eso implica que u tiene propiedades probabilísticas claramente definidas.

Medición

- Lo que se pretende es lograr precisión del objeto, eventos o de las características o conducta de una persona mediante una expresión cuantitativa.

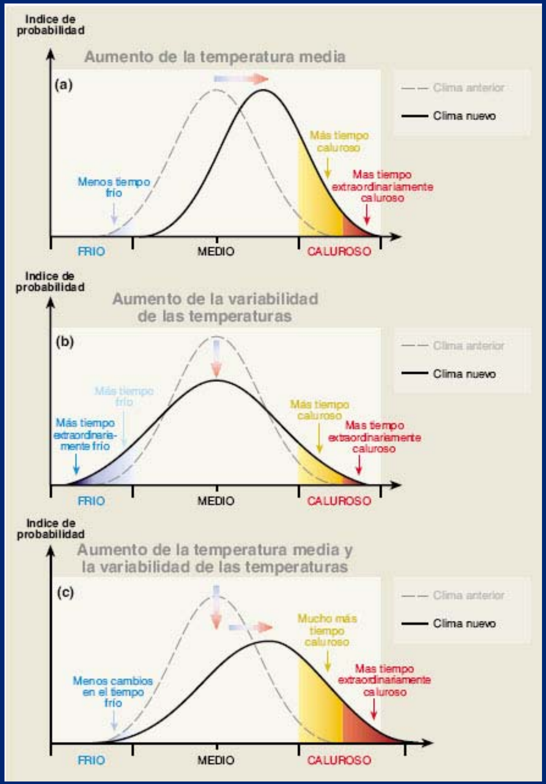
- Todo dato o información que pueda ser precisada en forma concisa y concreta se le considera real y verdadera y por tanto se le adjudica ***validez.***

Desviación Estándar (s) y Varianza (s^2)



Denis R. Villalobos Araya Ph.D

Lima – Perú Junio 2009



Desviación Estándar

- Fórmula Caso Datos No Agrupados

Varianza (s^2) $= s^2 = \dfrac{\sum(x - \overline{X})^2}{n}$

Desviación Estándar (s) $= s = \sqrt{\dfrac{\sum(x - \overline{X})^2}{n}} = \sqrt{s^2}$

Donde:

x = valores individuales

n = número de valores considerados

$(x - \overline{X})$ = diferencia de cada valor respecto a la Media Aritmética

Coeficiente de Variación (v)

- Medida de dispersión relativa
- Más utilizada: dividir la Desviación Estándar entre la Media Aritmética.

$$V = \frac{s}{\overline{X}}$$

Medición

Por consiguiente, la medición es fundamental para que nuestros juicios y opiniones sean precisos y válidos.

Evaluación de inversiones ante incertidumbre

Evaluación de Inversiones ante Incertidumbre

Denis R. Villalobos Araya Ph.D

Lima – Perú Junio 2009

- La mayoría de las evaluaciones de proyectos se hace en escenarios de incertidumbre.

- La mayoría de los procesos decisorios buscan determinar la probabilidad de que el resultado real no sea el estimado y la posibilidad de que la inversión pudiera resultar negativa.

- Un análisis equilibrado del riesgo con el rendimiento esperado de una inversión, evitará aceptar proyectos muy vulnerables si se asume mucho riesgo o perder oportunidades por ser poco agresivos en la decisión.

Algunas consideraciones iniciales

Riesgo: considera que los supuestos de la proyección de basan en probabilidades de ocurrencia que se pueden estimar..

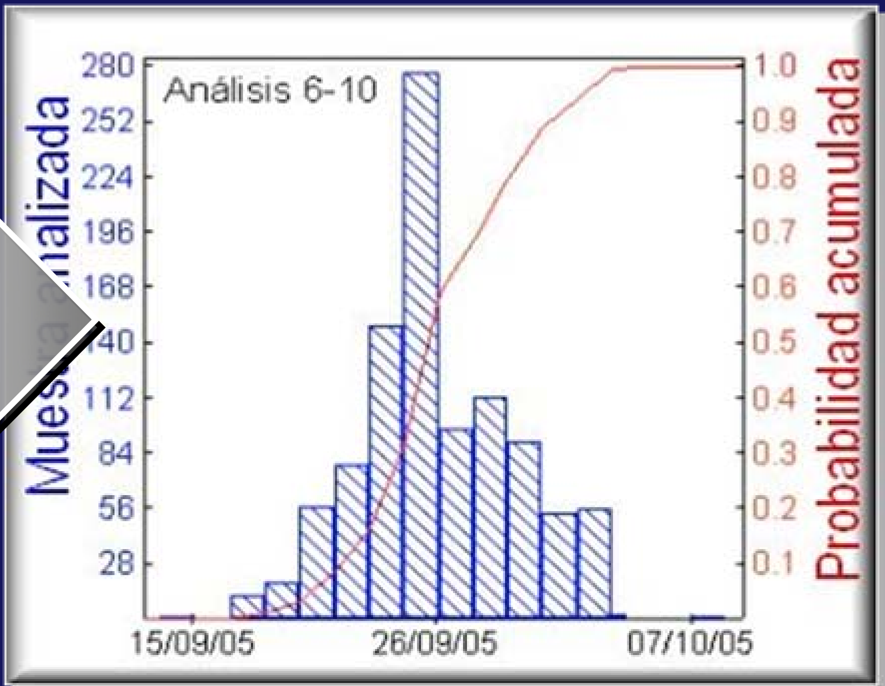
Incertidumbre: serie de eventos futuros a los que es imposible asignar una probabilidad.

