Desborde desde

del Grupo de Disponibilidad Total

De TETRAPRO, editado por Sr. H. Leijon, UIT

UNION INTERNATIONALE DES TELECOMMUNICATIONS
INTERNATIONAL TELECOMMUNICATION UNION
UNION INTERNACIONAL DE TELECOMUNICACIONES

Teoría Básica de Teletrafico (T)

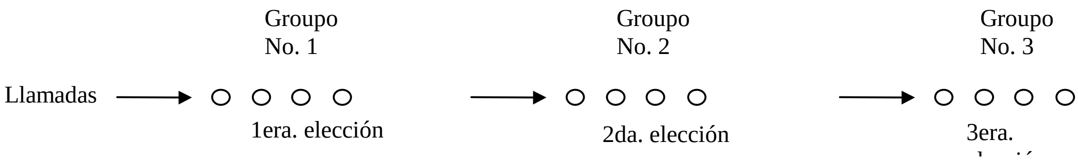
DESBORDE DESDE EL GRUPO DE DISPONIBILIDAD TOTAL (TOF)

Contenido

1. Concepto de trafico de desborde

Esta sección contiene la descripción teórica del tráfico de desborde, es decir, el tráfico que se desborda desde un grupo de disponibilidad total.

Esto es posible en muchos conmutadores preparados para permitir que las llamadas encuentren un circuito libre entre un número de grupos de circuitos. Si las llamadas se intentan en un orden definido, es evidente que el primer grupo se usará más que los siguientes en la cadena de cacería. El segundo grupo sólo se intentará cuando el grupo de primera elección esté completamente ocupado y, por supuesto, el tercer grupo se intentará sólo cuando los dos grupos previos estén ambos completamente ocupados.



Podemos entender la situación de la siguiente manera:

Grupo No. 1 aceptará llamadas mientras haya un circuito libre.

Grupo No. 2 recibirá llamadas cuando el grupo No.1 esté completamente ocupado, siempre que haya algún circuito libre.

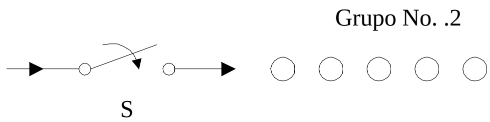
Grupo No. 3 recibirá llamadas cuando los grupos 1 y 2 estén ambos completamente ocupados, siempre que tenga algún circuito libre

Etcétera, hasta que todas las posibles elecciones hayan sido intentadas.

Si no hay circuitos libres en ninguno de los grupos que capture la llamada, ésta se pierde. (Sistema de pérdida).

Podemos decir, desde el punto de vista teórico, que al grupo No. 1 se ofrece siempre un tráfico aleatorio. Al grupo No. 2 se le ofrece tráfico aleatorio sólo cuando el grupo No. 1 está ocupado. Esto sucede esporádicamente, cuando la frecuencia y duración dependen de cuán frecuentemente el grupo No.1 está congestionado y cuánto tiempo durará este estado de congestión. El grupo No. 3 también está abierto al tráfico aleatorio cuando los grupos 1 y 2 están congestionados al mismo tiempo.

Si consideramos el grupo No. 2, podemos entenderlo como un conmutador, S, que sólo opera cuando el grupo No. 1 está congestionado.



A causa de las ocupaciones en el Grupo No. 2, es válido lo siguiente:

Conmutador S en servicio:

- Nuevas llamadas pueden ocupar circuitos libres;

- Las ocupaciones existentes pueden terminar.

Conmutador S desconectado (fuera de servicio):

- No se reciben nuevas llamadas;

- Las ocupaciones existentes pueden terminar.

Entendemos que el grupo solamente se comporta como un grupo de disponibilidad total que proporciona tráfico fresco cuando el conmutador está en servicio. Estos intervalos son seguidos por intervalos solamente cuando ocurren terminaciones. La distribución del tráfico resultante, por consiguiente, tendrá otras propiedades que el grupo de disponibilidad total. El tráfico en un grupo de desborde, por tanto, se dice que está degenerado

