Conceptos Básicos de

la Teoría de Teletráfico

(Incluye ejercicios)

Sr. H. Leijon, UIT

UNION INTERNATIONALE DES TELECOMMUNICATIONS
INTERNATIONAL TELECOMMUNICATION UNION
UNION INTERNACIONAL DE TELECOMUNICACIONES

Conceptos basicos de la teoria de teletrafico

TRAFICO EN ERLANG = Número promedio de ocupaciones simultáneas en un grupo troncal durante un período definido de tiempo.

1 $$\boxed{A = y \cdot s}$$

A = Tráfico en Erlang.
y = Intensidad de llamadas
(llamadas/unidad de tiempo)
s = Tiempo medio de espera

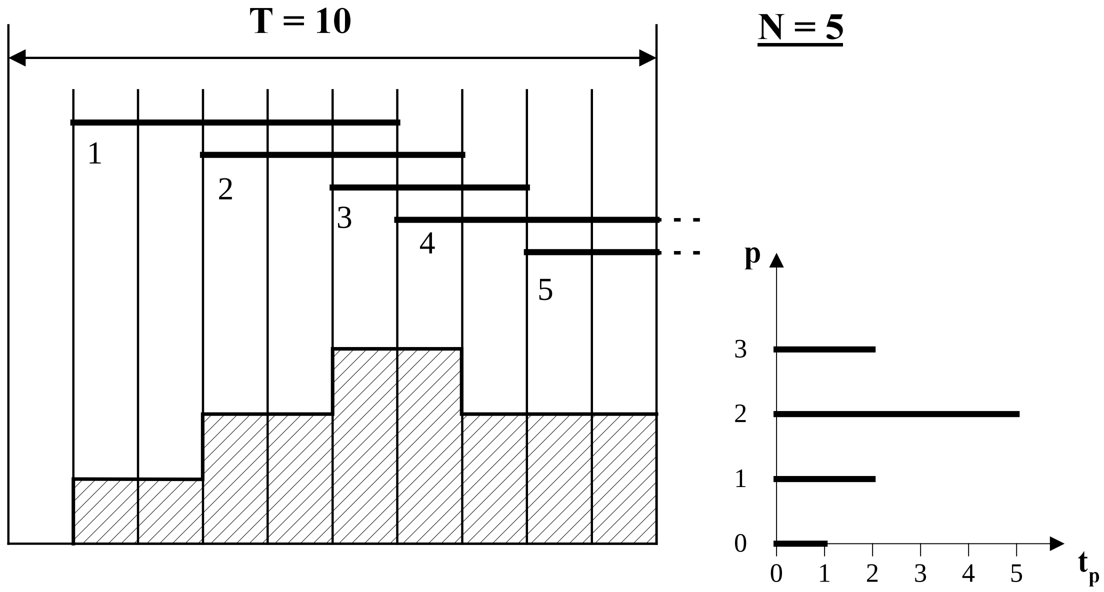
2 $$\boxed{A = \frac{1}{T} \cdot \sum_{v=1}^{N} t_v}$$

T = Duración del período de tiempo
t_v = Duración de la ocupación no. v
N = No. total de ocupaciones

3 $$\boxed{A = \frac{1}{T} \cdot \sum_{p=0}^{n} p \cdot t_p}$$

p = Númerode ocupaciones simultánas en el grupo
t_p = Tiempo total con exactamente p ocupaciones.
n = Máximo número de ocupaciones = Número de troncales.

Ejemplo



1 $\boxed{A = y \cdot s}$

$$y = \frac{N}{T} = \frac{5}{10} = \underline{0.5\ llamadas / unidad\ de\ tiempo}$$

$$s = \frac{1}{N} \cdot \sum t_v = \frac{1}{5} \cdot (5 + 4 + 3 + 4 + 2) =$$

$$= \frac{1}{5} \cdot 18 = \underline{unidades\ de\ tiempo}$$

$$A = y \cdot s = 0.5 \cdot 3.6 = \underline{1.8\ Erlang}$$

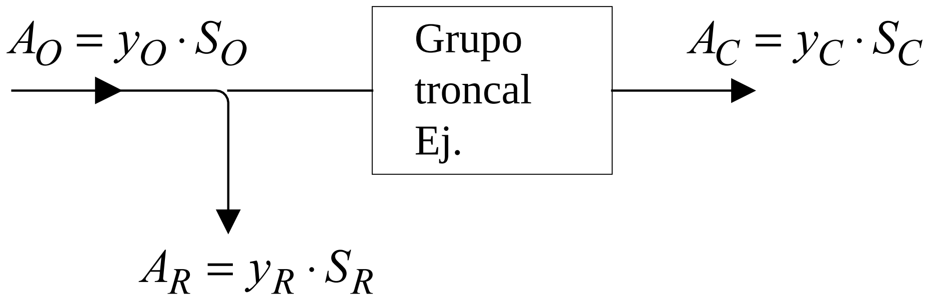
2 $\boxed{A = 1/T \cdot \sum t_v}$

$$A = \frac{1}{10} \cdot 18 = \underline{1.8\ \mathrm{Erlang}}$$

3 $\boxed{A = 1/T \cdot \sum p \cdot t_p}$

$$A = \frac{1}{10} \cdot (0 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 2) =$$

$$= \frac{1}{10} \cdot 18 = \underline{1.8\ \mathrm{Erlang}}$$



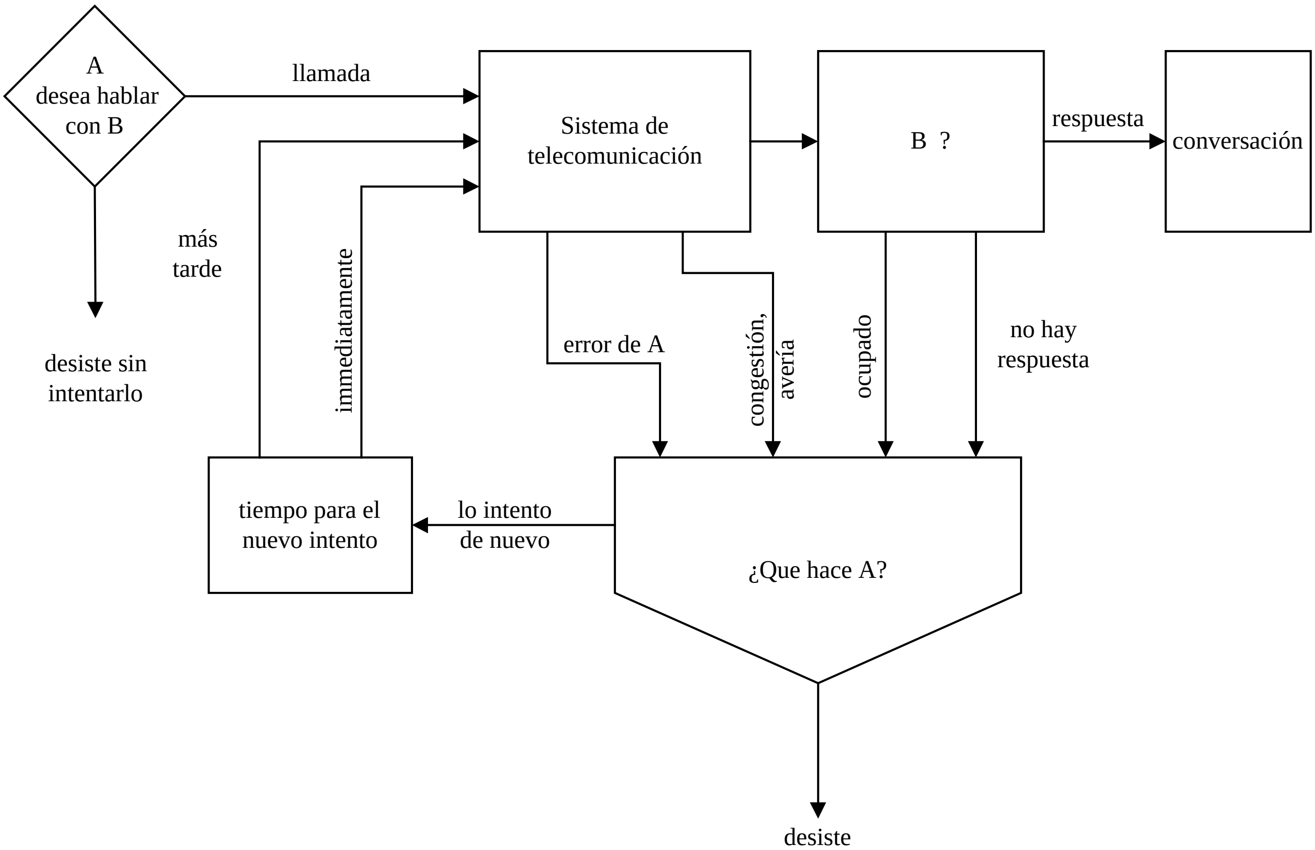
A_O = Tráfico ofrecido
A_C = Tráfico cursado
A_R = Tráfico rechazado

