Teorías Básicas de Pronóstico

Una Breve Introducción

Sr. Herbert Leijon, UIT

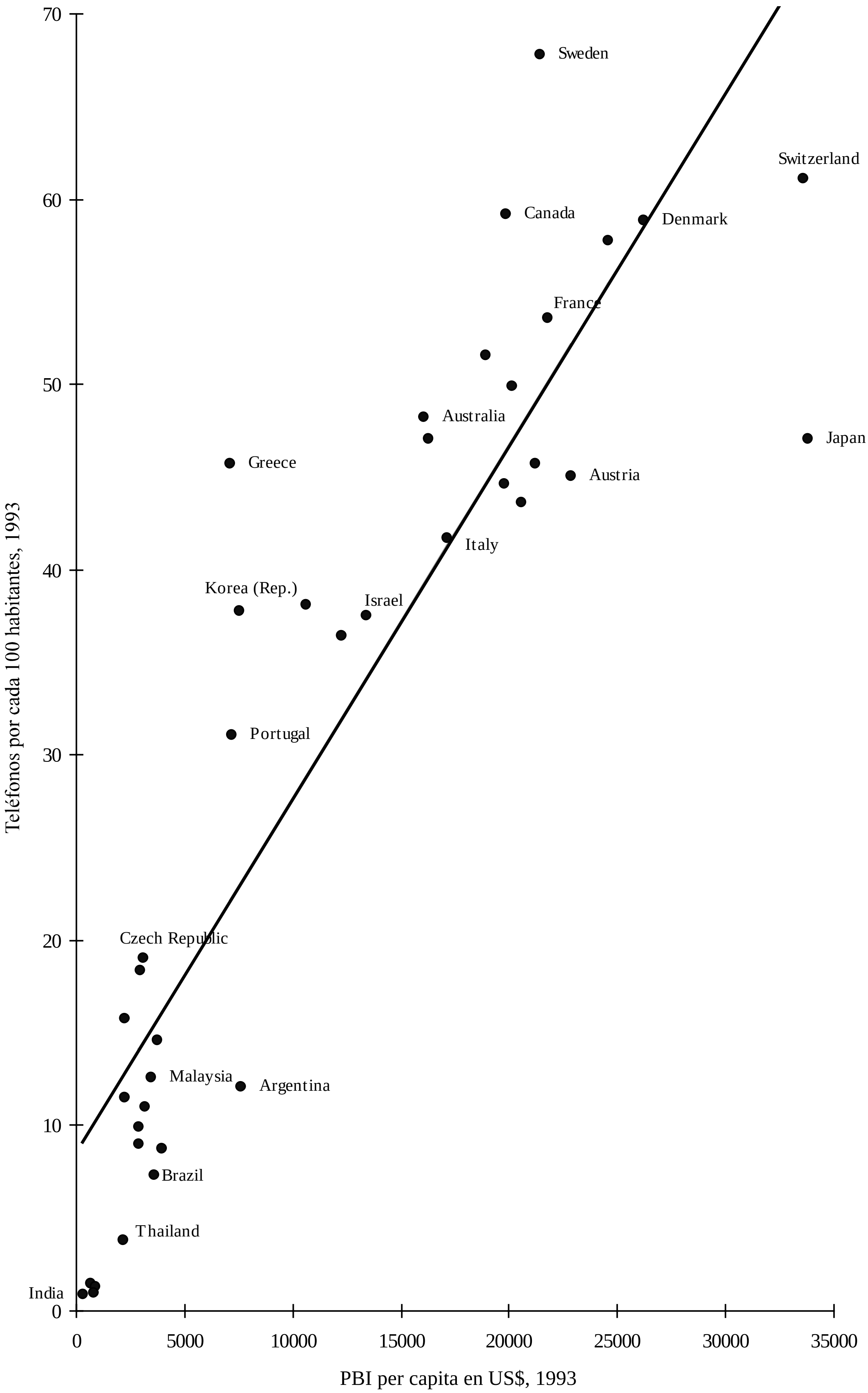
UNION INTERNATIONALE DES TELECOMMUNICATIONS
INTERNATIONAL TELECOMMUNICATION UNION
UNION INTERNACIONAL DE TELECOMUNICACIONES

Teorías Básicas de Pronóstico

Una Breve Introducción

Contenido

Densidad telefónica y PBI per cápita

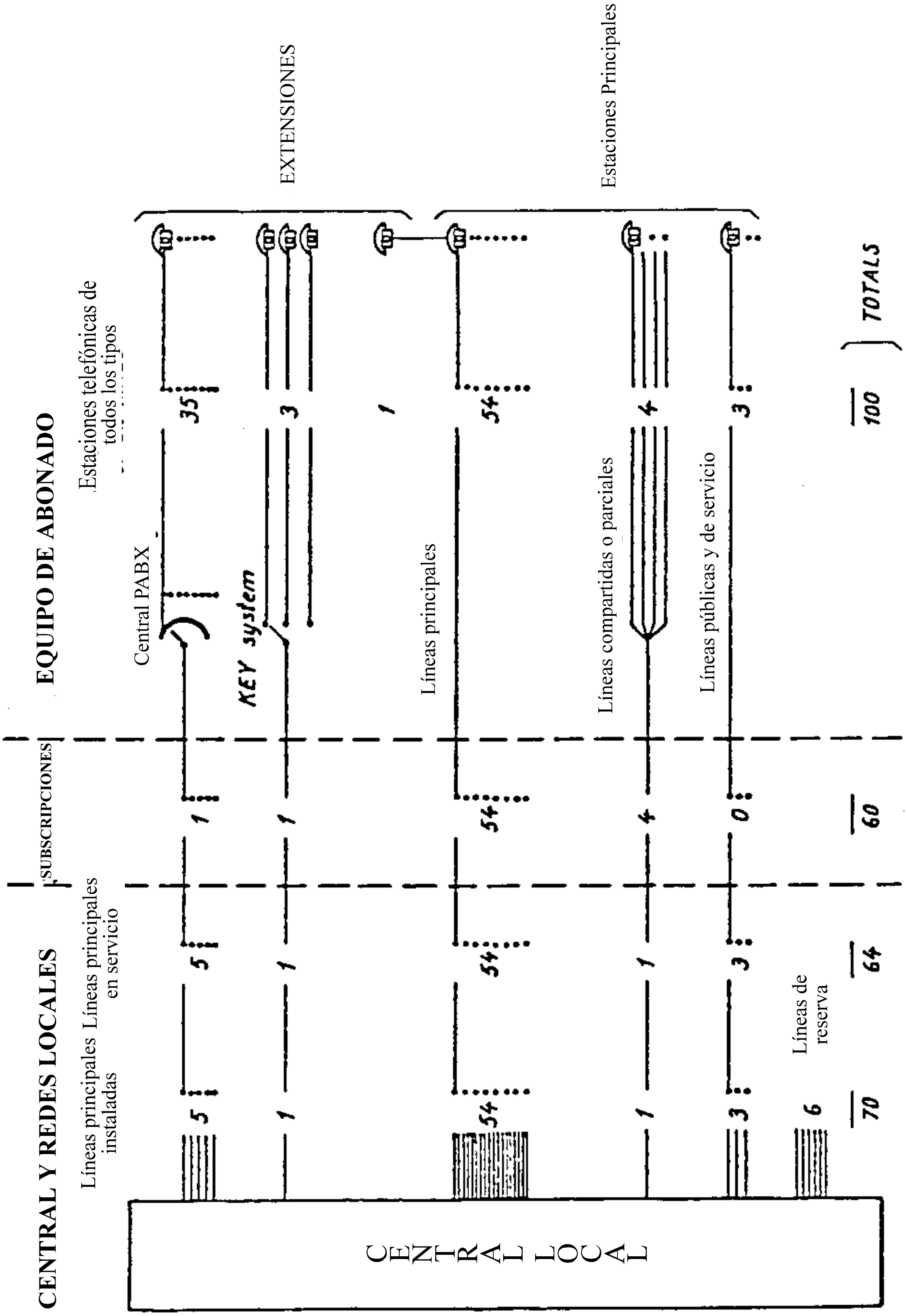


Tópicos de pronóstico

UBICACION	TERRENO EDIFICIOS
LINEAS	LINEAS DE ABONADOS INDIVIDUALES (PRONOSTICO DE LA PLANTA DE LINEAS) RED DE EMPALME RED TRONCAL
EQUIPO	EQUIPO DE TERMINAL DE ABONADO EQUIPO DE CONMUTACION AUTOMATICA EQUIPO DE CONMUTACION MANUAL

Estaciones telefónicas y líneas principales

Relación entre estaciones telefónicas de todas las clases, estación telefónica principal y la línea principal.