Algunas consideraciones iniciales

Riesgo e Incertidumbre

Existe *riesgo* cuando los posibles escenarios con sus resultados se conocen y existen antecedentes para estimar su *distribución de frecuencia* y hay *incertidumbre* cuando los escenarios o su distribución de frecuencia se desconocen.

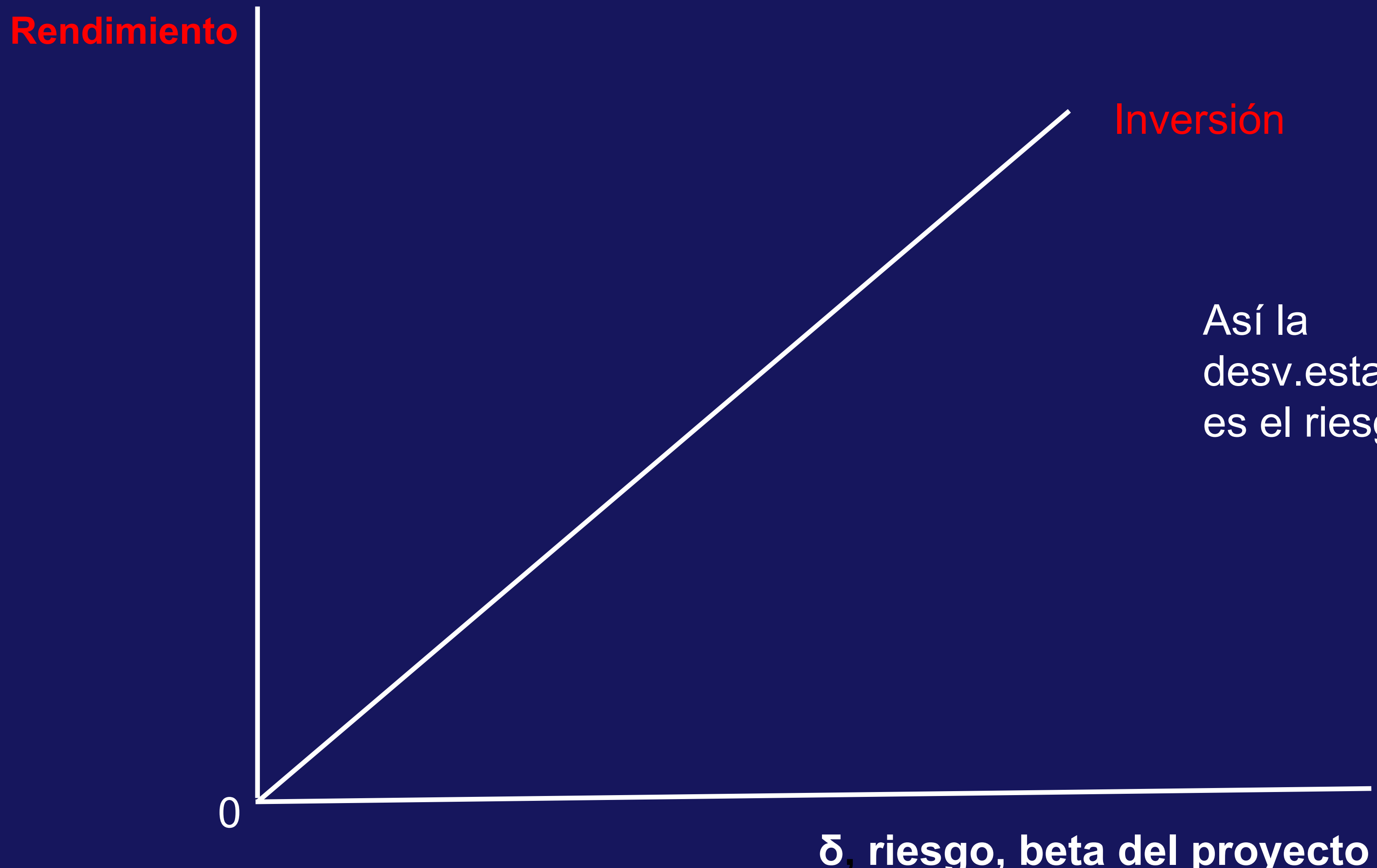
Algunas consideraciones iniciales



Riesgo: variabilidad relativa del retorno esperado o la desviación estándar del retorno esperado respecto al retorno medio, en cuanto a la magnitud de la variación.