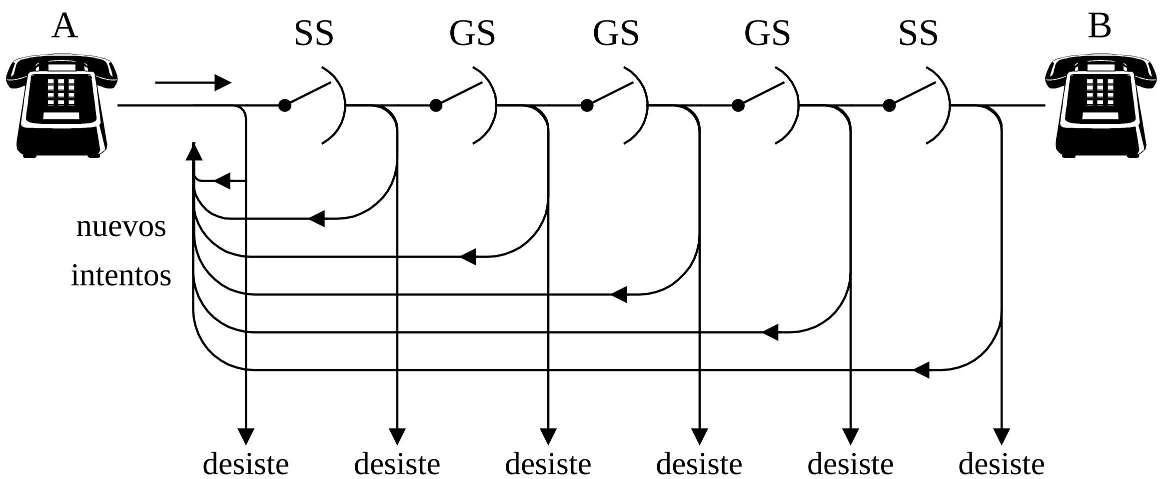
① $y_O = y_C + y_R$ es verdad!

② $A_O = A_C + A_R$ es conveniente para cálculos de tráfico!

③ $S_O = S_C = S_R = S$ <u>no es verdad</u>, sino la consecuencia de ① + ②!

<u>Por tanto, sea cuidadoso cuando la congestión de tráfico sea alta!</u>


A
desea hablar
con B
llamada
Sistema de
telecomunicación
B ?
respuesta
conversación
más
tarde
immediatamente
desiste sin
intentarlo
error de A
congestión,
avería
ocupado
no hay
respuesta
tiempo para el
nuevo intento
lo intento
de nuevo
¿Que hace A?
desiste


A
SS
GS
GS
GS
SS
B
nuevos
intentos
desiste
desiste
desiste
desiste
desiste
desiste

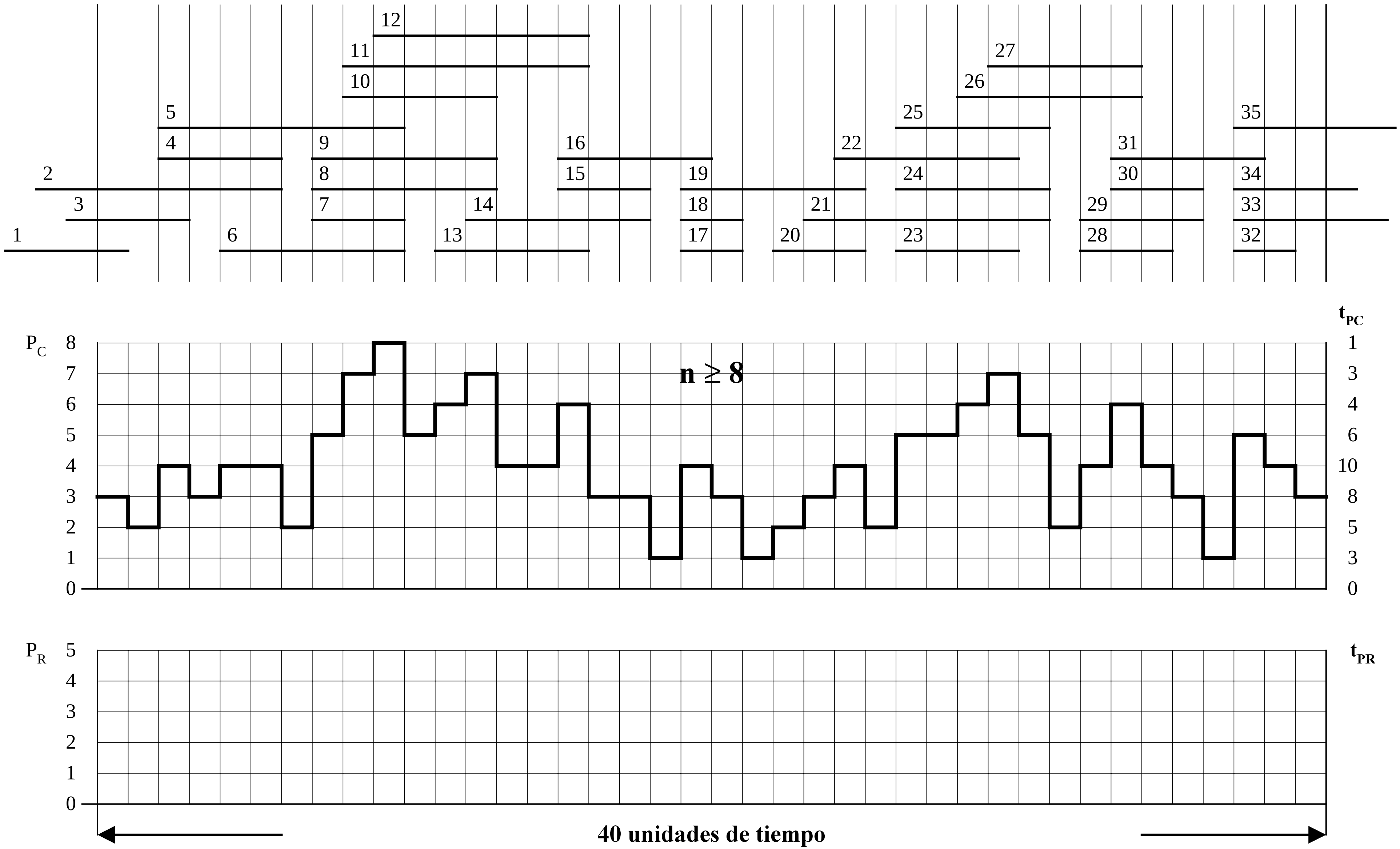
No. de llamadas exitosas
al 1er. intento