El grado de degeneración se describe a menudo por la relación entre la varianza V, y la media, M. Para una entrada de tráfico poissoniano (número infinito de fuentes de tráfico) esto puede describirse por:

$$\Theta = \frac{V}{M}$$

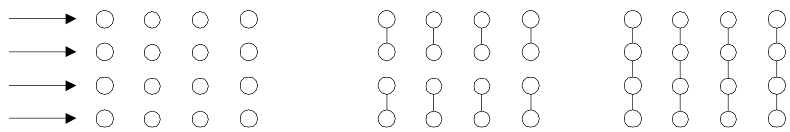
donde:

$\Theta < 1$ para tráfico cursado en un grupo de disponibilidad total (distribución Erlang)

$\Theta = 1$ para tráfico de entrada y para el tráfico cursado si no hay congestión

$\Theta > 1$ para tráfico de desborde

El problema de calcular la distribución del desborde se complica más por el hecho que los grupos de desborde son usados por más de un grupo de primera elección.



Esto significa que en nuestra descripción de un grupo de desborde se ha considerado un conmutador; en realidad debería considerarse un conmutador para cada grupo primario ofreciendo tráfico al grupo de desborde. Así, si los dos primeros grupos de elección proveen tráfico de desborde a un grupo de segunda elección, deberíamos tener consecuentemente dos conmutadores proveyendo 2 x 2 = 4 combinaciones diferentes de conmutadores conectados y/o desconectados. Cada combinación tiene sus propiedades específicas en lo concerniente a nuevas llamadas y terminaciones.

El problema de proveer una definición teórica de tráfico de desborde, ha sido tratado durante muchos años por varios teóricos, con diverso éxito. Pero aún no se ha desarrollado un método de cálculo que sea simple y exacto a la vez. Los métodos de cálculo son de los siguientes tipos:

- ecuaciones de aproximaciones de estado;
- peso entre límites conocidos;
- métodos de equivalencia, es decir, determinación de un grupo de disponibilidad total, que tenga algunas características iguales a aquéllas existentes para el arreglo de agrupación actual;
- simulaciones.

Las ecuaciones de métodos de estado son generalmente poco prácticas para arreglos de agrupación de tamaño normal, porque el número de estados posibles viene a ser muy grande. Algunos métodos de peso son fáciles de usar en la práctica, pero pueden no ser siempre tan exactos.

Los métodos de equivalencia han probado ser hasta ahora los más precisos y el método de Wilkinson parece ser el preferido en la actualidad. Este se basa en la caracterización del tráfico de desborde con su media y su varianza. Las medias y las varianzas para los respectivos grupos de primera elección se suman y el tráfico de desborde resultante es caracterizado por un grupo de disponibilidad total equivalente, que provee un tráfico de desborde con la misma media y varianza que las sumas calculadas.

También se ha usado la idea de describir un tráfico de desborde como teniendo un conmutador, según se indicó arriba. El método se llama Proceso de Poisson Interrumpido (Kuczura, 1973). Mientras el método de Wilkinson usa dos parámetros para la descripción del tráfico de desborde, el método de Kuczura usa tres parámetros, los cuales deberían incrementar la exactitud. El método fue más adelante desarrollado para usar cinco parámetros, por Wallström (1979). El método IPP no ha sido de uso común en cálculos prácticos.

Antes de ir más lejos en la descripción del tráfico de desborde, primero derivaremos los momentos para el tráfico cursado en un grupo de disponibilidad total. Esto ayudará a comprender los momentos más complicados para el tráfico de desborde.

2. Definiciones

Las estadísticas matemáticas usan frecuentemente los momentos para describir las propiedades y la forma de una distribución . Estos momentos frecuentemente tienen una relación simple con los parámetros de la distribución teórica. Los momentos son también útiles para la descripción de las distribuciones de tráfico.

Primer momento (Media):

El primer momento se define como:

$$\mu_1 = \sum_p p \cdot [\,p\,] \qquad \text{(TOF 2.1)}$$

El primer momento proporciona el valor medio de la distribución. Esta media es frecuentemente simbolizada como Σ (p) (expectativa de p), M o m. Para una distribución de tráfico, μ_1 es el tráfico cursado si P se suma sobre todos los posibles estados de ocupación.