Mientras más alta sea la desviación estándar , mayor será la variabilidad del retorno y por consiguiente el **riesgo.**

Algunas consideraciones iniciales



Así la desv.estandar es el riesgo

La Trampa del VAN y la TIR

- Un comportamiento único de los flujos de caja es incierto, no es posible conocer cuál evento no ocurrirá según lo previsto.

- El enunciado del VAN:

VAN = 0 = $\Sigma_{i=1...n}$ BN_i / (1+tasa interna de retorno)

La Trampa del VAN y la TIR

- Un comportamiento único de los flujos de caja es incierto, no es posible conocer cuál evento no ocurrirá según lo previsto.

- El enunciado de la TIR, pueden transformarse en una expresión como: $a+bx+ax^2=0$, con dos soluciones.

- $0=1600(1+r)^2- 10\,000(1+r) + 10\,000$

- Entonces el riesgo de un proyecto se define como la variabilidad de los flujos de caja reales respecto a los estimados.

- Riesgo define una situación donde hay una estrategia con resultados posibles

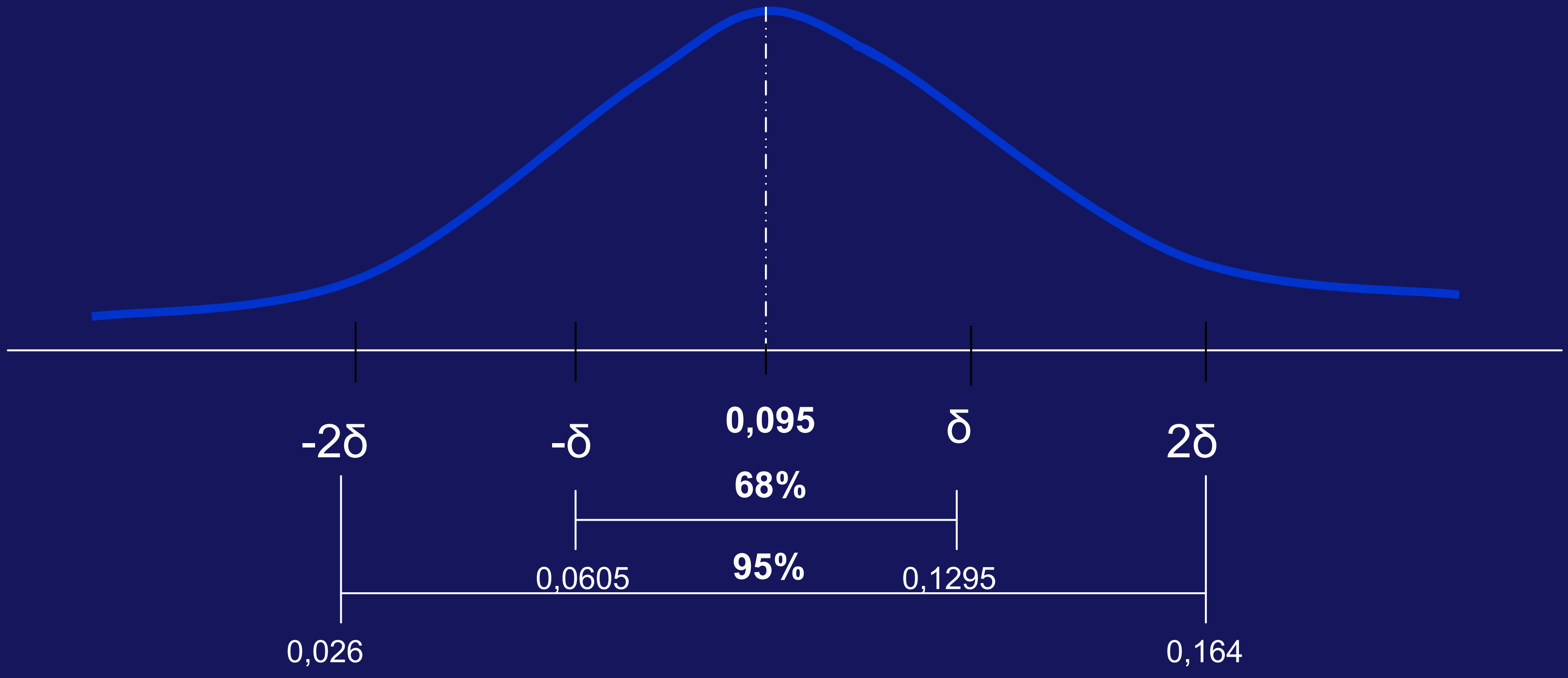
- Incertidumbre, los posibles resultados de una estrategia no son conocidos y en consecuencia tampoco sus probabilidades.