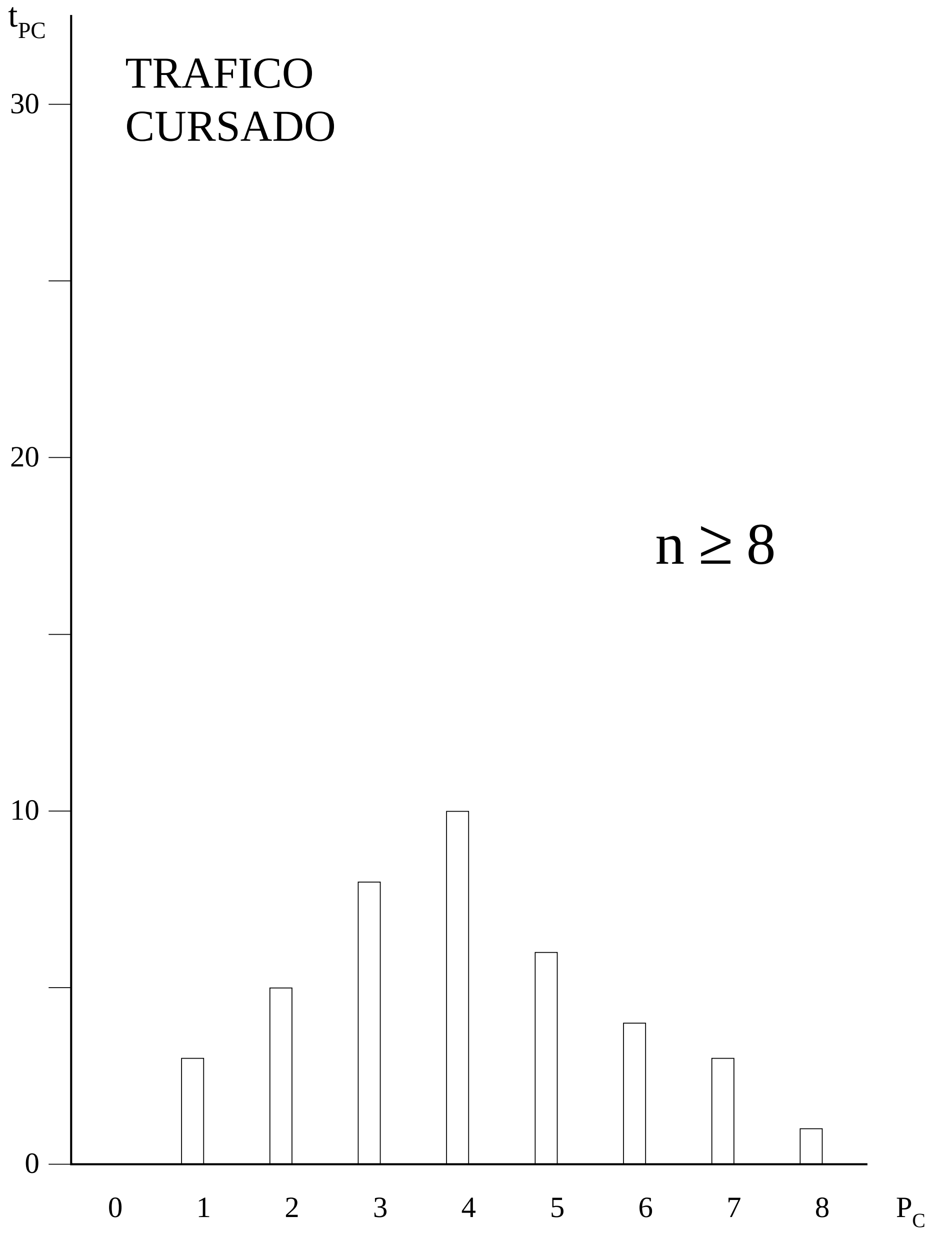
Número de intentos i	Original Calls			Número total de intentos	
	Total B	Conversaciones C	No Hubo Conver. A	Total $T = i \cdot B$	Fallas $N = T - C$
1	140	57	83	140	83
2	63	37	26	126	89
3	41	22	19	123	101
4	22	7	15	88	81
5	6	3	3	30	27
6	15	3	12	90	87
7	2	-	2	14	14
8	3	1	2	24	23
9	3	1	2	27	26
11	1	-	1	11	11
19	1	1	-	19	18
Total	297	132	165	692	560