Tipos de pronóstico

Con fines de planificación de redes y de centrales, se necesitan dos tipos de pronóstico: pronóstico global y pronóstico detallado.

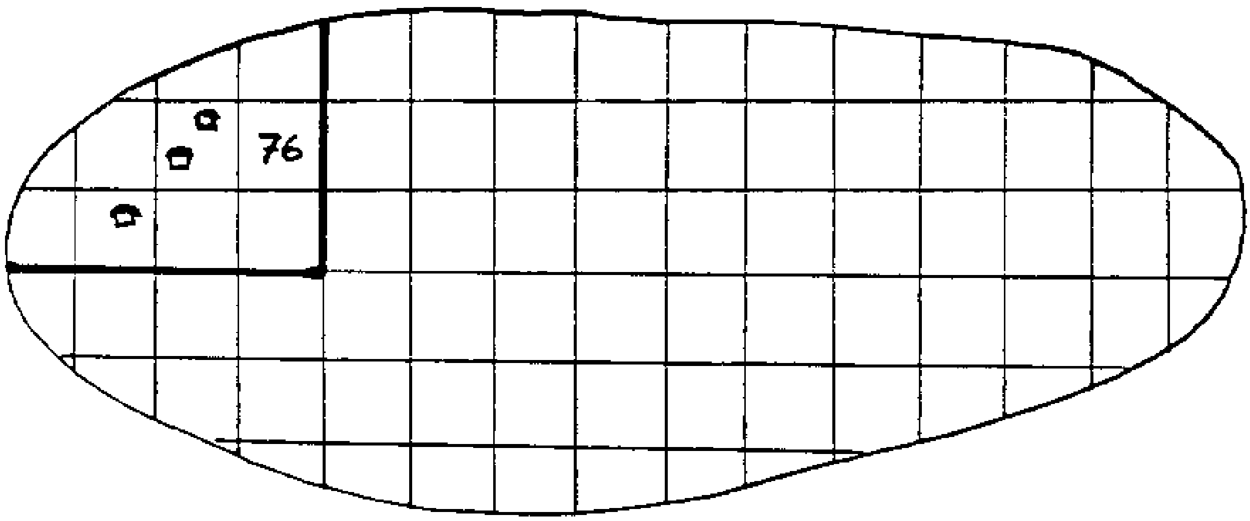
El pronóstico global es necesario para pronosticar el tráfico futuro, el cual es la base para el dimensionamiento de la red de empalme. El pronóstico global es básicamente una descripción numérica del desarrollo de los abonados dentro de un país, una ciudad o un área de central, sin importar la ubicación exacta (geográfica) de cada abonado.

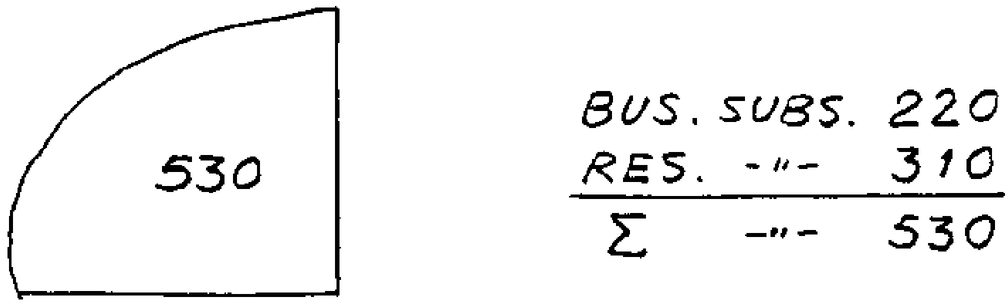
El pronóstico detallado, en cambio, considera las ubicaciones exactas como su principal objetivo.

El pronóstico detallado se usa para planificar las centrales locales y sus ubicaciones.

Como los pronósticos de tráfico se basan en el pronóstico del desarrollo telefónico, es importante saber exactamente qué tipo de medición se ha usado para el pronóstico del desarrollo telefónico.

El pronóstico de tráfico debe basarse en el número de líneas principales, de ser posible, divididas en diferentes categorías con respecto a la carga de tráfico.





Datos necesarios para la planificación

El planificador se debe estar preparado para presentar los datos de diferentes maneras, dependiendo de las diferentes necesidades de planificación, como por ejemplo:

Distribución de abonados en un área de telecomunicaciones:

a. la ubicación exacta de los abonados individuales

b. el número de abonados en cada cuadrícula de un mapa de cuadrícula

c. el número de abonados por área de tráfico en el área de telecomunicación

d. el número de abonados por clase de abonado en cada área de tráfico

Tráfico:

e. tráfico de origen y de destino por abonado

f. tráfico de origen y de destino por abonado, en cada área de tráfico

g. tráfico de origen y de destino por abonado, por clase de abonado

h. flujos de tráfico entre cada dos áreas

Podemos definir:

A la cantidad de tráfico total respecto a un grupo de abonados

N el número de abonados en el grupo

α la tasa de llamadas por abonado

Y la intensidad de llamadas en el grupo

S el tiempo de ocupación de llamadas

Tendremos entonces que $A = Y \cdot S$

pero también: $A = N \cdot \alpha$

Parámetros de tráfico

$$A = Y \cdot S$$

A = Tráfico

Y = Intensidad de llamadas

S = Tiempo de espera de llamadas

$$A_c^{(t_0)},\quad Y_c^{(t_0)},\quad S_c^{(t_0)} \quad \leftarrow \quad \textit{can be measured}$$

$$A_o^{(t_1)},\quad Y_o^{(t_1)},\quad S_o^{(t_1)} \quad \leftarrow \quad \textit{needed for dimensioning}$$

$$A_d^{(t_2)},\quad Y_d^{(t_2)},\quad S_d^{(t_2)} \quad \leftarrow \quad \textit{needed for planning}$$

c = cursado

o = ofrecido

d = demanda

t_0 = situación presente

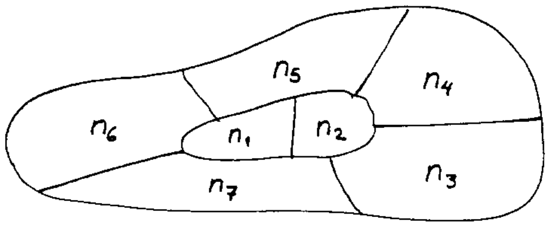
t_1 = valor futuro (corto plazo)

t_2 = valor futuro (largo plazo)