Segundo momento central (Varianza):

El segundo momento central se define como:

$$\mu_2 = \sum_p (p - \mu_1)^2 \cdot [\,p\,] \qquad \text{(TOF 2.2)}$$

Aquí, μ_2 también se llama la varianza de la distribución debido a que ésta describe cuánto se desvía la distribución de su media o, en otras palabras, la concentración alrededor de la media. La varianza es frecuentemente simbolizada así:

$$\varepsilon\{(x - \mu_1)^2\}\ ,\ V \text{ or } \sigma^2$$

Más allá, la desviación estándar de una distribución es:

$$\sigma = \sqrt{\mu_2} \qquad \text{(TOF 2.3)}$$

Para una distribución de tráfico, la varianza también significa la concentración alrededor de la media.

La relación μ_2:μ_1, esto es, V:M, se usa a menudo para describir el carácter de una distribución de tráfico. Como ya se ha mencionado, para una entrada de Poisson:

$$\Theta = \frac{V}{M} = 1$$

usualmente se llama: "tráfico de pura oportunidad".

Un tráfico, para el cual:

$$\Theta = \frac{V}{M} < 1$$

es a menudo llamado “tráfico suave”, y finalmente, si

$$\Theta = \frac{V}{M} > 1$$

se dice que el tráfico es rudo o degenerado.

Seguidamente aprenderemos que $\theta < 1$ es para tráfico cursado, y que $\theta > 1$ se aplica a tráfico de desborde. $\theta = 1$ se aplica sólo a un tráfico Poisson (infinito número de fuentes, no hay congestión). También aprenderemos que el valor particular de θ depende del tipo de distribución, de modo que se obtienen diferentes valores para distribuciones Bernouilli, Engset y Erlang.

Momentos más altos

Los momentos centrales tercero y cuarto, μ_3 y μ_4,, a veces se utilizan para definir el sesgo (asimetría) y los excesos de una distribución. Estos momentos no se han usado mucho en la Teoría de Teletráfico. De hecho, el uso de momentos más altos de tráfico se ha dado principalmente en la aplicación del método del Proceso de Poisson Interrumpido.

La desventaja de usar momentos más altos en la estimación de los parámetros de una distribución estadística de datos observados es, por supuesto, que la precisión disminuye con el incremento del orden del momento.

3. Media y varianza del tráfico cursado

Como se definió en (TOF 2.1) y (TOF 2.2.), la media y la varianza para una distribución de tráfico son:

$$M = \sum_p p \cdot [p] \qquad \text{(TOF 3.1)}$$

$$V = \sum_p (p - M)^2 \cdot [p] \qquad \text{(TOF 3.2)}$$

Las sumatorias se llevan a cabo para todos los valores posibles de p.

Para el tráfico cursado por un grupo de disponibilidad total, (grupo primario), en delante vamos a usar las notaciones m y v para la media y la varianza.

Como se definió en (TGD 3.5), sabemos que:

$$m = A' = \sum_{p=1}^{n} p \cdot [p] \qquad \text{(TOF 3.1a)}$$

donde n es el número máximo de posibles ocupaciones. Para el cálculo de la varianza, podemos reescribir $(p\text{-}m)^2$ como sigue:

$$(p - m)^2 = p(p - 1) + p - 2mp + m^2$$

Entonces podemos calcular v desde:

$$v = \sum_{p=2}^{n} p(p-1)\cdot[p] + (1-2m)\sum_{p=1}^{n} p\cdot[p] + m^2 \sum_{p=0}^{n} p$$

De acuerdo con (TOF 3.1a), tenemos entonces:

$$v = \sum_{p=2}^{n} p(p-1)\cdot[p] + m - m^2 \qquad \text{(TOF 3.2a)}$$

Esta expresión es útil para la derivación de ν para distribuciones ordinarias de grupos de disponibilidad total. Considerando la ecuación de equilibrio (TGD 1.11) y asumiendo una distribución de tiempo de ocupación exponencial como se definió para (TGD 2.8), la expresión (TOF 3.2a) puede transferirse a:

$$v = \sum_{p=2}^{n} s^2 \cdot y(p-1)\cdot y(p-2)\cdot[p-2] + m - m^2 \qquad \text{(TOF 3.2b)}$$

lo cual a veces simplifica la derivación de v.