No. total de llamadas <u>deseadas</u>

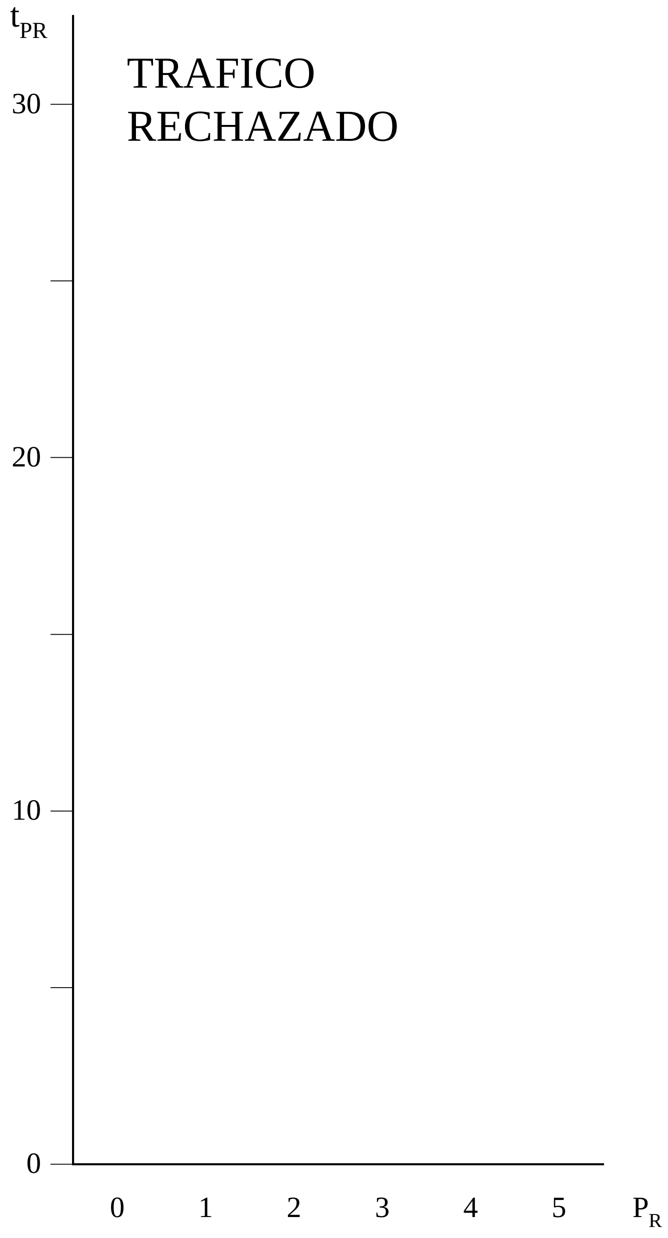
No. total de llamadas <u>exitosas</u>

No. total de llamadas <u>ofrecidas</u>

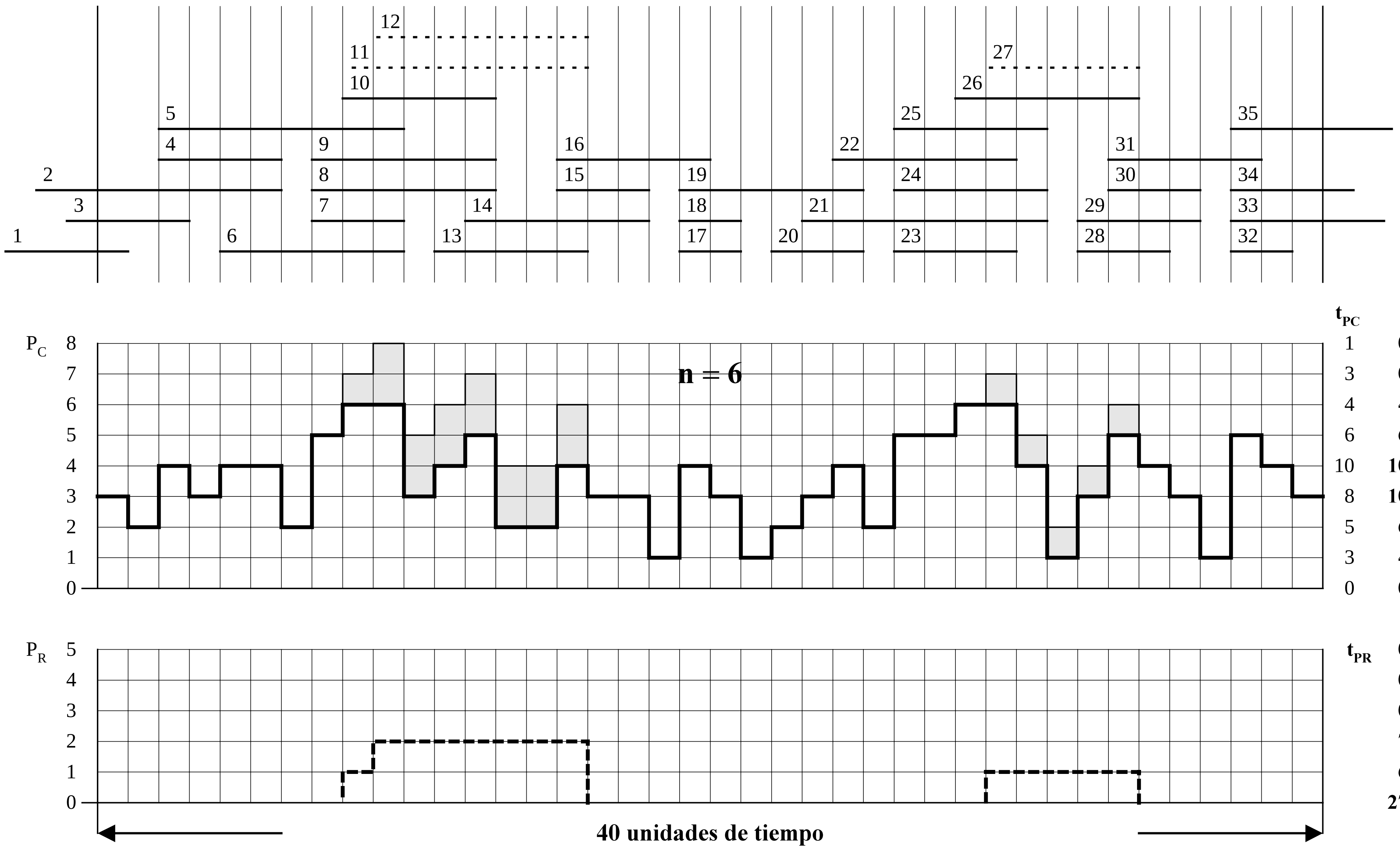

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35
P_C
8 7 6 5 4 3 2 1 0
t_{PC}
1 3 4 6 10 8 5 3 0
n ≥ 8
P_R
5 4 3 2 1 0
t_{PR}
40 unidades de tiempo



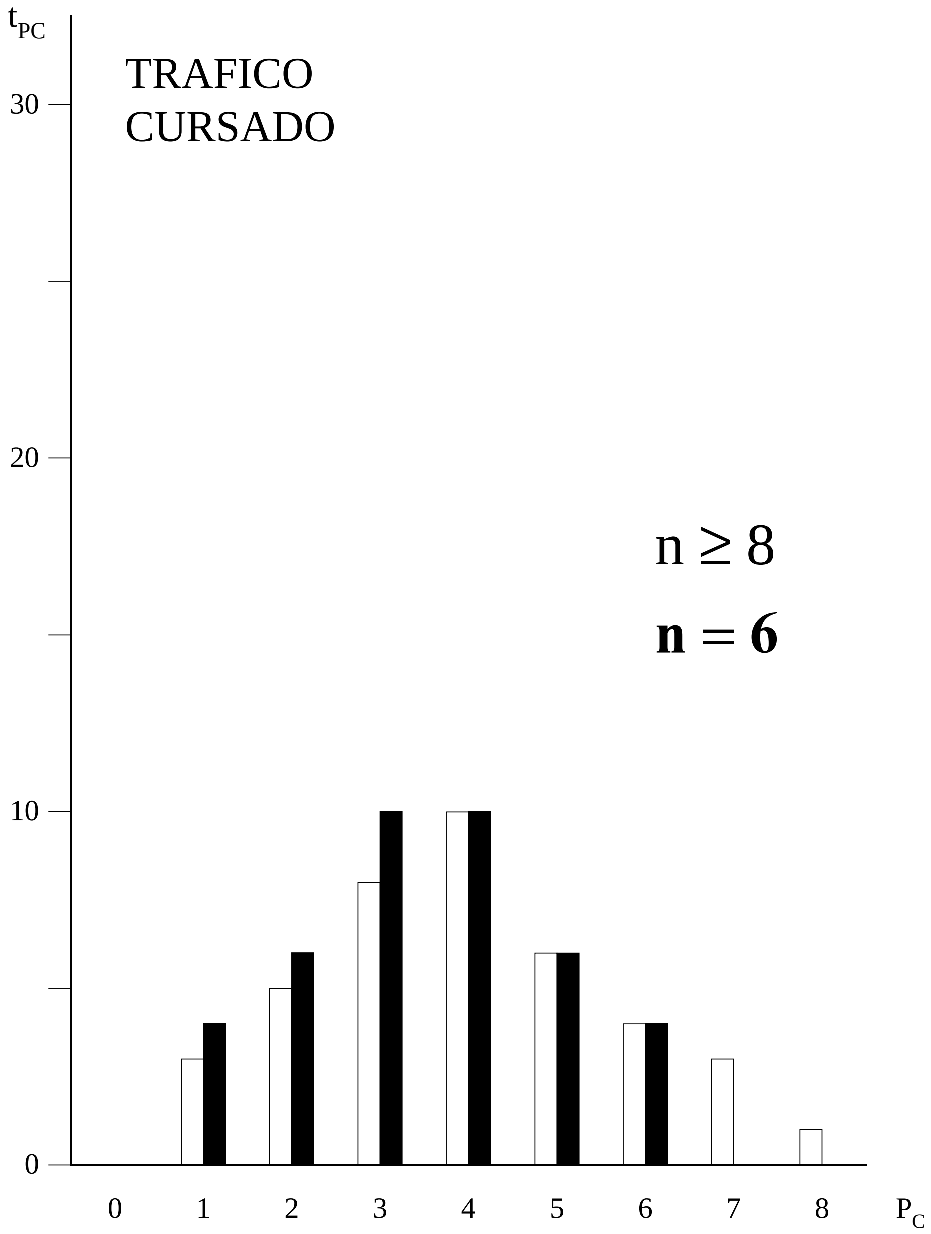
t_{PC}
TRAFICO
CURSADO
30
20
10
0
$n \geq 8$
0 1 2 3 4 5 6 7 8
P_C