$$A = n \cdot \alpha$$

n = número de abonados

α = tasa de llamadas, erl./abonado

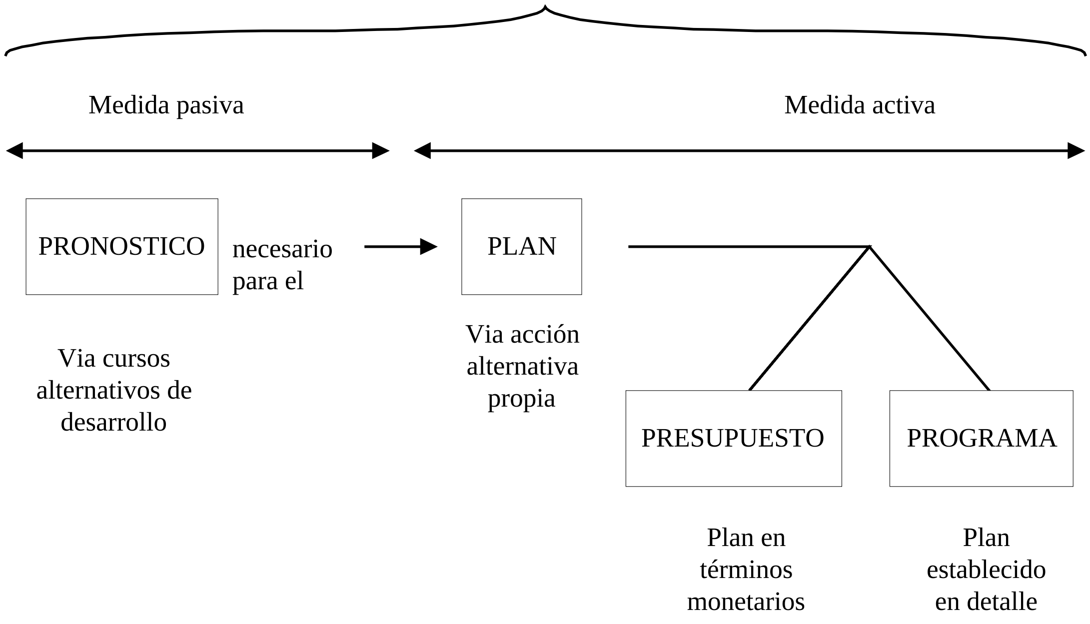


$A_i = n_i \cdot \alpha_i$

$\alpha_a,\ \alpha_b,\ \ldots$		} a, b, ... =
$n_a + n_b + \ldots$	$= n$	} categorías de abonado

$n_{1a} + n_{1b} + \ldots$	$= n_1$
$n_{2a} + n_{2b} + \ldots$	$= n_2$
.. ...	..
.. ...	..
$n_a + n_b + \ldots$	$= n$

FACTORES A CONSIDERARSE EN LA TOMA DE DECISIONES



Relación entre pronóstico y plan

Pronóstico: Un pronóstico es una predicción del futuro y es pasivo desde el punto de vista de quien toma la decisión. Los pronósticos normalmente constituyen una base para la planificación.

Plan: Un plan es una propuesta de acción futura. El plan puede contener una evaluación de líneas alternativas de acción y se dirige a las actividades sobre las cuales hay control.

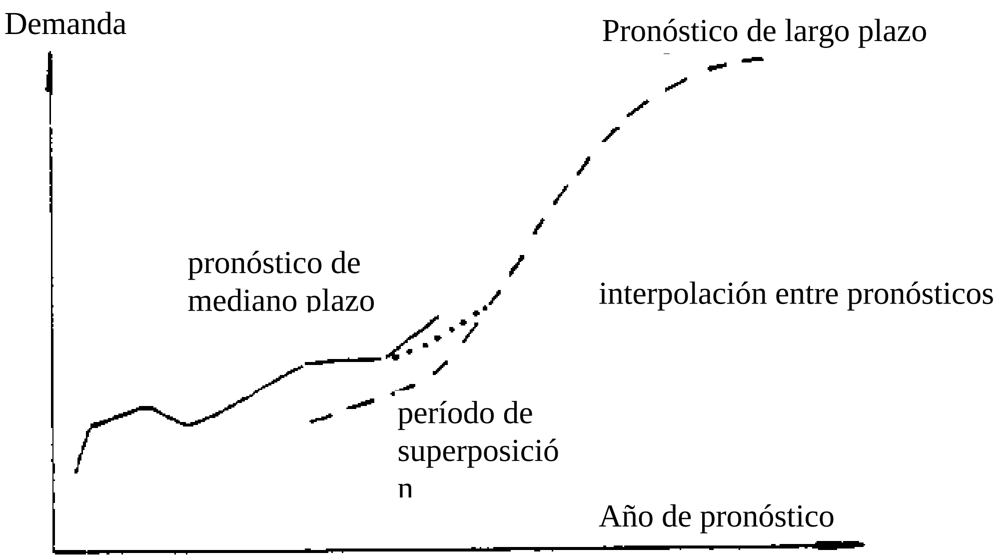
Programa: Un programa es una descripción de medidas, usualmente derivadas de los planes sobre los que se ha decidido.

Períodos de planificación

El período para el cual se requieren los pronósticos depende de la política específica sobre el tema en consideración. Se requiere de pronósticos de demanda para la toma de decisiones en las siguientes áreas:

Requerimientos de aparatos para clientes	1-2 años
Aprovisionamiento de equipo de conmutación de central	3-4 años
Planificación de líneas locales	6-10 años
Ductos	10-15 años
Planificación y construcción de edificios	10-20 años
Adquisición del terreno y política de disposición	hasta 50 años

Relación entre pronósticos de largo, mediano y corto plazo

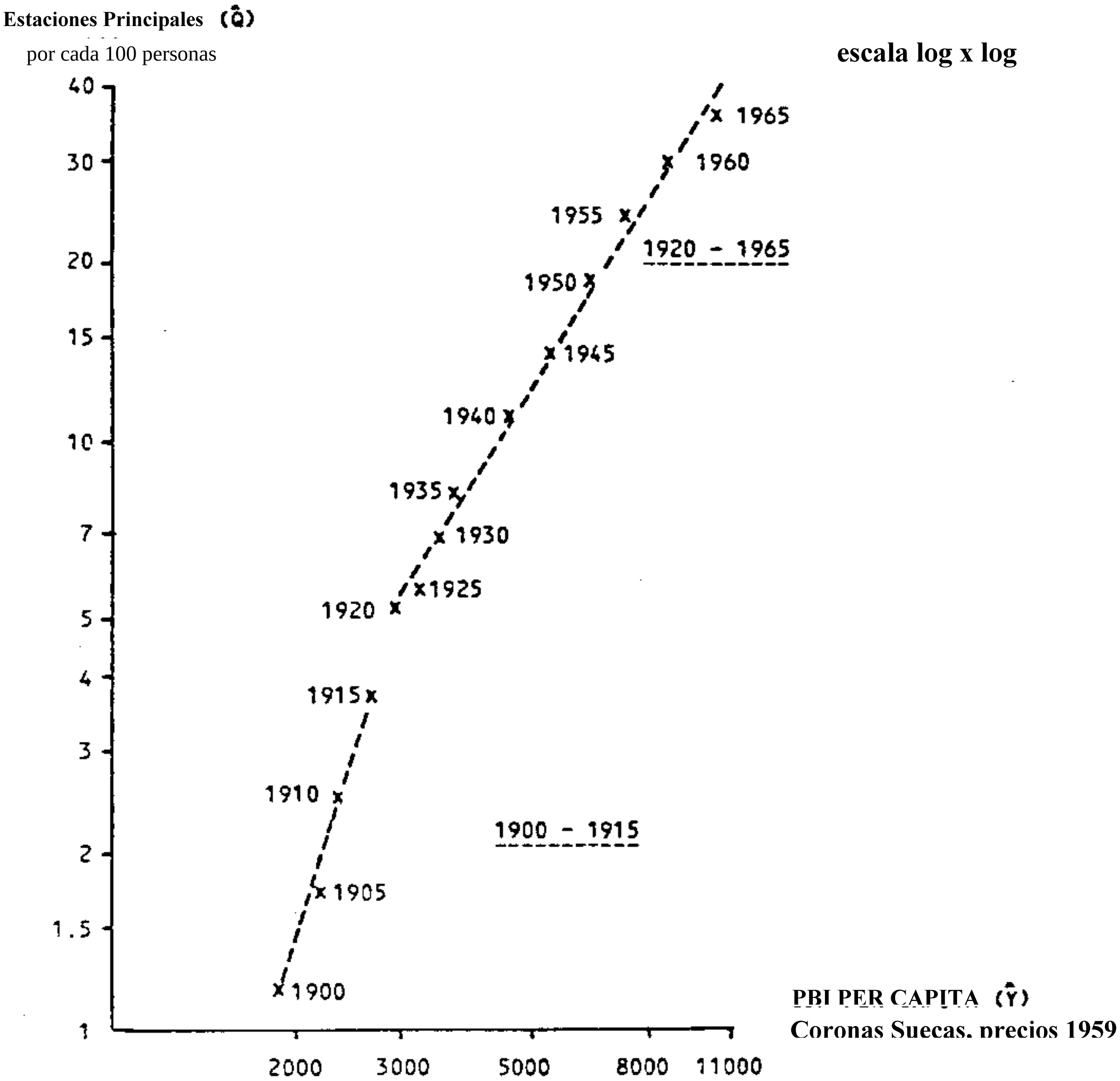


Cómo comenzar?