Distribución de Bernoulli

De (TFL 4.1B), sigue:

$$m = \sum_{p=0}^{N} p\cdot[p] = Na \qquad \text{(TOF 3.3B)}$$

$(N \le n)$

Usando (TFL 2.1B), obtenemos:

$$v = \sum_{p=0}^{n} (p-m)^2 \cdot [p] = Na\cdot(1-a) \qquad \text{(TOF 3.4B)}$$

y consecuentemente

$$\Theta = \frac{v}{m} = 1 - a \qquad \text{(TOF 3.5B)}$$

el cual es menor que la unidad.

Distribución de Engset

De (TFL 4.1EB), sigue:

$$m = \frac{N\alpha(1-B)}{1+\alpha(1-B)} = \frac{N\alpha}{1+\alpha}\left(1 - \frac{N-n}{N}E\right) \qquad \text{(TOF 3.3EB)}$$

mientras que la derivación de v es un poco más complicada. Sin embargo, después de algunas transformaciones, la expresión puede escribirse:

$$v = \frac{(N-1)\alpha}{1+\alpha}(m - nE) + \frac{n\cdot(n-1)\cdot\alpha E}{n+\alpha} + m - m^2$$

o

$$v = m\frac{\alpha}{1+\alpha}(N+\alpha+nB) - \frac{N\alpha}{1+\alpha}nB - m^2 \qquad \text{(TOF 3.4EB)}$$

donde E es el tiempo de congestión y B la congestión de llamadas.

La relación $\Theta = \frac{v}{m}$ es menor que la unidad.

Observación:

La relación entre E y B como se define por (TFL 3.1EB) puede escribirse:

$$\frac{B}{E} = \frac{N-n}{N-m} \qquad \text{(TOF 3.6EB)}$$

donde m se define por (TOF 3.3EB).

Distribución Erlang

De (TFL 4.1E), resulta que:

$$m = A \cdot (1 - E_n(A)) \qquad \text{(TOF 3.3E)}$$

y para v, se llega a la siguiente expresión

$$v = A(1 - E_n(A)) - AE_n(A) \cdot (n - A + AE_n(A)) \qquad \text{(TOF 3.4E)}$$

o

$$v = m - M(n-m)$$

donde $M = Ae_n(A)$ y $E_n(A)$ es una segunda fórmula Erlang.

La relación:

$$\Theta = \frac{v}{m} = 1 - \frac{M}{m}(n-m) \qquad \text{(TOF 3.5E)}$$

es menor que la unidad.

Distribución Poisson

Si dejamos $n \rightarrow \infty$,

$$E_n(A) = 0$$

y obtenemos:

m=A (TOF 3.3P)

v=A (TOF 3.4P)

Θ=1 (TOF 3.5P)

que describe las propiedades de un tráfico generado por un infinito número de fuentes ($N = \infty$), no perturbadas por congestión, ya que $n = \infty$.

Distribución Binomial Negativa

Para esta distribución, definida por (TFL 2.1NB), obtenemos

$$m = \frac{b\gamma}{1-b} \qquad \text{(TOF 3.3NB)}$$

$$v = \frac{b\gamma}{(1-b)^2} \qquad \text{(TOF 3.4NB)}$$

$$\Theta = \frac{v}{m} = \frac{1}{1-b} \qquad \text{(TOF 3.5NB)}$$

Distribución Binomial Negativa Truncada

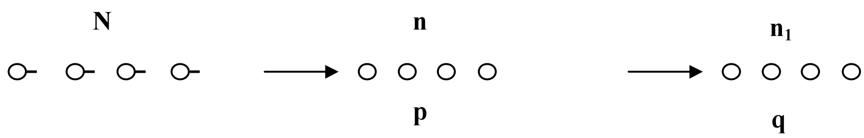
De (TFL 2.1 TNB), obtenemos

$$m = \frac{b \cdot \gamma \cdot (1-E)}{1-b} - \frac{bnE}{1-b} \qquad \text{(TOF 3.3TNB)}$$

$$v = \frac{b \cdot (\gamma + 1)(m - nE)}{1-b} - \frac{bm \cdot (n-1) \cdot E}{1-b} + m - m^2 \qquad \text{(TOF 3.4TNB)}$$

Estas dos distribuciones son de interés, $\theta > 1$, para al menos (TOF 3.5NB). Esto provee una semejanza con las propiedades del tráfico de desborde.