Algunas consideraciones iniciales

- Las probabilidad que no se pueden verificar en forma objetiva se denominan *probabilidades subjetivas*.

- La más observada en la práctica es la que supone una distribución normal, la que indica que en un 67,5% de los casos los retornos caerán dentro de un rango que está entre el valor promedio del retorno ± una desviación estándar.

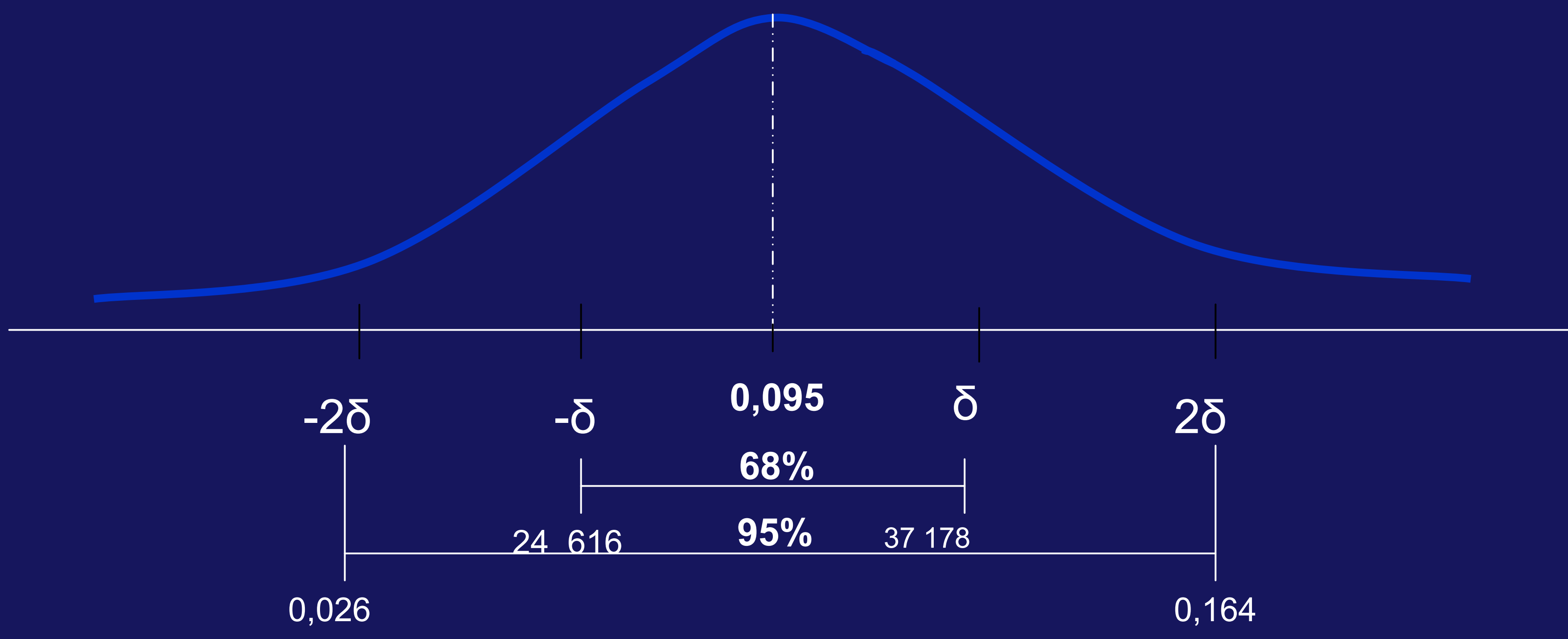
- Si al promedio se suman y restan **dos** desviaciones estándar, el intervalo incluirá el 95% de los casos.



Proyecto Alfa

Periodo	M0	M1	M2	M3	M4	M5	M6
INGRESOS							
TOTAL INGRESOS		53.083	76.182	79.722	83.036	86.143	86.113
GASTOS							
TOTAL GASTOS		32.706	43.008	45.248	47.652	50.234	60.047
INVERSIONES							
Valor Equipos	-33.326						
OTROS	-2.466						
OTROS	-520						
FNE	-36.311	20.377	33.174	34.474	35.384	35.909	26.066
VAN millones ¢	38.697			promedio	30.897		
Indice de Deseabilidad	2,07			desv.estd.	6.281	6.281	
				Mas una desv.		37.178	
				menos una desv.		24.616	

existe un 68% de Probabilidades que los flujos estén entre 24 616 y 37 178 unidades monetarias



Cuantificación del riesgo de un proyecto

- Variabilidad de los flujos reales respecto a los estimados.

- La desviación estándar como medida que calcula la variabilidad del riesgo.

- $\delta = \sqrt{\sum_{x=1}^{n} (A_x - \bar{A})^2 P_x}$

Fuente: sapag y sapag, preparación y evaluación de proyectos cuarta edición,,enero, 2004.