El proceso de pronóstico se puede dividir en las siguientes partes:

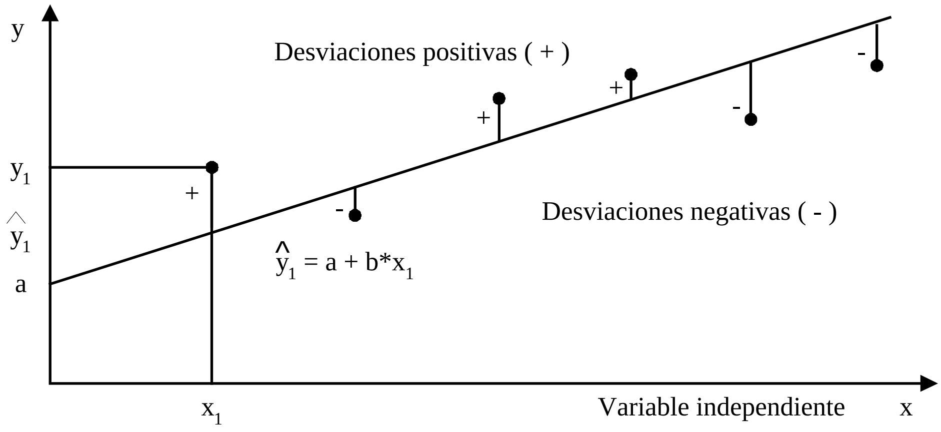
- *Definición del problema.* Se determinan el propósito y los supuestos del pronóstico.
- *Recolección de los datos básicos*. Se investigan varias fuentes de datos básicos. Se estudian la población y el crecimiento económico. Son esenciales los resultados de pronósticos recientes.
- *Selección de método de pronóstico*. La selección del método se hace con relación a la información disponible y a la exactitud requerida.
- *Análisis y establecimiento de pronósticos*. El análisis consiste en la preparación metódica de los datos básicos y en la evaluación los resultados recibidos.
- *Documentación*. El pronóstico debe presentarse en un formato que se entienda fácilmente. El resultado debe contener pronósticos alternativos. Además del pronóstico normal, debe haber un pronóstico optimista y otro pesimista.

Densidad telefónica y PBI per cápita (ejemplo)



Análisis estadístico de la demanda

Regresión de dos variables.



Minimizar $\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2$

$$y = \alpha + \beta \cdot x + \varepsilon \qquad \bar{\varepsilon} = 0$$

$$E(y/x) = \alpha + \beta \cdot X$$

Sean *a, b* estimados de α, β

$$b = \frac{n \cdot \sum x \cdot y - \sum x \cdot \sum y}{n \cdot \sum x^2 - (\sum x)^2} \qquad a = \frac{\sum y}{n} - \frac{b \cdot \sum x}{n}$$

n = número de observaciones

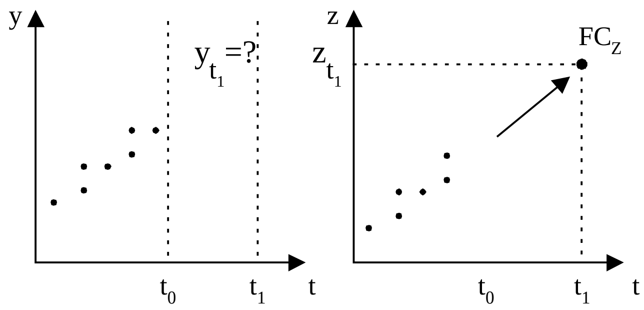
$$R^2 = \frac{[n \cdot \sum(x \cdot y) - \sum x \cdot \sum y]^2}{[n \cdot \sum y^2 - (\sum y)^2] \cdot [n \cdot \sum x^2 - (\sum x)^2]}$$

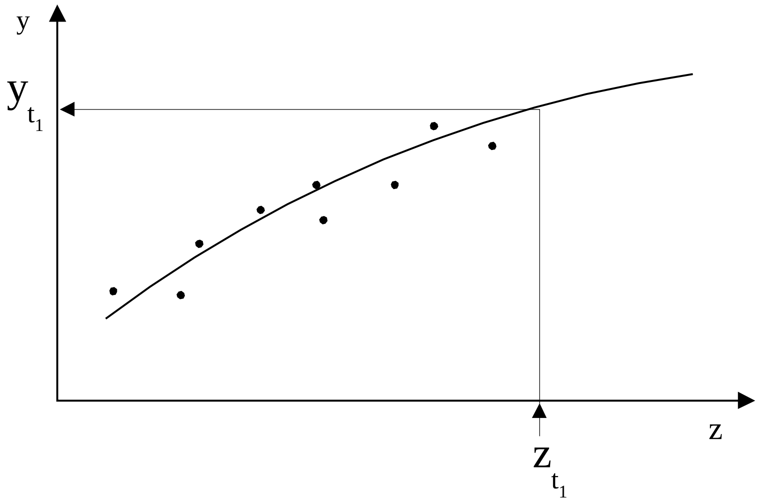
o

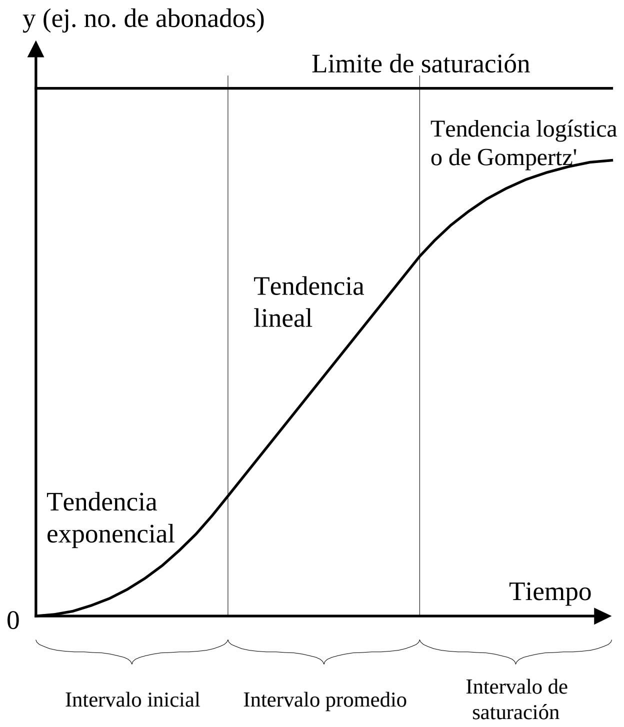
$$R^2 = \frac{\Sigma(\hat{y} - \bar{y})^2}{\Sigma(y - \bar{y})^2} = \frac{\textit{explained variation}}{\textit{total variation}}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n}$$

$$-1 \le R \le 1$$




y
y_{t_1}
z
z_{t_1}


y (ej. no. de abonados)
Limite de saturación
Tendencia logística
o de Gompertz'
Tendencia
lineal
Tendencia
exponencial
Tiempo
0
Intervalo inicial
Intervalo promedio
Intervalo de
saturación

Desarrollo de las telecomunicaciones en el tiempo

Desarrollo en el tiempo de una administración de telecomunicaciones.