4. Media y varianza del tráfico de desborde



Consideremos un grupo de disponibilidad total para una cacería secuencial con N fuentes y $n + n_1$ circuitos, donde:

$n + n_1 > N$

(Esto significa que si N = ∞, también $n_1 = \infty$)

El grupo de disponibilidad total dividido se usa para describir el carácter del tráfico rechazado desde la primera parte del grupo (n). Este tráfico rechazado, o tráfico de desborde, será cursado por la segunda parte (n_1).

Si enunciamos el estado del grupo como (p, q), tenemos los siguientes límites para p and q

$0 \le p \le n$

$0 \le q \le n_1$

$0 \le p + q \le n + n_1 \ge N$

Las probabilidades del estado [p q] pueden determinarse por ecuaciones de estado. Como regla, no se obtienen expresiones simples. La media y la varianza del tráfico de desborde se definen como:

$$M = \sum_{p=0}^{n_1} \sum_{q=0}^{n_2} q[p \quad q] \qquad \text{(TOF 4.1)}$$

$$V = \sum_{p=0}^{n_1} \sum_{q=0}^{n_2} (q - M)^2 [p\ q] \qquad \text{(TOF 4.2)}$$

El caso más común es desborde desde un grupo de distribución Erlang. Entonces tenemos:

$$M = AE_n(A) \qquad \text{(TOF 4.1E)}$$

$$V = M\left(1 - M + \frac{A}{n+1-A+M}\right) \qquad \text{(TOF 4.2E)}$$

$$\Theta = \frac{V}{M} = 1 - M + \frac{A}{n+1-A+M} \qquad \text{(TOF 4.3E)}$$

Esta expresión ha sido deducida por Riordan. Se usa en el método Wilkinson para cálculos de encaminamiento alternativo.

La relación Θ es > 1, lo cual es típico para tráfico de desborde.

El comportamiento funcional de M, V y Θ pueden resumirse como sigue:

<u>**n = 0**</u> <u>**A > 0**</u>
$M = V = A$
$\Theta = 1$

<u>**n > 0, A > 0, Θ > 1**</u>

<u>**aumenta A**</u> **:**

- aumentan M y V
- Θ aumenta a un máximo y disminuye de allí en adelante
- cuando $A \to \infty$, $\Theta \to 1$

<u>**aumenta n**</u> **:**

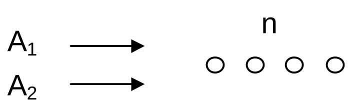
- M y V disminuyen hasta cero
- Θ aumenta hasta un máximo y disminuye de allí en adelante
- cuando $n \to \infty$, $\Theta \to 1$

  el valor máximo de Θ aumenta con el incremento de n; el máximo ocurre cuando n es ligeramente más grande que A.

La existencia de un máximo para Θ ha sido usado por Wilkinson en una posterior simplificación de su método. Este último método es llamado “Método del Factor de Pico Máximo”.

Para un limitado número de fuentes, esto es, el desborde desde un grupo con distribución Engset, hay una solución presentada por Schehrer (1972). No obstante, la solución no da expresiones tan simples como para el caso Erlang (TOF 4.1E-3E).

5. <u>Suma de los tráficos de desborde</u>

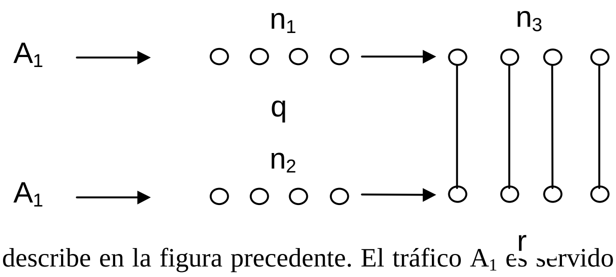


Es un hecho muy conocido que si dos tráficos Poisson A_1 y A_2, son ofrecidos al mismo grupo de disponibilidad total, el caso será equivalente a lo que pasa si al grupo se le ofrece un tráfico del tamaño $A_1 + A_2$.

Siempre que no se dé prioridad a ninguno de los tráficos, las probabilidades de estado, la congestión y el tráfico cursado, todos son dependientes del parámetro $A = A_1 + A_2$.

También podemos ver que el desborde de tráfico desde tal grupo es, de acuerdo con (TOF 4.1E) y (TOF 4.2E), dependiente exclusivamente de A y no de las partes individuales, A_1 y A_2. Esto también es válido para el tráfico cursado por el grupo definido por (TOF 3.3E) y (TOF 3.4E).