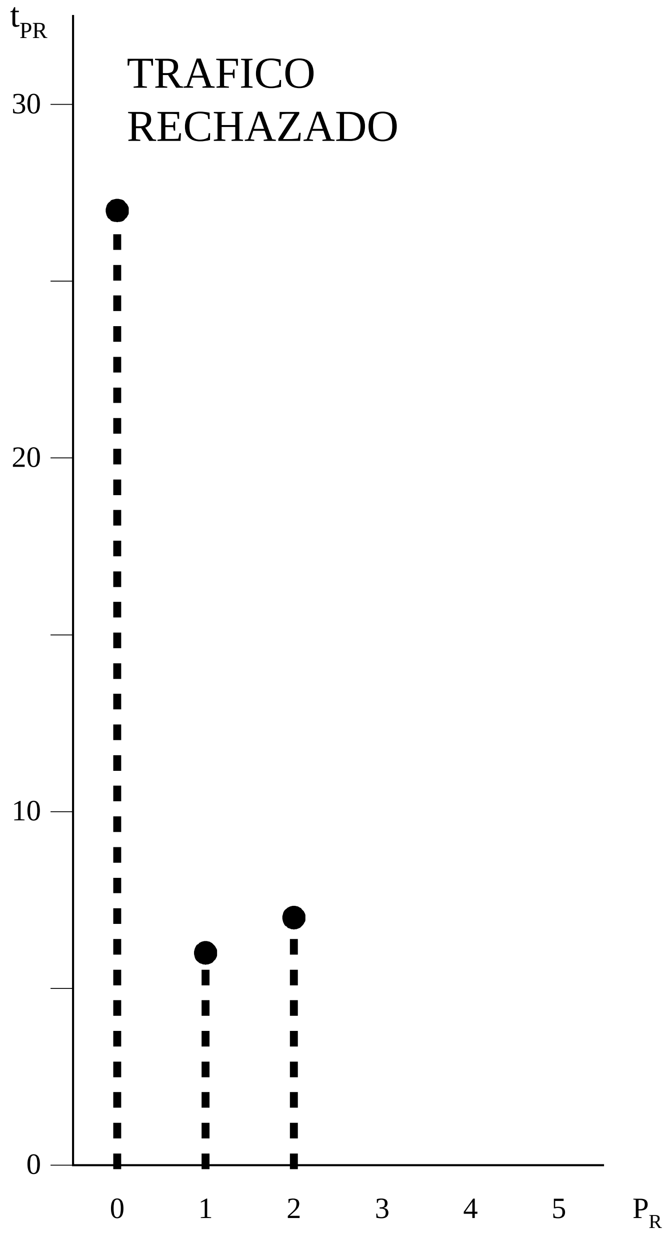


t_{PR}
TRAFICO
RECHAZADO
30
20
10
0
0 1 2 3 4 5
P_R

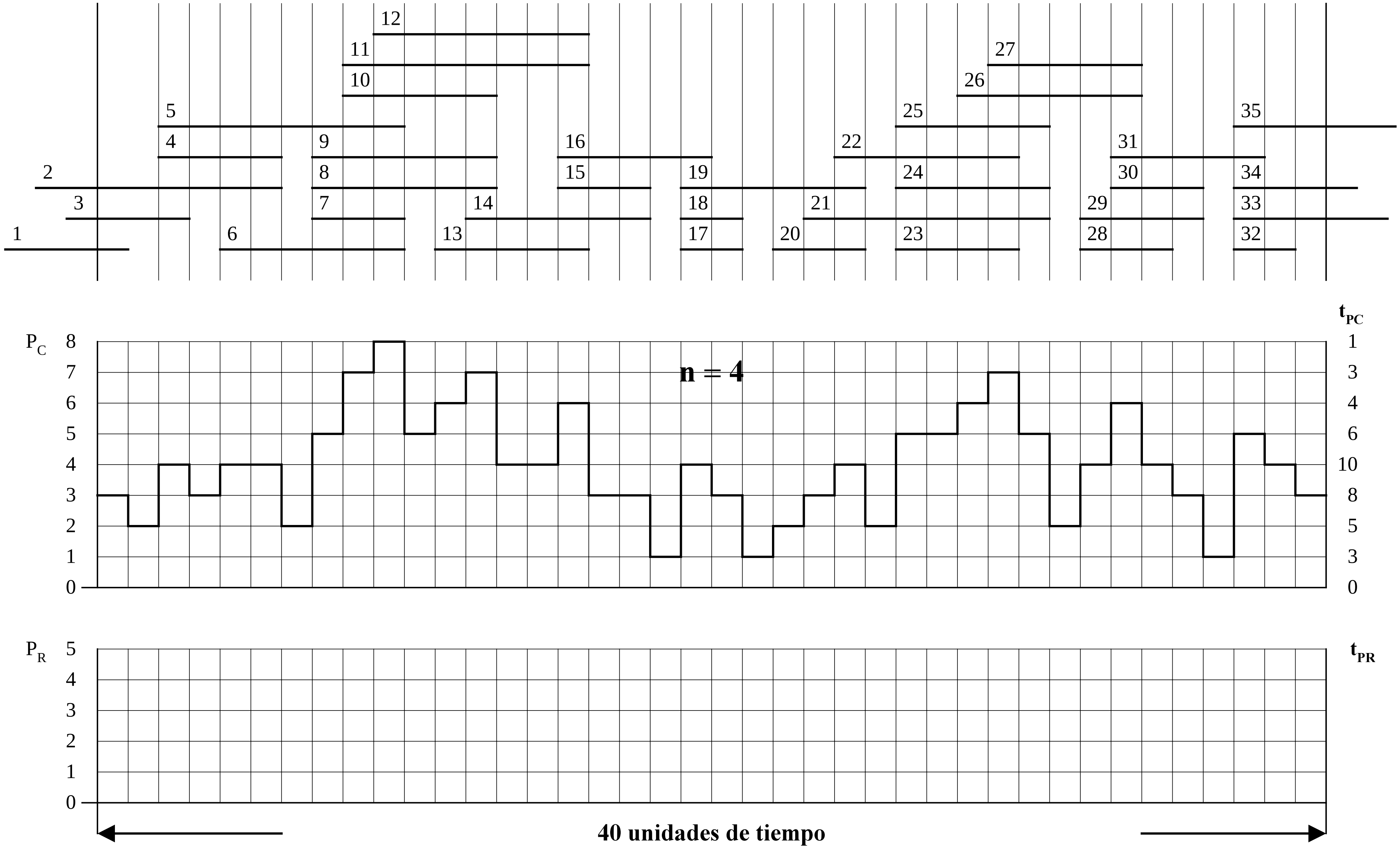


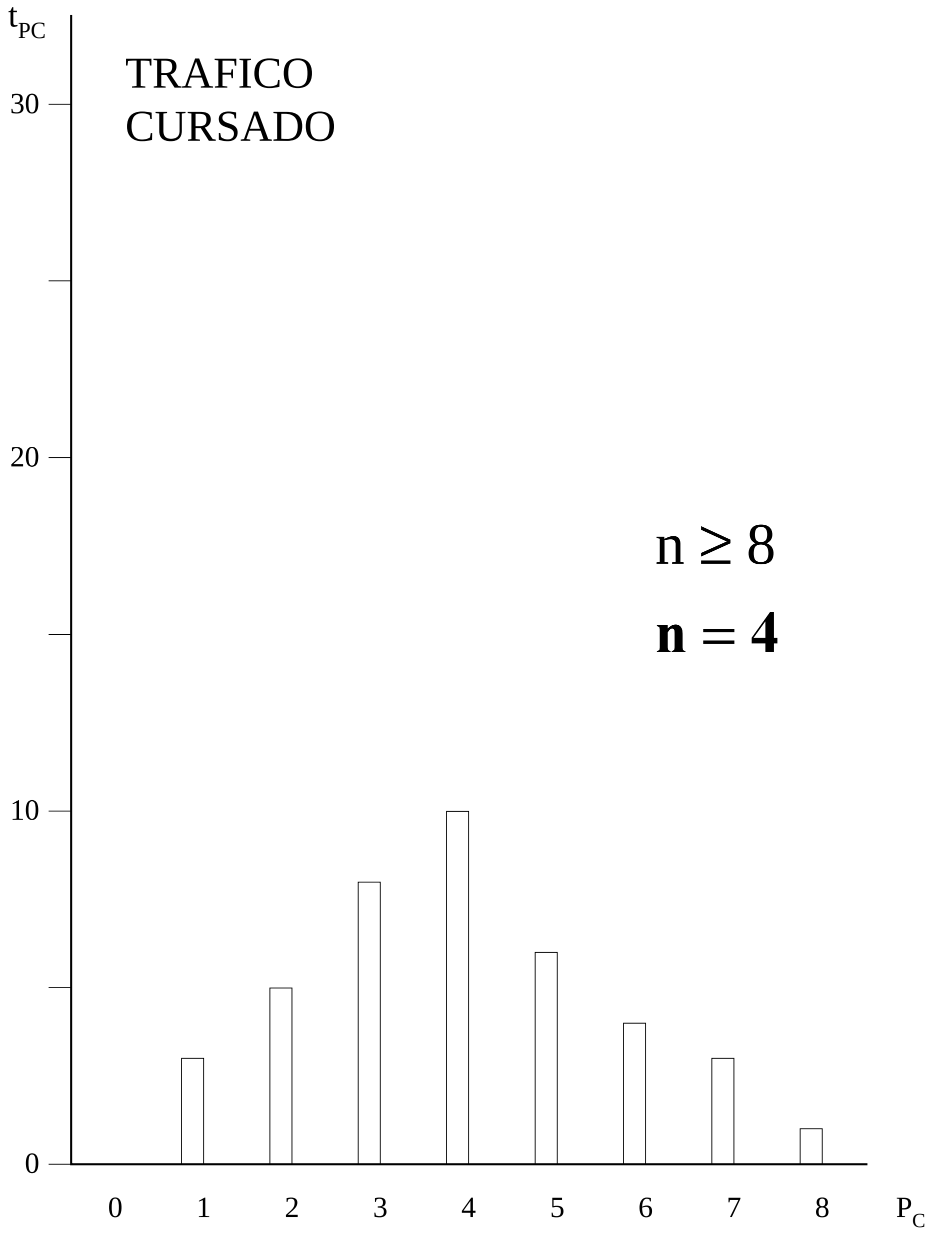
n = 6
P_C
t_PC
P_R
t_PR
40 unidades de tiempo