Las curvas correspondientes a tales expresiones matemáticas son usualmente llamadas curvas decrecimiento, aun cuando a veces el "crecimiento" es en realidad una disminución de cantidad. Aquí hay algunos tiempos comunes de curvas de tendencia:

Lineal $y = a + b \cdot t$

Parabólica $y = a + b \cdot t + c \cdot t^2$

Exponencial $y = a \cdot x \cdot e^{b \cdot t}$

Gompertz $y = e^{a - b \cdot r^t}$

Notaciones

t = punto de tiempo (variables independientes)

a, b, c, r = parámetros a ser calculados a partir delos datos históricos

y = rubro a ser pronosticado (variable dependiente)

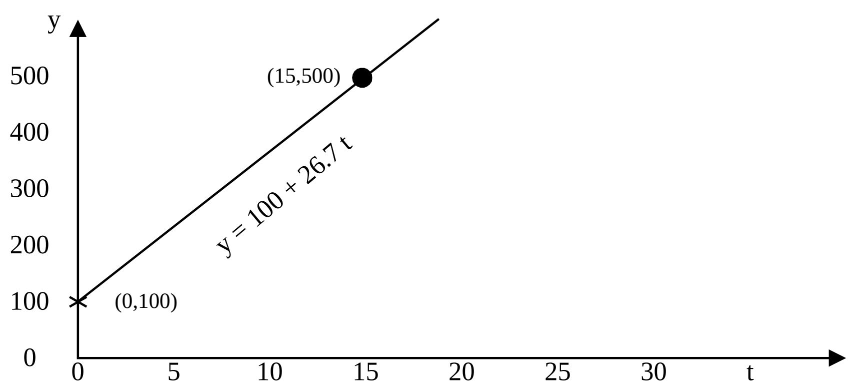
e = base del llamado sistema de logaritmos naturales

Análisis de la tendencia simple

A continuación se dan algunos ejemplos numéricos sencillos sobre las tendencias:

1. Estudio lineal y = a + b · t

La fórmula contienen dos parámetros desconocidos *a* y *b*, los cuales se calcularán de acuerdo a los datos básicos. Para calcular estos dos parámetros se necesitan dos ecuaciones. Estas dos ecuaciones se obtienen asumiendo dos puntos en un diagrama a través delos cuales deberá pasar la línea recta.



Asúmanse los siguientes puntos: t = 0, y = 100; t = 15, y = 500

Esto nos da las dos ecuaciones requeridas para obtener *a* y *b*:

$100 = a + b \cdot 15$ **<u>entonces, *a = 100*</u>**

$500 = a + b \cdot 15$

lo cual puede ponerse en una segunda ecuación, que da:

$$500 = 100 + b \cdot 15 \quad \text{y}$$

$$b = \frac{500 - 100}{15} = 26.7$$

Esto proporciona la tendencia: ***y = 100 + 26.7 · t***

2. Tendencia Exponencial $y = a \, . \, e^{b \cdot t}$

Asúmanse los mismos puntos dados $\begin{cases} t = 0 \\ y = 100 \end{cases}$ $\begin{cases} t = 15 \\ y = 500 \end{cases}$

Las dos ecuaciones requeridas serán

$$100 = a \cdot e^{b \cdot 0}$$

$$500 = a \cdot e^{b \cdot 15}$$ **entonces, *a = 100***

Poniendo este valor *a* en una segunda ecuación, obtenemos:

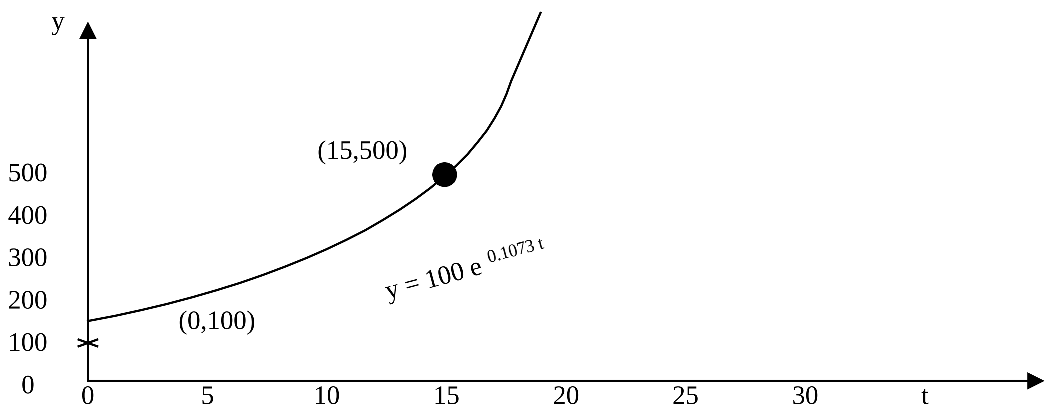
$$500 = 100 \cdot e^{b \cdot 15} \qquad 5 = e^{b \cdot 15}$$

Tomando el logaritmo natural

$$1.609 = 15 \cdot b$$ **entonces *b = 0.1073***

Obtenemos así la tendencia $y = 100 \cdot e^{0.1073 \cdot t}$

La curva se presenta en el siguiente diagrama:



3. Tendencia de Gompertz $= e^{a - b \, . \, r \, (t)}$

En este caso tenemos tres parámetros *a*, *b* y *r*. El cálculo requiere de *tres* ecuaciones. Dos de ellas se pueden obtener usando los dos puntos del ejemplo anterior.

$\begin{cases} t = 0 \\ y = 100 \end{cases}$ $\begin{cases} t = 15 \\ y = 500 \end{cases}$

La tercera ecuación se puede obtener asumiendo un valor de <u>saturación</u> infinito, que es el punto

$\begin{cases} t = \infty \\ y = 3000 \end{cases}$

Los tres parámetros se pueden calcular de la siguiente manera:

$$100 = e^{a-b\cdot r(0)}$$

$$500 = e^{a-b\cdot r(15)}$$

$$3000 = e^{a-b\cdot r(\infty)}$$

La tercera ecuación da como $r<1$

$$3000 = e^{a}: \qquad \underline{\boldsymbol{a = \ln 3000 = 8.006}}$$

Si $a = 8.006$, de la primera ecuación obtenemos:

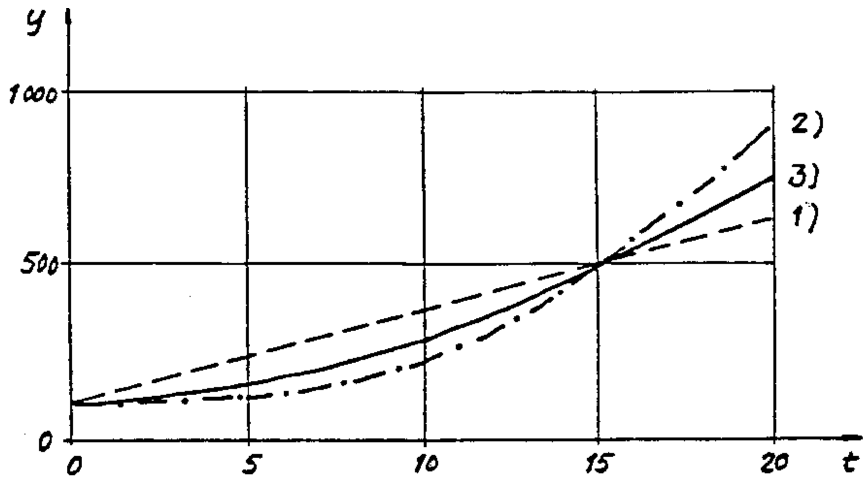
$$4.605 = 8.006 - b: \qquad \underline{\boldsymbol{b = 3.401}}$$

Entonces se puede calcular r desde la segunda ecuación, poniendo

$a = 8.006$ y $b = 3.401$

$$6.215 = 8.006 - 3.401\cdot r^{15}$$

o $r = \left(\dfrac{8.006 - 6.215}{3.401}\right)^{1/15} = 0.958$



Ejemplos numéricos sobre tendencias

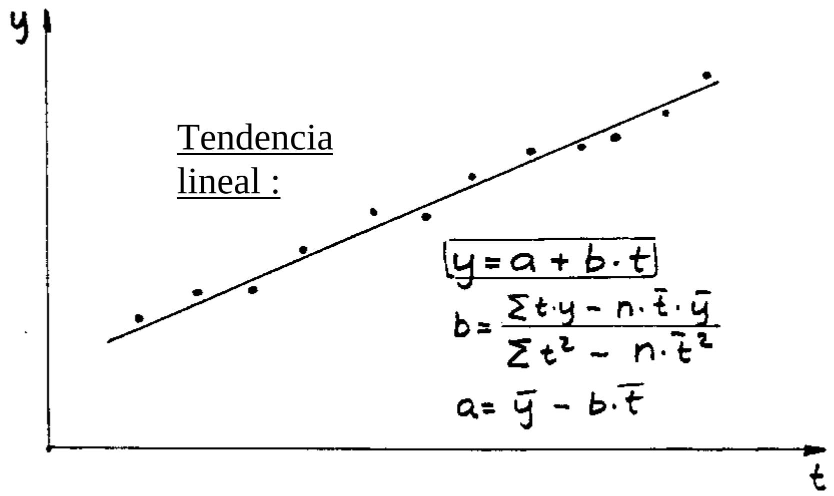
1) Tendencia lineal: $y = 100 + 26.7\cdot t$