El siguiente problema es: Qué pasa si dos tráficos de desborde son ofrecidos al mismo grupo secundario?



El caso se describe en la figura precedente. El tráfico A_1 es servido por n_1 circuitos primarios, A_2 por n_2. El tráfico de desborde de ambos grupos primarios se ofrece al grupo secundario, n_3.

El estado de este sistema, que es una simple interconexión gradual, se define por (p, q, r) donde p, q y r son el número de ocupaciones en cada parte. Análogamente a (TOF 4.1) y (TOF 4.2), la media y la varianza del tráfico de desborde pueden expresarse como

$$M_{12} = \sum_{p=0}^{n_1} \sum_{q=0}^{n_2} \sum_{r=0}^{n_3} r[p \quad q \quad r] \qquad \text{(TOF 5.1)}$$

$$V = \sum_{p=0}^{n_1} \sum_{q=0}^{n_2} \sum_{r=0}^{n_3} (r - M_{12})^2 [p \quad q \quad r] \qquad \text{(TOF 5.2)}$$

donde podemos asumir $n_3 = \infty$ (no congestión).

Podemos calcular la media y la varianza para el tráfico desbordándose desde cada grupo como se da por (TOF 4.1), (TOF 4.1E) y (TOF 4.2E). Asumamos que los valores para el primer grupo son M_1 y V_1 y para el segundo grupo M_2 y V_2.

La pregunta que surge entonces es

$$M_1 + M_2 = M_{12} \qquad (?)$$

y

$$V_1 + V_2 = V_{12} \qquad (?)$$

Podemos asumir que n_3 es tan grande que las llamadas no serán rechazadas. Esto significa que no hay competencia entre el tráfico desbordándose desde n_1 y desde n_2. El número de ocupaciones en n_3, r, debe, por tanto, ser una medida real del número total de llamadas de desborde. Más aún, los dos grupos n_1 y n_2 actúan independientemente el uno del otro. Es por tanto muy probable que

$$M_1 + M_2 = M_{12} \qquad \text{(TOF 5.3)}$$

debería ser verdad mientras $n_3 = \infty$. Esto concuerda con las teorías de estadísticas matemáticas que consideran que el valor esperado (media) de la suma de dos variables estadísticas independientes debería ser igual a la suma de sus medias individuales, es decir,

$$\mathcal{E}\{(x_1 + x_2)\} = \mathcal{E}\{x_1\} + \mathcal{E}\{x_2\}$$

Las teorías de las estadísticas matemáticas dicen también que la varianza para una suma de variables estadísticas independientes es igual a la suma de las varianzas individuales.

$$V_1 + V_2 = V_{12} \qquad \text{(TOF 5.4)}$$

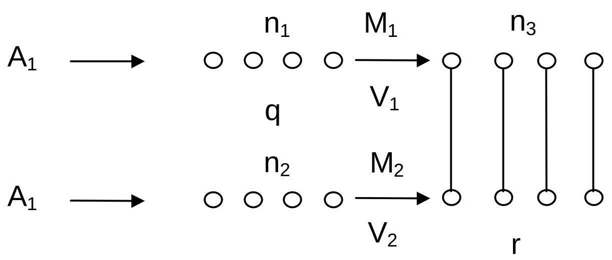
mientras no haya congestión ($n_3 = \infty$).

Podemos consecuentemente describir el trafico total desbordándose del mismo grupo secundario por la suma de las medias y varianzas para los tráficos rechazados desde cada grupo primario. Esto da una descripción de dos parámetros del tráfico de desborde ofrecido a un grupo secundario.

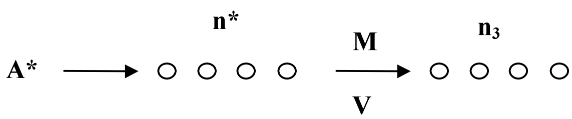
6. Método de Wilkinson

Para calcular el número de circuitos requeridos en esquemas de encaminamiento alternativo, casi todas las administraciones y fabricantes usan hoy el método de Wilkinson, o aplicaciones más desarrolladas basadas en este método.