La medición del riesgo

- $$\delta = \sqrt{\sum_{x=1}^{n} (A_x = \bar{A})^2 P_x}$$

Donde, A_x es el flujo de caja de la posibilidad x y P_x es su probabilidad de ocurrencia y es el valor esperado de la distribución de probabilidades de los flujos de caja que se obtienen de:

$$\bar{A} = \sum_{x=1}^{n} A_x P_x$$

Fuente: sapag y sapag, preparación y evaluación de proyectos cuarta edición,,enero, 2004.

Ejemplo

Supóngase la existencia de un proyecto que presente la siguiente distribución de probabilidades

X	Probabilidad	Flujo de caja
	Px	Ax
1	0,30	2000
2	0,40	2500
3	0,30	3000

Fuente: sapag y sapag, preparación y evaluación de proyectos cuarta edición,,enero, 2004.

Ejemplo

Px(Ax)
0,30(2000)= 6000
0,40(2500)= 1000
0,30(3000)= 900
Ā= 2500

Ax-Ā	(Ax-Ā)	(Ax-Ā)²	(Ax-Ā)² Px		
2000 - 2500	-500	250000	(250000) 0,30	=	75000
2500 - 2500	0	0	(0) 0,40	=	0
3000 - 2500	p´+500	250000	(250000) 0,30	=	75000

Varianza = 15000	
δ= 387,30	

$$Z = \frac{X - VE(VAN)}{\delta}$$

Fuente: sapag y sapag, preparación y evaluación de proyectos cuarta edición,,enero, 2004.

Distribución de Probabilidad Normal:

Value at Risk: concepto

- El concepto de Value at Risk (VAR) proviene de la necesidad de cuantificar con determinado nivel de significancia el monto o porcentaje de pérdida máxima que un portafolio enfrentará en un período predefinido.

Distribución de Probabilidad Normal:

Value at Risk:

El VAR responde a la siguiente pregunta:

“¿cuánto puede caer el valor del portafolio sobre un determinado período y una probabilidad dada?

Distribución de Probabilidad Normal:

Value at Risk:

- Específicamente, el VAR mide la pérdida potencial debida a movimientos de mercado "***normales".***
- Pérdidas superiores al VAR ocurren únicamente con una probabilidad dada (nivel de significancia) de x%.

Distribución de Probabilidad Normal:

Value at Risk:

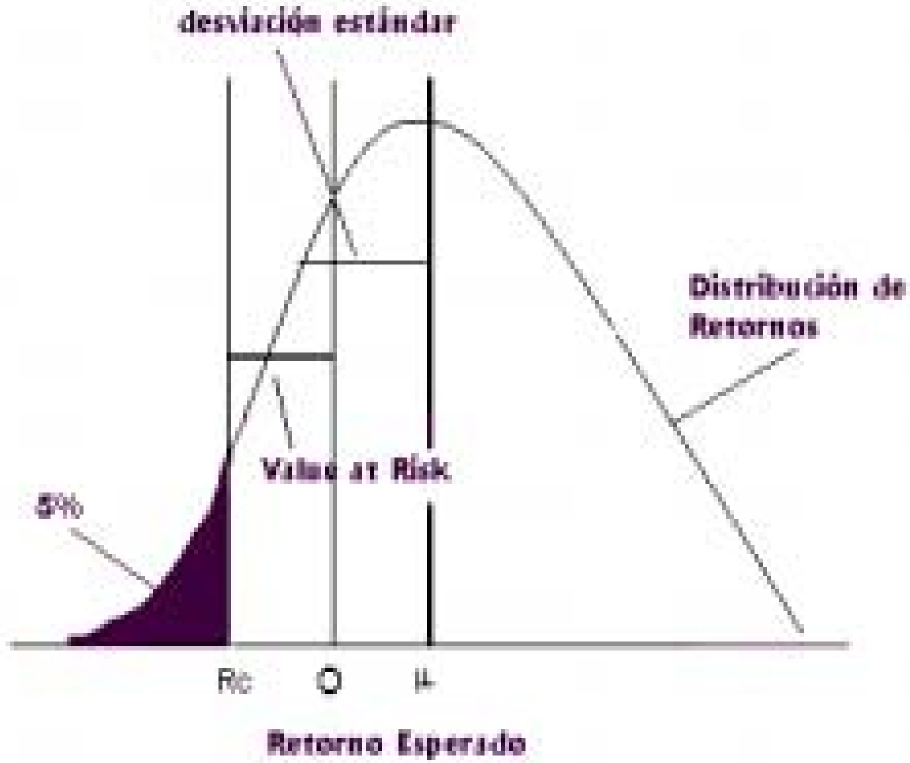
- El VAR agrega todos los riesgos a que está sujeto un portafolio en un ***único número*** que describe la magnitud de la pérdida probable de un portafolio.