2) Tendencia exponencial: $y = 100\cdot e^{0.1073\cdot t}$

3) Tendencia de Gompertz': $y = e^{8.006-3.401\cdot(0.958)^{t}}$ (valor de saturación = 3000)

Análisis de series de tiempo

Métodos básicos



Tendencia exponencial:

$$y = a \cdot e^{b \cdot t}$$

$$z = \lambda n\, y$$

$$c = \lambda n\, a$$

$$z = c + b \cdot t$$

$$c = \bar{z} - b \cdot \bar{t}$$

$$b = \frac{\sum t \cdot z - n \cdot \bar{t} \cdot \bar{z}}{\sum t^2 - n \cdot \bar{t}^2}$$

$$y = e^z$$

Verificaciones estadísticas

Verificando el modelo de regresión:

1. Significado del parámetro tiempo

$$T = \frac{b \cdot \left(\sum (t - \bar{t})^2 \right)^{1/2}}{s} \qquad s^2 = \frac{\sum y^2 - a \sum y - b \sum t \cdot y}{(n-2)}$$

$$\boxed{-2 > T > +2} \quad \Rightarrow \text{O.K.}$$

2. Errores sistemáticos

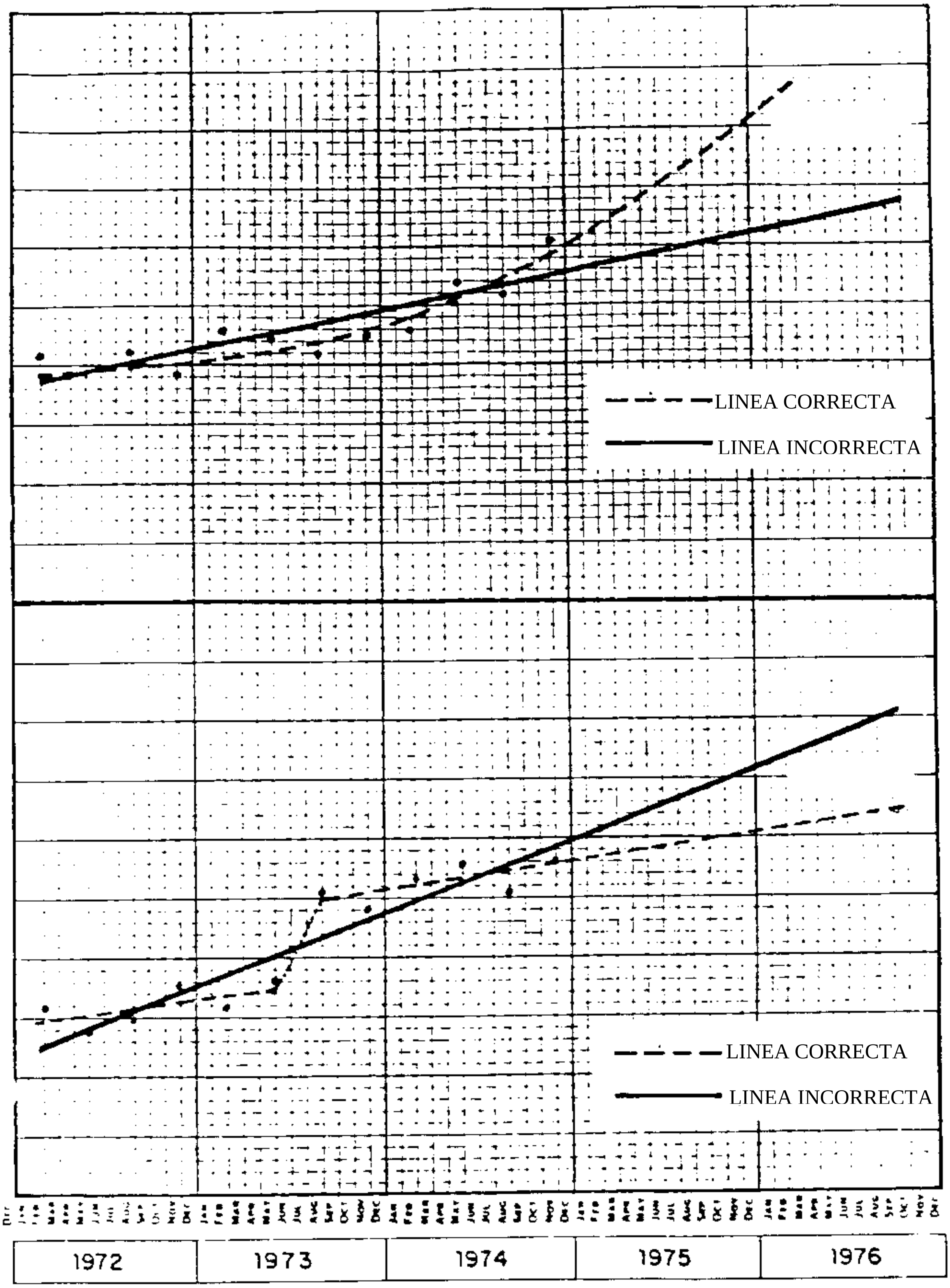
Por ejemplo: forma de curva errónea, discontinua en los datos