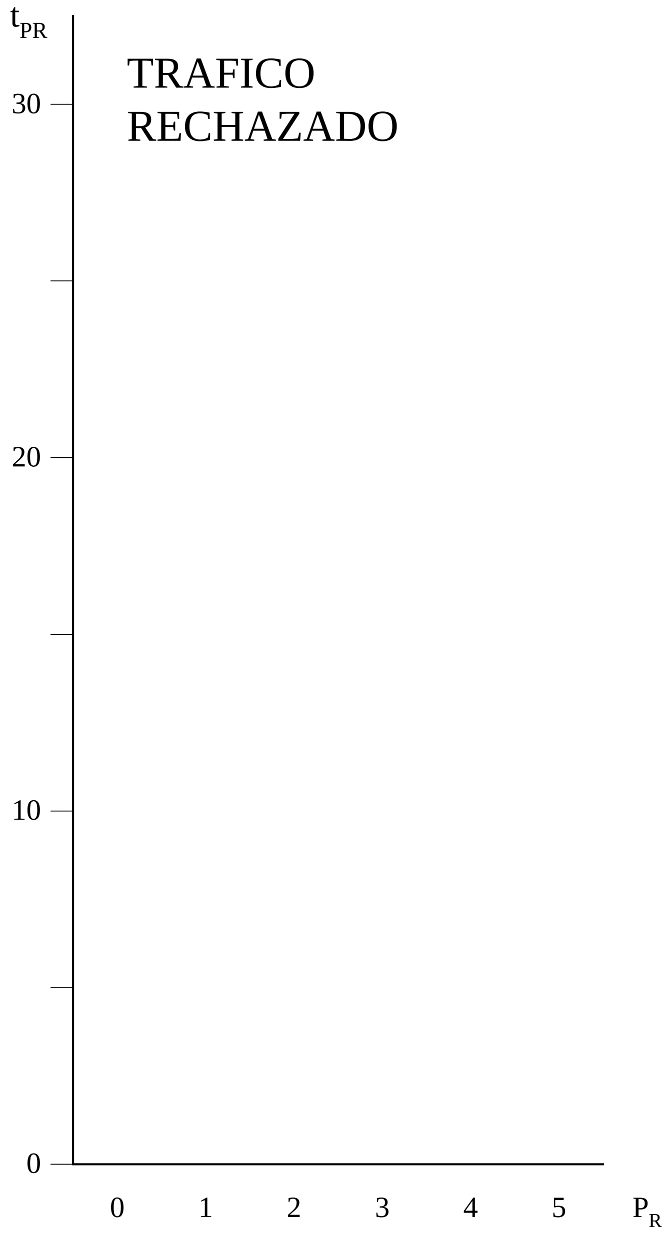

t_{PC}
TRAFICO
CURSADO
30
20
10
0
$n \geq 8$
$n = 6$
0 1 2 3 4 5 6 7 8
P_C

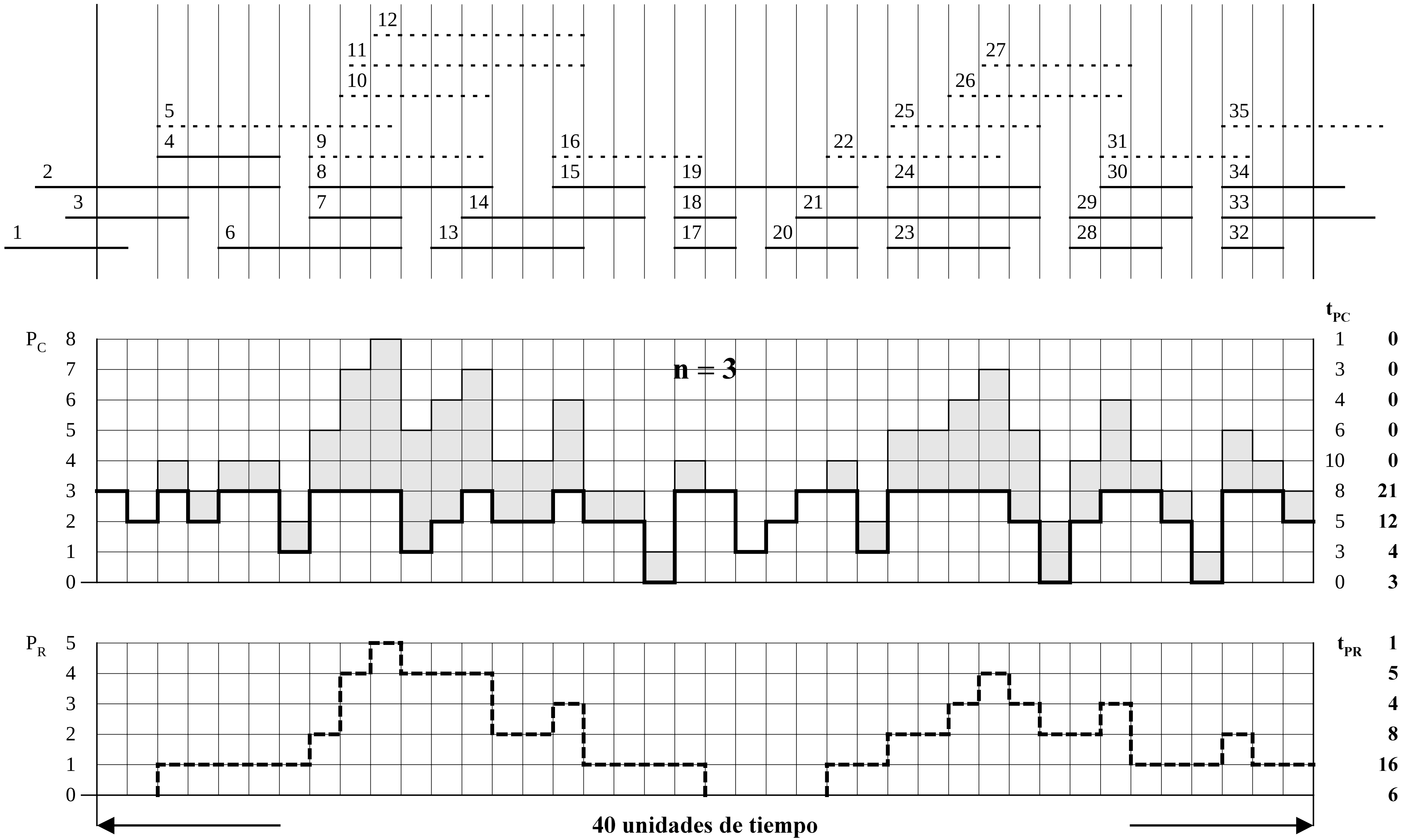

t_{PR}
TRAFICO
RECHAZADO
30
20
10
0
0 1 2 3 4 5
P_R

Ejercicio : complete los diagramas para n = 4

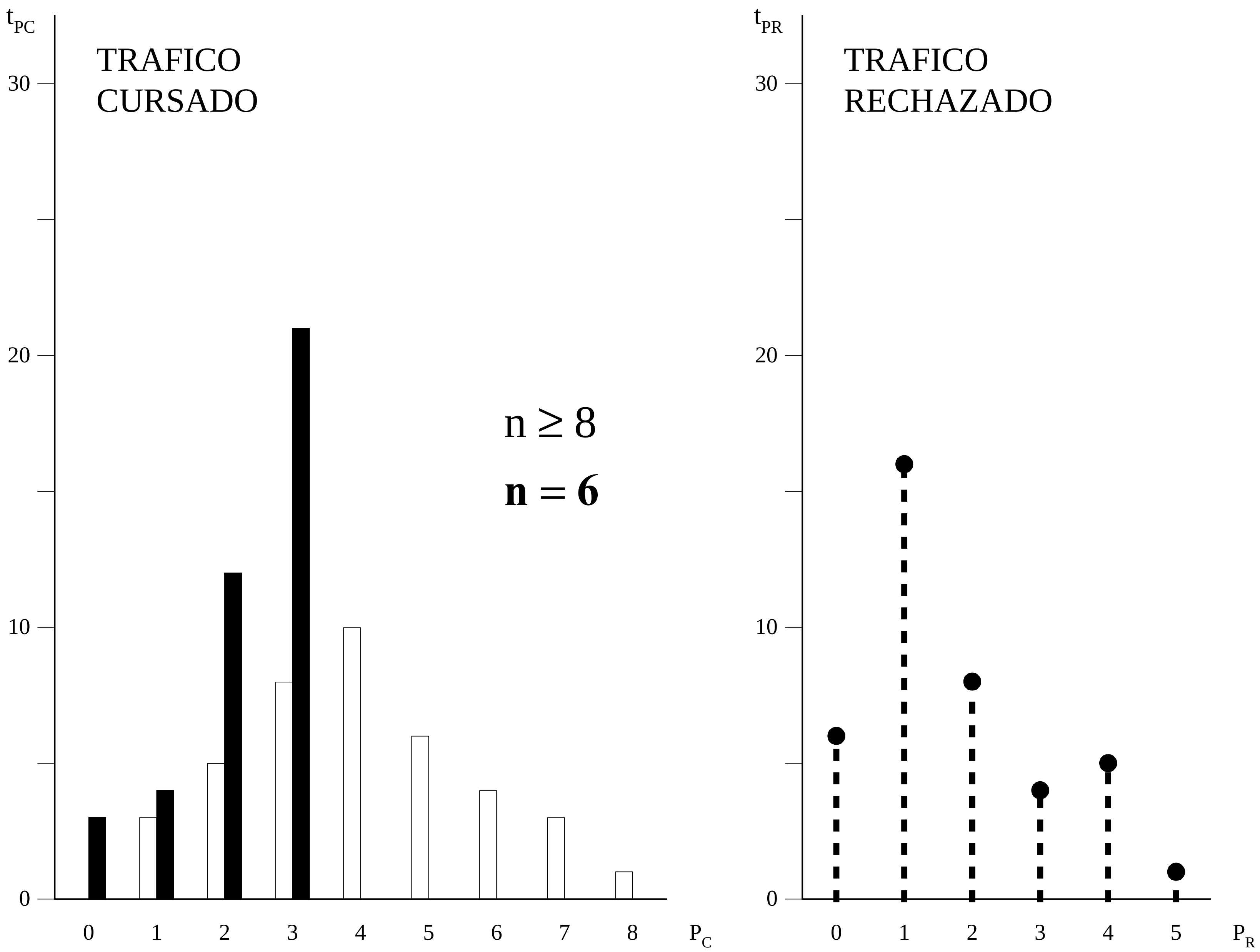



t_PC
TRAFICO
CURSADO
30
20
10
0
n ≥ 8
n = 4
0 1 2 3 4 5 6 7 8
P_C


t_PR
TRAFICO
RECHAZADO
30
20
10
0