Distribución de Probabilidad Normal:

Value at Risk:

- su uso debe ser complementado con otros métodos de evaluación del riesgo como por ejemplo el análisis de sensibilidad y la simulación de escenarios.

Value at Risk



El estándar de la industria para su medición es calcular el VAR con un nivel de significancia del 5%. Esto significa que solamente el 5% de las veces el retorno del portafolio caerá más de lo que señala el VAR.

Se parte que a la izquierda de -1,65 sigma, se encuentra el 5% de los valores inferiores de la distribución

Marco Conceptual

Modelo z-scoring:

Zt = *Y*1 X1 + *Y*2 X2 + *Y*3 X3+....+ *Y*k Xk.

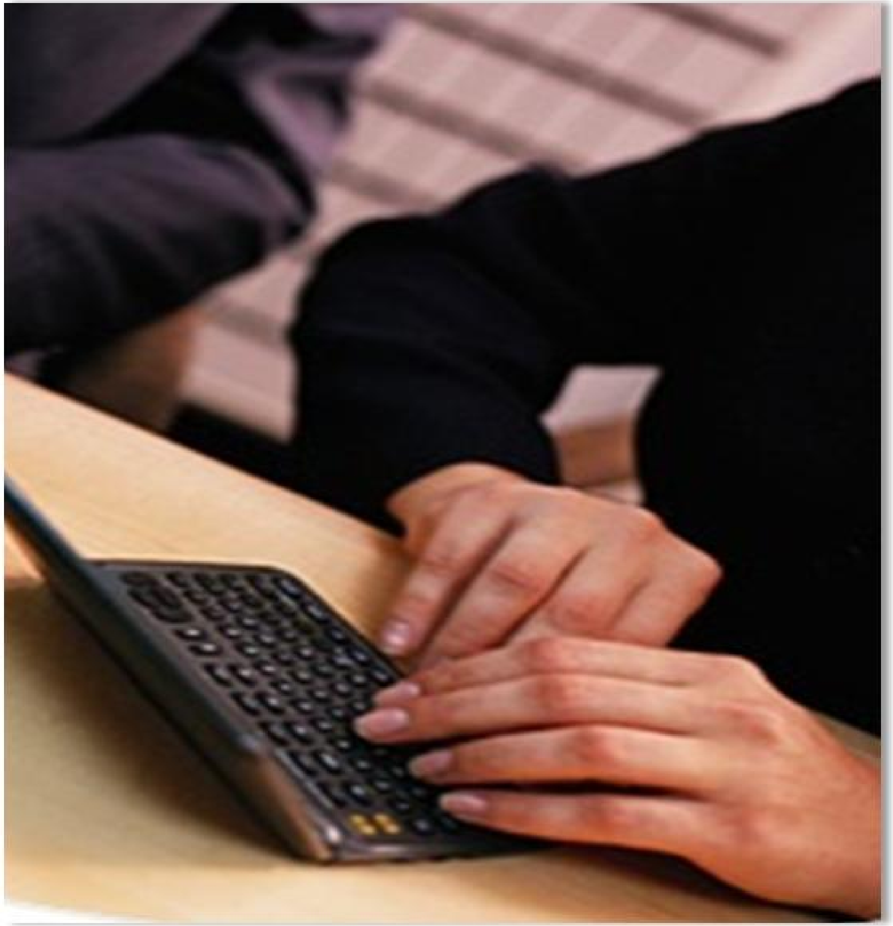
Donde:

*Y*1, *Y*2,.... *Y*k, son los coeficientes

X1,X2,X3..Xk, son variables independientes

Z, es el valor de la función discriminante o Z-Scoring

Marco Conceptual



Modelo z- scoring

X1= Capital circulante/ Activo total

X2= Beneficios Retenidos/Total activo

X3= Beneficios Antes de intereses e impuestos/ total de activo

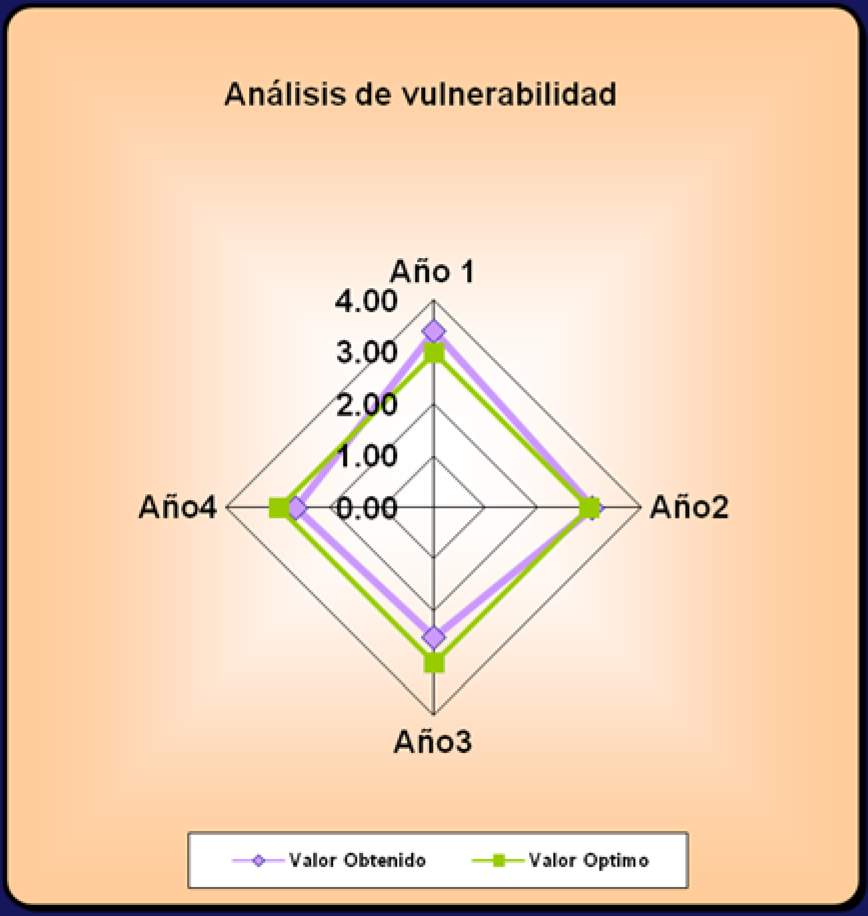
X4= Valor de cotización/ Valor en libros de la deuda

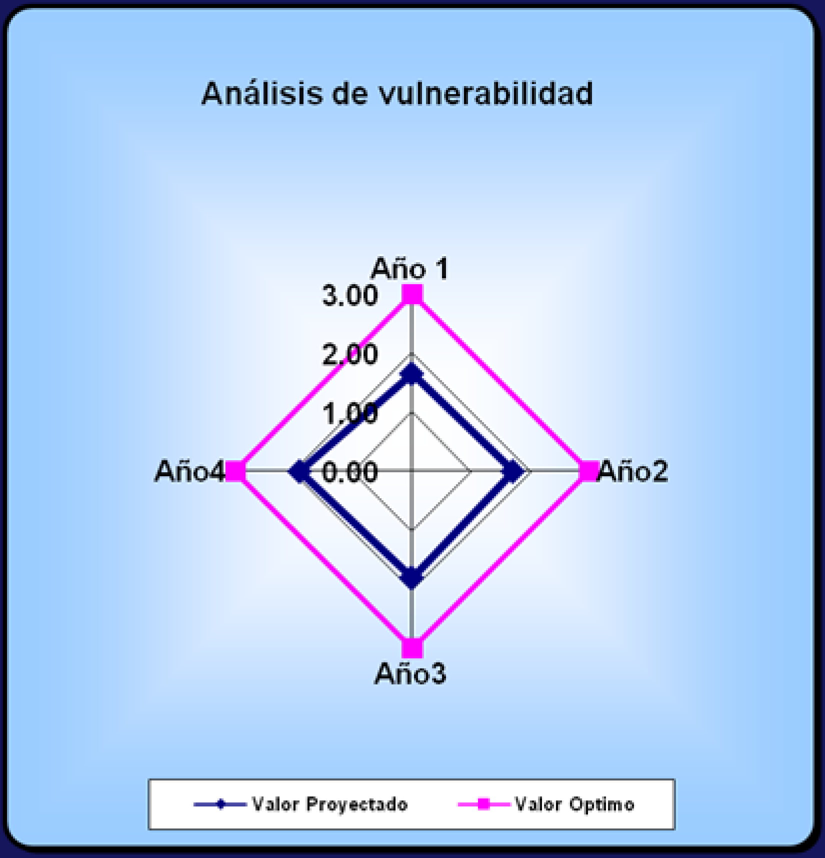
X5= Ventas/ Total de activo

Marco Conceptual

Función discriminante, se deben determinar los límites a partir de los cuales efectuar la discriminación en uno de los grupos. De esta forma se estima que el valor debe estar entre los siguientes rangos:

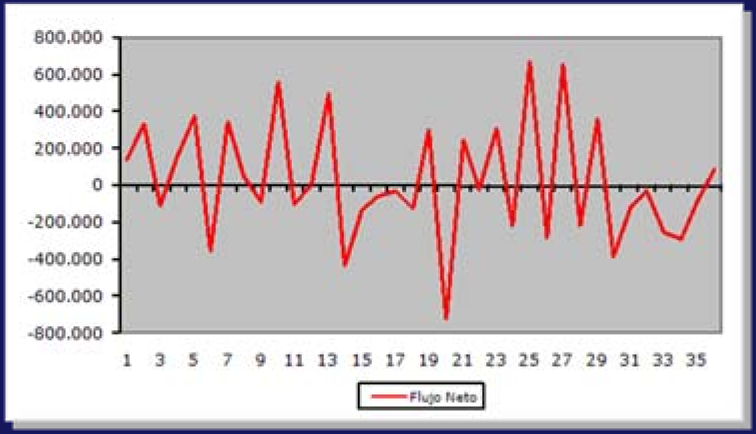
Valor de referencia	Resultado de la Empresa
$Z > 2,99$	Empresa sana
$Z < 1,81$	Empresa fracasada
$1,81 \leq Z \geq 2,99$	Zona de duda