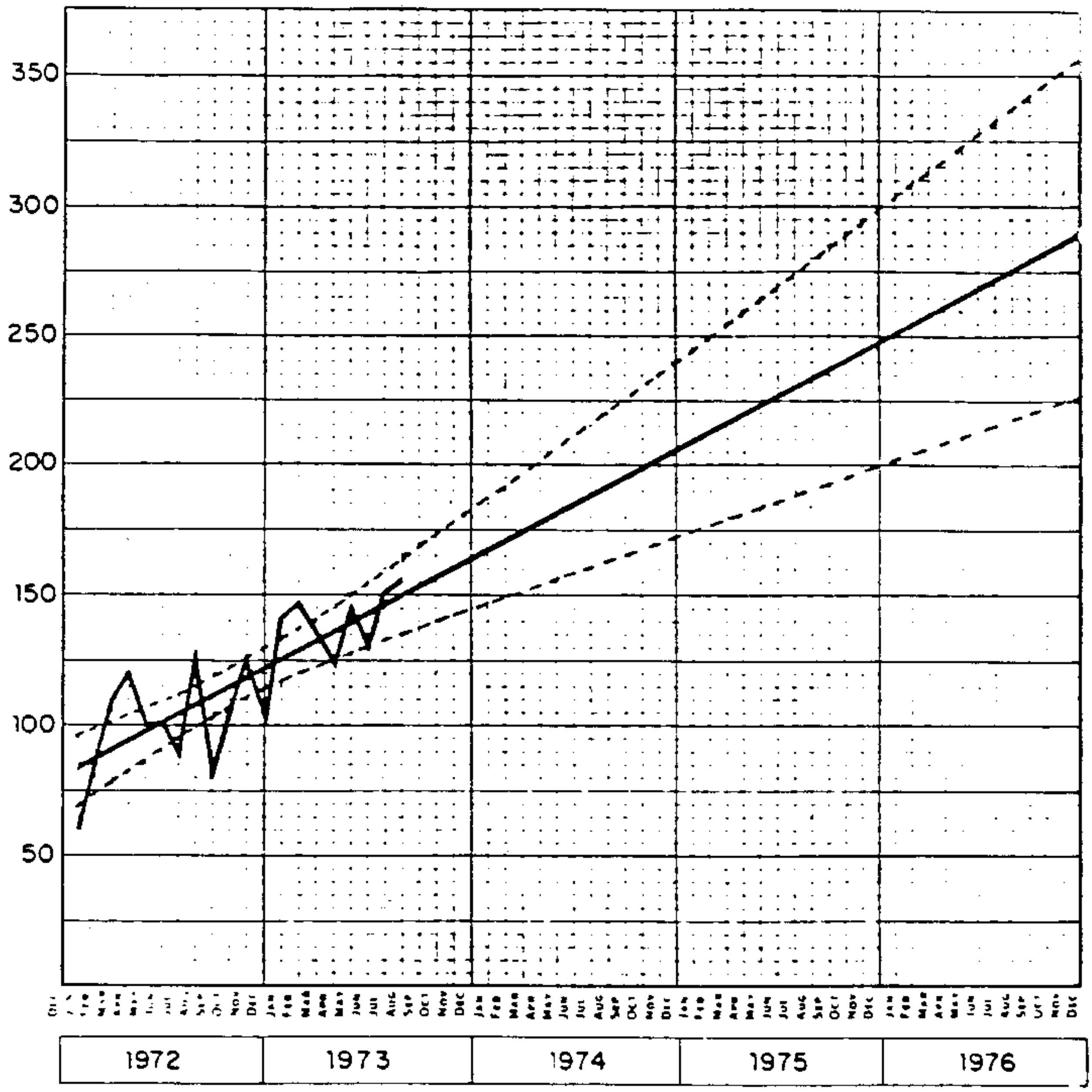
$$DW = 2 - 2\frac{w}{v}$$

$$W = \sum_{i=1}^{n-1} (y_i - \hat{y}_i)(y_{i+1} - \hat{y}_{i+1})$$

$$V = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$\boxed{(1.5)\ 1.7 < DW < 2.3\ (2.5)}$ $\Rightarrow$ O.K.


LINEA CORRECTA
LINEA INCORRECTA
LINEA CORRECTA
LINEA INCORRECTA
1972
1973
1974
1975
1976



Pronóstico de niveles futuros

FC para el tiempo $t_F = y_F$

Intervalo de confianza:

$$y_F \pm 2 \cdot \sqrt{u}$$

$$u = s^2 \left[1 + \frac{1}{n} + \frac{(t_F - \bar{t})^2}{\sum (t - \bar{t})^2} \right]$$

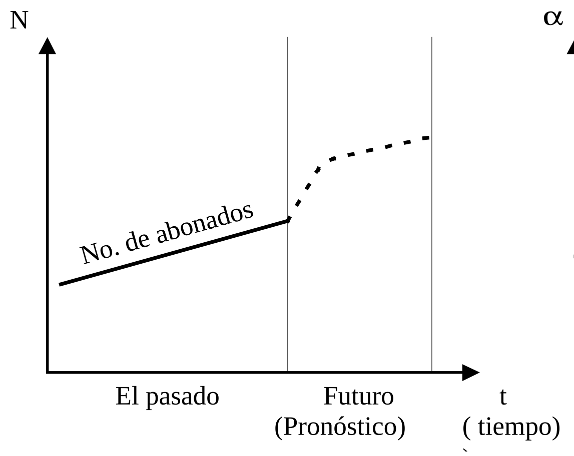
<u>Verificación del pronóstico</u>

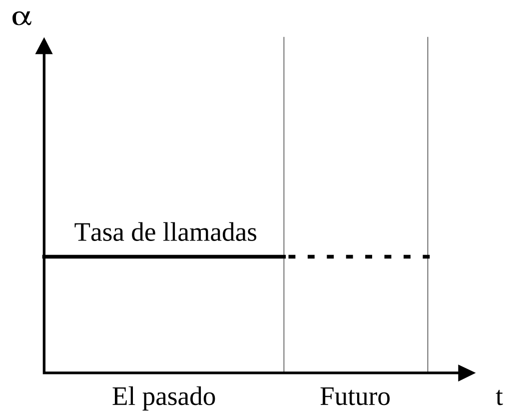
Debemos preguntarnos siempre qué tan bueno y aplicable es el pronóstico específico:

i. <u>*Es el pronóstico VALIDO (= relevante) ?*</u>

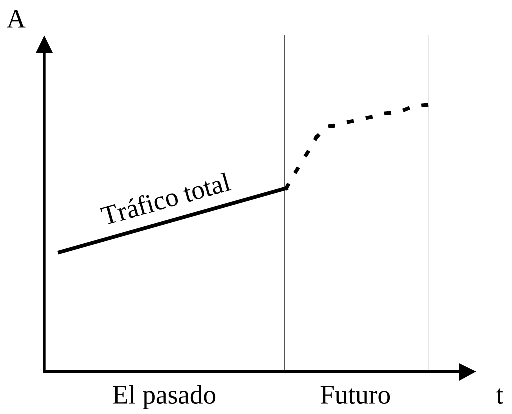
Ejemplo

El pronóstico de tráfico total para una central siempre se ha basado en los pronósticos del número total de abonados y en la tasa de llamadas por abonado. Ahora, la situación es la siguiente:





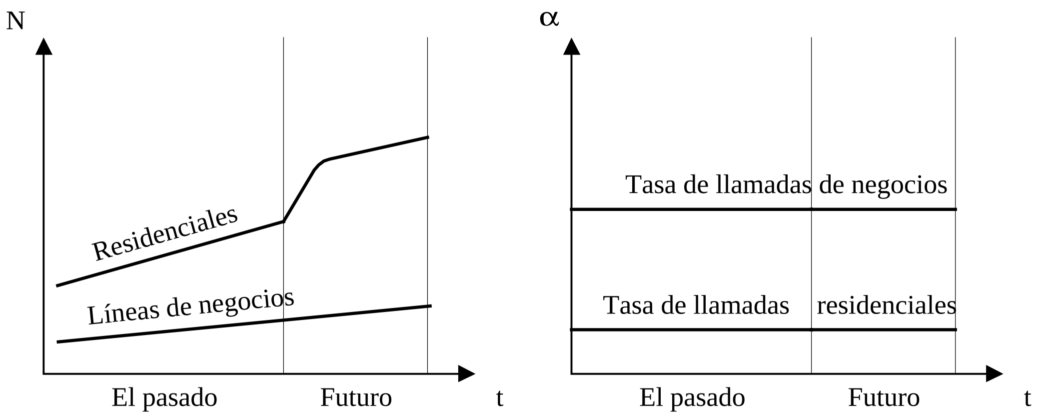
Se ha hecho un pronóstico válido, exacto, fiable y creíble del número futuro de abonados (N), mostrando que la tendencia cambiará debido a la decisión política de la comunidad de modernizar los bloques de edificios de toda el área. Debido a que la tasa de llamadas ha permanecido constante en el transcurso de los años, el planificador asume que ésta permanecerá sin cambios y da el siguiente pronóstico de tráfico calculando $A = N \cdot \alpha$



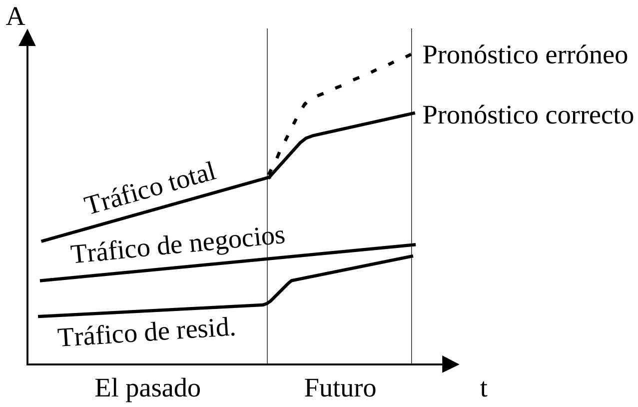
Este pronóstico no es válido.

La intención de la decisión de política fue crear una gran cantidad de apartamentos para la gente que trabaja en un pueblo cercano. Por tanto, se esperaba un fuerte aumento relacionado con las líneas residenciales y no con las líneas de negocios.

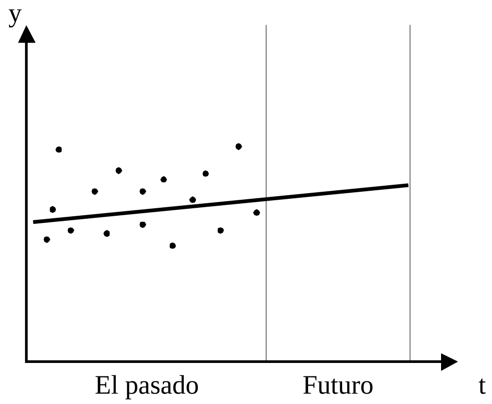
El procedimiento apropiado debió ser la separación de los pronósticos de abonados para líneas residenciales y para líneas de negocios y luego sumarlos.