Este es un método de equivalencia, donde un grupo de disponibilidad total equivalente se define por la media y la varianza de su tráfico de desborde. Estas media y varianza deben igualar las sumas de las medias y las varianzas de los tráficos de desborde ofrecidos al grupo secundario.



Caso actual



Grupo equivalente

Los valores M_1, M_2, V_1 y V_2 se calculan desde (TOF 4.1E) y (TOF 4.2E).

Se busca un grupo de disponibilidad total que satisfaga la condición.

$$\left.\begin{aligned} M &= M_1 + M_2 \\ V &= V_1 + V_2 \end{aligned}\right\} \qquad (TOF\ 6.1)$$

El grupo equivalente es entonces definido por sus dos parámetros A* y n*, donde

$$\left.\begin{aligned} & A^* \cdot E_{n^*}(A^*) = M \\ & M \cdot \left(1 - M + \frac{A^*}{n^* + 1 - A^* + M}\right) = V \end{aligned}\right\} \qquad (TOF\ 6.2)$$

Ya que los valores para *M* y *V* están dados, (TOF 6.2) significa que *A** y *n** deben hallarse por prueba y error. Esta solución de (TOF 6.2), por tanto da algunos problemas numéricos los cuales son sorteados con gráficos y algoritmos apropiados para el cálculo. La precisión se mejora más usando valores no enteros para n*. Ya que la fórmula Erlang, $E_n(A)$, sólo se define por números enteros de *n* circuitos, esto implica que debe introducirse una convención apropiada para el cálculo de la fórmula de valores no enteros.

La congestión para el caso actual es entonces estimada como

$$E = \frac{A^* \cdot E_{n^*+n_3}(A^*)}{A_1 + A_2} \qquad \text{(TOF 6.3)}$$

Esta fórmula provee un estimado de la congestión total. No especifica cuánto de los tráficos individuales, A_1 y A_2, son rechazados. Existen diferentes métodos, sin embargo, para estimar la congestión para dichos tráficos. No obstante, se ha encontrado heurísticamente que las pérdidas en el grupo secundario son proporcionales al valor de V:M. Un tráfico más degenerado experimentará, a saber, más congestión que uno menos degenerado, donde el grado de degeneración se expresa por la relación V : M.

Por tanto, si definimos las pérdidas en el grupo secundario como e_1 y e_2, podemos escribir

$$e_1 = k \cdot \frac{V_1}{M_1} \qquad e_2 = k \cdot \frac{V_2}{M_2} \qquad \text{(TOF 6.4)}$$

donde k es una constante desconocida.

La pérdida total en el grupo n_3 es ahora

$$M_1 \cdot e_1 + M_2 \cdot e_2 = A^* \cdot E_{n^*+n_3}(A^*) \qquad \text{(TOF 6.5)}$$

Introduciendo (TOF 6.4) en (TOF 6.5), encontramos que

$$k = \frac{A^* \cdot E_{n^*+n_3}(A^*)}{V_1 + V_2}$$

y que los congestionamientos individuales son

$$\left.\begin{aligned} E_1 &= \frac{M_1 \cdot e_1}{A_1} = \frac{V_1}{V_1+V_2} \cdot \frac{A^* \cdot E_{n^*+n_3}(A^*)}{A_1} \\ E_2 &= \frac{M_2 \cdot e_2}{A_2} = \frac{V_2}{V_1+V_2} \cdot \frac{A^* \cdot E_{n^*+n_3}(A^*)}{A_2} \end{aligned}\right\} \qquad (TOF\ 6.6)$$

La expresión (TOF 6.6) es aproximada, pero ya provee estimados exactos. La expresión fue introducida por Elldin y Lind (ver referencia. No. 2) [1].

7. Otros métodos

Como ya se ha mencionado, los métodos de cálculo para tráfico de desborde pueden clasificarse como ecuaciones de estado, métodos de peso y equivalencia; otra posibilidad es la simulación.

Las ecuaciones de estado implican la solución de sistemas de ecuaciones lineales con un gran número de incógnita. Por lo tanto no resulta muy práctico para arreglos de desborde con más de 10-15 circuitos. El uso de ciertas relaciones conocidas entre el número total de ocupaciones , suposiciones de simetría y aproximaciones razonable s pueden extender la utilidad de los métodos, pero deberían no considerarse para cálculos prácticos. Sin embargo el método es valioso para estudios principales y como chequeo de ciertas aproximaciones.