Análisis de vulnerabilidad
Año 1
4.00
3.00
2.00
1.00
0.00
Año2
Año3
Año4
Valor Obtenido
Valor Optimo


Análisis de vulnerabilidad
Año 1
3.00
2.00
1.00
0.00
Año2
Año3
Año4
Valor Proyectado
Valor Optimo

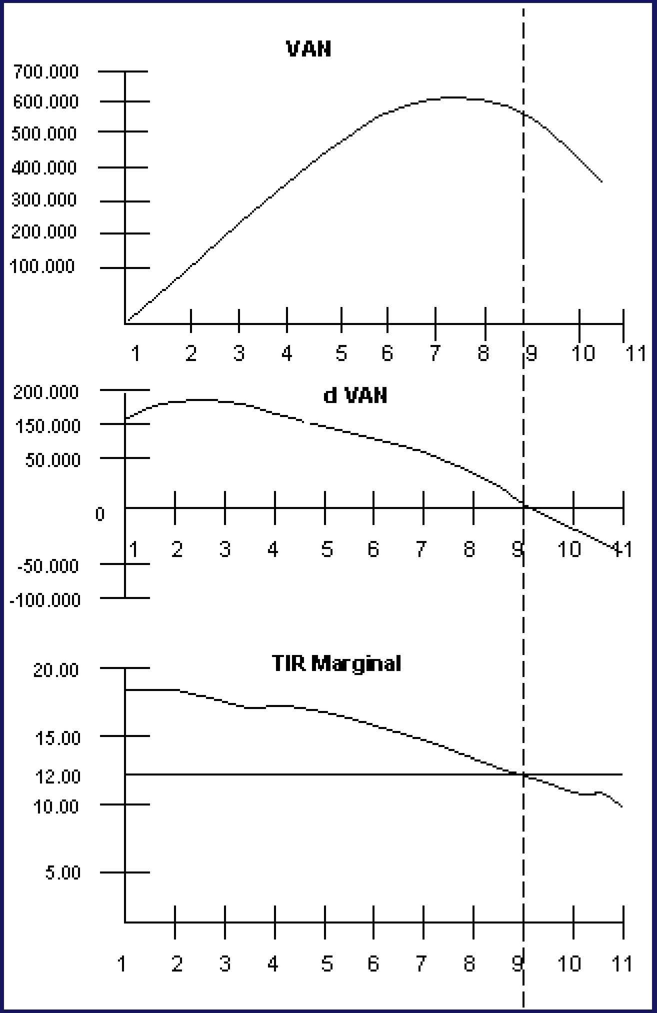
Monte Carlo

1. Calcule primero el valor esperado de flujos para cada año considerando el producto de multiplicar la probabilidad por cada flujo y después de obtener estos productos proceder a sumarlos. Por ejemplo: en el año 1(100 + 400 + 900 + 1 600) y la suma es de $3 000.



Monte Carlo

2. Proceda a descontar el flujo del año 1 a la tasa de 4% por un año; el flujo del segundo año a la tasa de 4% por dos años, y finalmente el flujo del tercer año a la tasa de 4% por tres años. Así obtendrá el valor presente al cual se le restan los $5 000 de inversión para obtener el valor presente neto.



Monte Carlo

3. Proceda a obtener la desviación estándar del flujo de cada año relacionando el flujo de cada año respecto al valor promedio o esperado de cada año. Estos desvíos se elevan al cuadrado y se multiplican por la probabilidad de ocurrencia, haciendo esto para cada flujo del primer año y luego se suma.

Monte Carlo

4. Aplique la fórmula de desviación estándar total.

5. Esta desviación estándar implica descontar la varianza (el cuadro de la desviación estándar) de cada año a la tasa de 4% de cada año y se obtiene la raíz cuadrada del resultado de la suma de valores presentes de estas varianzas para obtener la desviación estándar total.

Monte Carlo

6. Con base en el valor presente neto obtenido, se incorpora al área bajo la curva normal utilizando la desviación estándar obtenida en el punto 5.

7. Por ejemplo: la probabilidad para obtener un valor presente neto negativo se expresaría como:

Monte Carlo

$$Z = \frac{0 - \text{Valor presente neto}}{\text{Desviación estándar}}$$

Denis R. Villalobos Araya Ph.D

dvillalobos@ice.go.cr

Instituto Costarricense de Electricidad

San José, Costa Rica

((506) 8318-0684 / (506) 2543-0827