0 1 2 3 4 5
P_R



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35
P_C
t_{PC}
n = 3
1 0
3 0
4 0
6 0
10 0
8 21
5 12
3 4
0 3
P_R
t_{PR}
1
5
4
8
16
6
40 unidades de tiempo



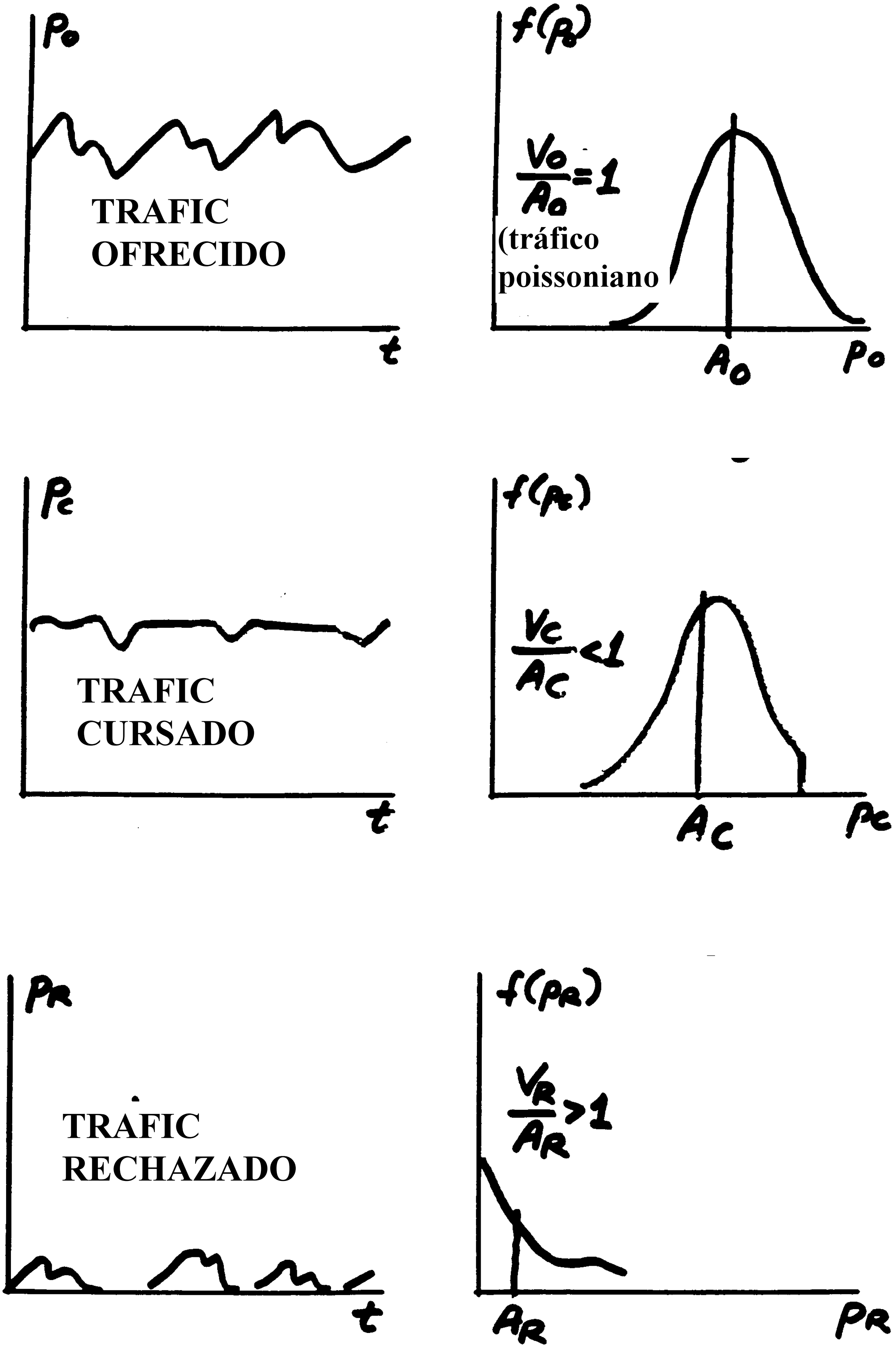
t_{PC}
TRAFICO
CURSADO
30
20
10
0
$n \geq 8$
n = 6
0 1 2 3 4 5 6 7 8 P_C
t_{PR}
TRAFICO
RECHAZADO
30
20
10
0
0 1 2 3 4 5 P_R

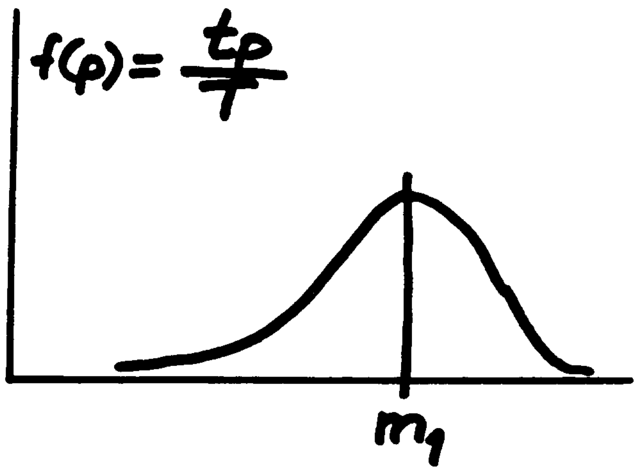
Ejercicio (cont.)