El método de peso más conocido es el método de O'Dell. Además de las dificultades para llegar a resultados exactos, éste es menos conveniente para definir las propiedades particulares del tráfico de desborde.

---

[1] El método de Wilkinson definido por (TOF 6.1) - (TOF 6.3) puede repetirse. Esto significa que si el arreglo del conmutador contiene además un grupo terciario, puede determinarse otro grupo equivalente. Este grupo puede entonces representar el desborde desde un número de tráficos ficticios, como A* después $n^* + n_3$ circuitos.

Entre los métodos de equivalencia debería mencionarse el temprano método de Berkerly (1934), donde el tráfico de desborde es definido sólo por un parámetro, que es la media M, de la cual se calcula A*. El procedimiento de cálculo es en principio el mismo que el método de Wilkinson, ya que éste permite la sustitución sucesiva del tráfico real con tráficos ficticios. Los métodos basados en el Proceso de Poisson Interrumpido, también pueden considerarse como métodos de equivalencia, ya que los intervalos de activado/no activado para el conmutador ficticio, se estiman desde los momentos del tráfico de desborde.

Entre los métodos de equivalencia debe también mencionarse el "Método de Pico Máximo" de Wilkinson. Este método simplifica el cálculo del grupo de disponibilidad total equivalente. Por este método, las medias, M, se calculan de la manera ordinaria pero las varianzas se estiman como

$$V = \Theta_{max} \cdot M \qquad \text{(TOF 7.1)}$$

donde Θ_{max} es el valor máximo de la relación V : M para el número dado de circuitos en el grupo primario. Por lo tanto, el cálculo siempre estará en el lado seguro. El método es, por supuesto, menos exacto que el método original dado por Wilkinson.

Fredericks (1980) ha dado una aproximación interesante basada en el Método del Pico Máximo. Aquí, si M, V y Θ están dados, puede calcularse un estimado aproximado dela congestión en un grupo secundario desde la fórmula Erlang, $E_n(A)$ si n y A son sustituidos por

$$\left.\begin{aligned} n &= \frac{n_1}{\Theta} \\ A &= \frac{M}{\Theta} \end{aligned}\right\} \qquad \text{(TOF 7.2)}$$

donde n_1 es el número actual de circuitos en el grupo secundario. Más aún, ya que

$$\frac{M}{\Theta} = V$$

la varianza es introducida en la fórmula Erlang como una medida del tráfico producido para el grupo secundario.

Como se dice que este método es tan exacto como el método original de Wilkinson, y ya que numéricamente es más fácil de manejar, esta aproximación puede usarse más en el futuro.

Bretschneider, Rapp, Wallström, Scherer, Fried y otros, han presentado posteriores desarrollos y aplicaciones del método Wilkinson. En los próximos capítulos se dan explicaciones más completas y detalladas sobre cómo usar dichos métodos.

8. Conclusiones

De aquí se concluye que el tráfico que se desborda desde un grupo primario tiene otras propiedades que las del tráfico ofrecido.

No existen métodos sencillos para el cálculo exacto de la distribución y la congestión en un grupo portador tráfico de desborde. El método para determinar dos parámetros desde la media y la varianza no da una descripción completa del tráfico de desborde, ya que esto no garantiza que coincidirá con momentos más altos . Sin embargo, este método proporciona valores suficientemente exactos para propósitos prácticos, que han sido verificados por simulaciones. El único problema consiste en los cálculos numéricos requeridos para determinar las cantidades de circuitos. Sin embargo, para simplificar este trabajo existen ciertos diagramas, gráficos y cálculos algoítmico.

El hecho que la relación varianza media, V : M sea mayor que la unidad, indica que, para la misma congestión permitida, se requerirán más circuitos para portar el mismo tráfico (media) si el tráfico es degenerado, comparado con tráfico nuevo. También se ha indicado que si se mezcla tráfico con diferente grado de degeneración en un grupo secundario, el tráfico con el valor más alto para V : M experimentará también la congestión más alta.

El problema de calcular el efecto del tráfico de desborde se tratará en los capítulos siguientes, en lo referente a interconexiones graduales para cacería secuencial y en lo concerniente a cálculos de redes de encaminamiento alternativo.