P_x (x = O, C or R)	Trafico ofrecido ($n \geq 8$)		n = 6				n = 4				n = 3			
			Trafico Cursado		Trafico Rechazado		Trafico Cursado		Trafico Rechazado		Trafico Cursado		Trafico Rechazado	
	t_{P_o}	$P_o \cdot t_{P_o}$	t_{P_C}	$P_C \cdot t_{P_C}$	t_{P_R}	$P_R \cdot t_{P_R}$	t_{P_C}	$P_C \cdot t_{P_C}$	t_{P_R}	$P_R \cdot t_{P_R}$	t_{P_C}	$P_C \cdot t_{P_C}$	t_{P_R}	$P_R \cdot t_{P_R}$
0					27	0					3	0	6	0
1	3	3	4	4	6	6					4	4	16	16
2	5	10	6	12	7	14					12	24	8	16
3	8	24	10	30							21	63	4	12
4	10	40	10	40									5	20
5	6	30	6	30									1	5
6	4	24	4	24										
7	3	21												
8	1	8												
$\sum$	40	160	40	140	40	20					40	91	40	69
$A_x = \frac{\sum p_x \cdot t_{p_x}}{\sum t_{p_x}}$	160/40 = 4.0		140/40 = 3.5		20/40 = 0.5						91/40 =2.3		69/4 = 1.7	
	A_O		A_C		A_R		A_C		A_R		A_C		A_R	

Ejercicio (cont.)

n	"MEASURED"					Tabla de Erlang:
	Llamadas rechazadas nos.	No. de llamadas rechazadas	B	E	A_R/A_O	E(=B)
8	-	0	0	1/40 = 0.03	0	0.03
6	11, 12, 27	3	3/32 = 0.09	4/40 = 0.10	05/40 = 0.13	0.12
4						
3	5, 9, 10, 11, 12, 16, 22, 25, 26, 27, 31, 35	12	12/32 = 0.38	21/40 = 0.53	1.7/4.0 = 0.43	0.45


p_o
TRAFIC OFRECIDO
t
$f(p_o)$
$\frac{V_o}{A_o}=1$
(tráfico poissoniano
A_o
p_o
p_c
TRAFIC CURSADO
t
$f(p_c)$
$\frac{V_c}{A_c}<1$
A_c
p_c
p_R
TRAFIC RECHAZADO
t
$f(p_R)$
$\frac{V_R}{A_R}>1$
A_R
p_R



$$m_1 = m = \sum_{p=0}^{n} p \cdot f(p)$$

$$m_2 = v = \sum_{p=0}^{n} (p-m)^2 \cdot f(p)$$

para

TRAFICO DE POISSON: **m = v = A**

(= tráfico nuevo
de muchas fuentes)

	$n \geq 8$ $m = A_0 = 4.0$				$n = 6$ $m=A_C=3.5$				$m=A_R=0.5$			
p	$\lvert p-m \rvert$	$\lvert p-m \rvert^2$	t_p	$t_p \cdot \lvert p-m \rvert^2$	$\lvert p-m \rvert$	$\lvert p-m \rvert^2$	t_p	$t_p \cdot \lvert p-m \rvert^2$	$\lvert p-m \rvert$	$\lvert p-m \rvert^2$	t_p	$t_p \cdot \lvert p-m \rvert^2$
0									0.5	0.25	27	6.75
1	3	9	3	27	2.5	6.25	4	25	0.5	0.25	6	1.5
2	2	4	5	20	1.5	2.25	6	13.5	1.5	2.25	7	15.75
3	1	1	8	8	0.5	0.25	10	2.5				
4	0	0	10	0	0.5	0.25	10	2.5				
5	1	1	6	6	1.5	2.25	6	13.5				
6	2	4	4	16	2.5	6.25	4	25				
7	3	9	3	27								
8	4	16	1	16								
$\sum$				120				82.0				24
v	v=120/40 = 3.0				v=82/40 = 2.1				v=24/40 = 0.6			
v/m	v/m = 3.0/4.0 = <u>0.75</u>				v/m = 2.1/3.5 = <u>0.6</u>				v/m = 0.6/0.5 = <u>1.2</u>			

$4.0 \text{ erl.} \longrightarrow$ [$n = 3$ $\xrightarrow{1.7 \text{ erl.}}$ $n = 3$] $\xrightarrow{0.5 \text{ erl.}}$

$B = {}^{1.7}\!/_{4.0} = \underline{0.43}$

Tabla de ERLANG :

$\left.\begin{array}{l} A = 4.0 \\ n = 3 \end{array}\right\} B = \underline{0.45}$

O.K.!

$B = {}^{0.5}\!/_{1.7} = \underline{0.29}$

Tabla de ERLANG:

$\left.\begin{array}{l} A = 1.7 \\ n = 3 \end{array}\right\} B = \underline{0.16}$

? ? ?

$n = 6$

$B = {}^{0.5}\!/_{4.0} = \underline{0.13}$

Tabla de ERLANG :

$\left.\begin{array}{l} A = 4.0 \\ n = 6 \end{array}\right\} B = \underline{0.12}$

O.K.!

<u>VERIFICACION :</u> $0.43 \cdot 0.29 = \underline{0.12}$ **O.K.!**

★ Tabla de ERLANG <u>NO ES VALIDA</u> para el ultimo grupo!
Explicación : el tráfico ofrecido (1.7 erl.) <u>NO</u> ES NUEVO!

Ejercicio:

Asuma que T = 10 min

En total llegaron 32 nuevas llamadas.

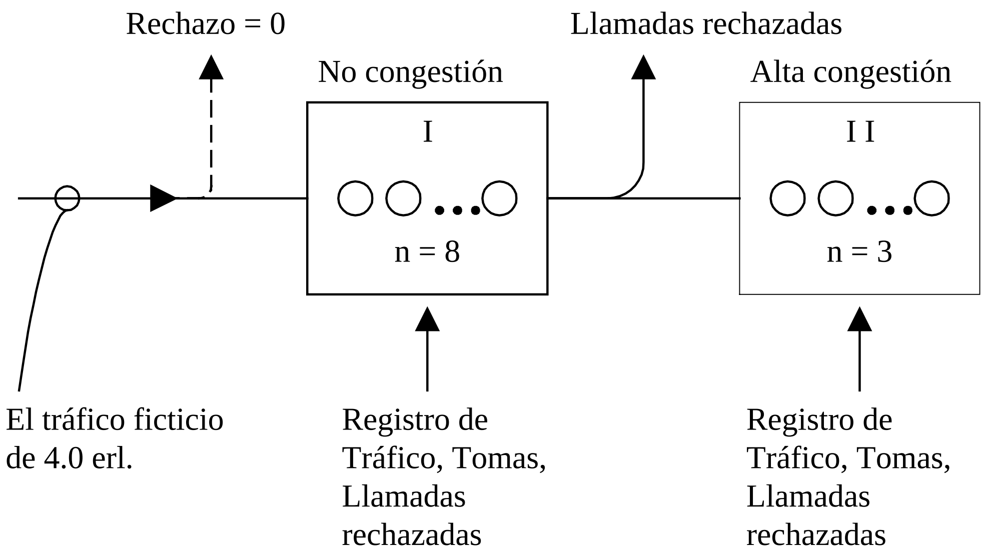
$$y_O = \frac{32}{10} = \underline{3.2\,\text{llamadas / min.}}$$

$$\underline{A_O = 4.0\,\text{erl}}$$

Entonces, calculamos S_0:

$$S_O = \frac{A_O}{y_O} = \frac{4.0}{3.2} = \underline{1.25\,\text{min}}$$

¿Que valores podrian haberse registrado y calculado para el siguiente arreglo (ficticio)?
Cada llamada ocupará un circuito en el grupo I. Inmediatamente después de la toma, será llamado el grupo II. Si se encuentra un circuito libre, se establecerá la conexión y entonces, ambos circuitos estarán ocupados durante todo el tiempo de ocupación. Sin embargo, el grupo II rechazaría la llamada, el circuito en el grupo I sería liberado inmediatamente.



(cont)

<table>
<tr><th></th><th></th><th>Grupo I</th><th>Grupo II</th></tr>
<tr><td rowspan="3">VALORES REGISTRADAS</td><td>A_C</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>y_C</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>y_R</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">VALORES CALCULADOS</td><td>S_C</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>B</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>A_O</td><td></td><td></td></tr>
</table>