Pronóstico:



Otro ejemplo:

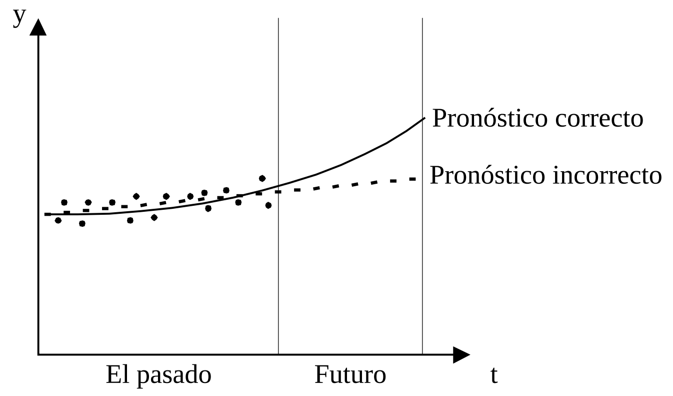


Este pronóstico no es válido si una prueba significativa demuestra que el tiempo no es una variable significativa.

ii. *Exactitud*

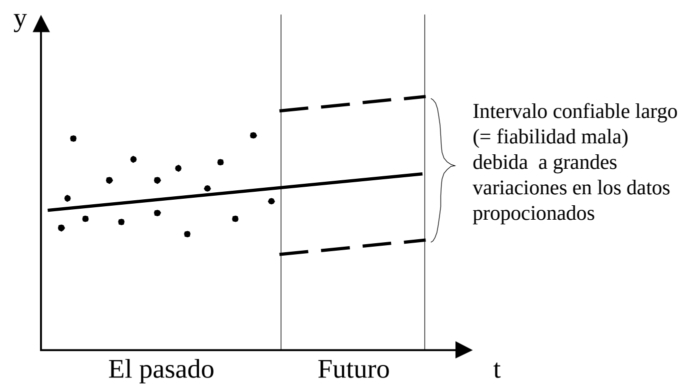
Ejemplo:

Se considera un material histórico. El planificador debe escoger la forma de la curva para representar la tendencia. Una curva inexacta puede parecer coincidir con los puntos, pero da un pronóstico totalmente erróneo.



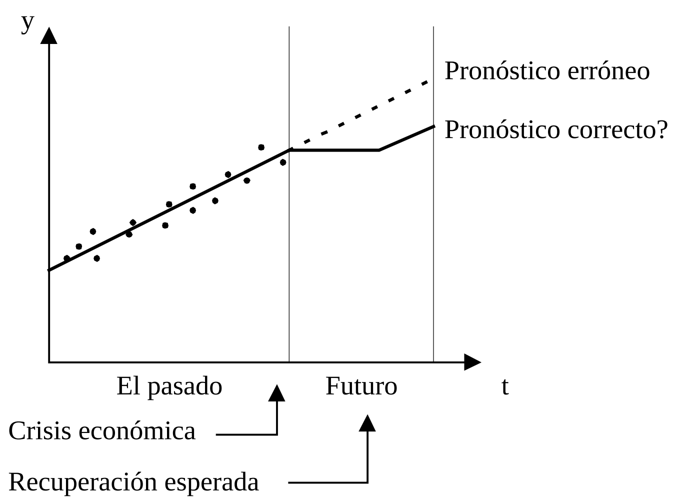
iii. *Fiabilidad (= precisión)*

Ejemplo:



iv. *Credibilidad*

Ejemplo:



v. *Evidencias internas dentro de los datos*

También debemos buscar y analizar:

- inconsistencias (Por ejemplo, contradicción entre diferentes grupos de datos)
- patrones irregulares
- valores improbables o imposibles

Criterio individual

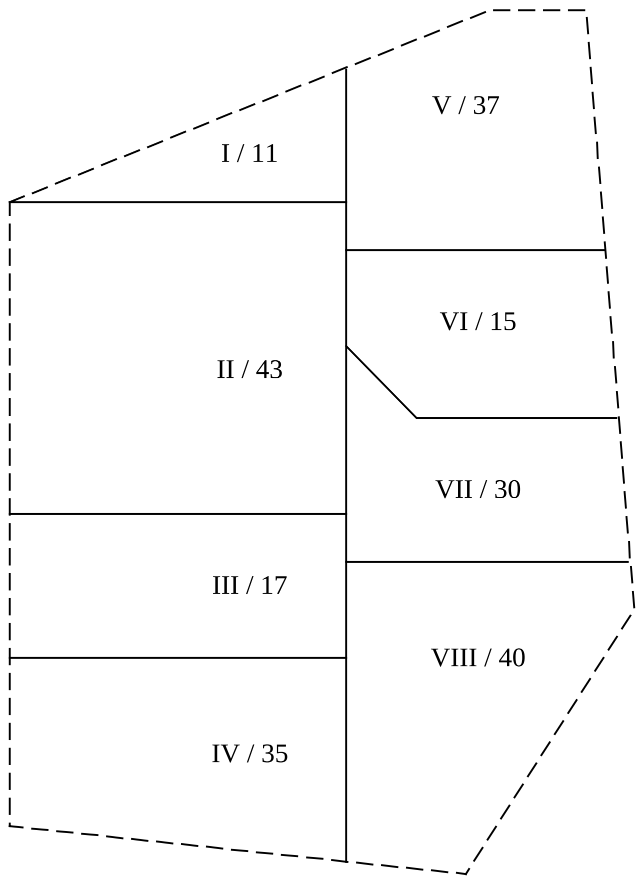
Distribución del número de abonados por diferentes tipos de edificaciones

Este ejemplo es válido para un país en desarrollo con 4-8 abonados por 100 habitantes.

Tipo de edificio	Número de abonados
Edificios oficiales y oficinas, bancos, compañias aseguradoras, grandes hoteles, clubes, grandes restaurantes, hospitales, grandes almacenes	Investigar
Hoteles pequeños, restaurantes, tiendas de abarrotes, casas de hospedaje	1 - 2
Farmacias, médicos, abogados, etc.	1 - 1.5
Tiendas	0.5 - 1
Grandes fábricas	Investigar
Fábricas pequeñas, talleres	0.5 - 1.5
Cines, gasolineras	1 - 2
Casas privadas de clase alta	1
Casas privadas de clase baja	0.3 - 0.5
Viviendas unifamiliares	0.3 / apartamento
Bloques de apartamentos, clase alta	0.5 - 1 / apartamento
Bloques de apartamentos, clase baja	0.2 / apartamento

Distribución del número de abonados por hectárea en áreas construidas, de diferentes clases. Este ejemplo es válido para un país en desarrollo con 4-8 abonados por 100 habitantes.

Tipo de área edificada		Abonados por hectárea
A.	Barrios de clase baja	0.25
B.	Parques, jardines, etc.	0.5
C.	Casas privadas antiguas con jardines grandes	1
D.	Distritos residenciales de trabajadores pobres	1.5
E.	Distritos residenciales de trabajadores más acomodados	2
F.	Casas privadas modernas con jardines grandes	3
G.	Distritos residenciales de trabajadores modernos	4
H.	Areas industriales	5
I.	Casas privadas modernas con jardines pequeños	7
J.	Casas de tipo antiguo no dispersas	8
K.	Area consistente de viviendas de clase trabajadora y talleres pequeños	10
L.	Casas modernas no dispersas	13
M.	Edificios residenciales de 1-2 pisos, no dispersas, y tiendas pequeñas	18
N.	Bloques de apartamentos de hasta 4 plantas	25
O.	Bloques de apartamentos y tiendas hasta de 4 plantas	28
P.	Centros comerciales en áreas residenciales	30
Q.	Bloques de apartamentos de más de 4 plantas	40
R.	Edificios de oficinas de hasta 3 plantas	80
S.	Edificios de oficinas de 4-6 plantas	150
T.	Edificios de oficinas de más de 6 plantas	250



Area de central dividida en secciones para el pronóstico de edificaciones

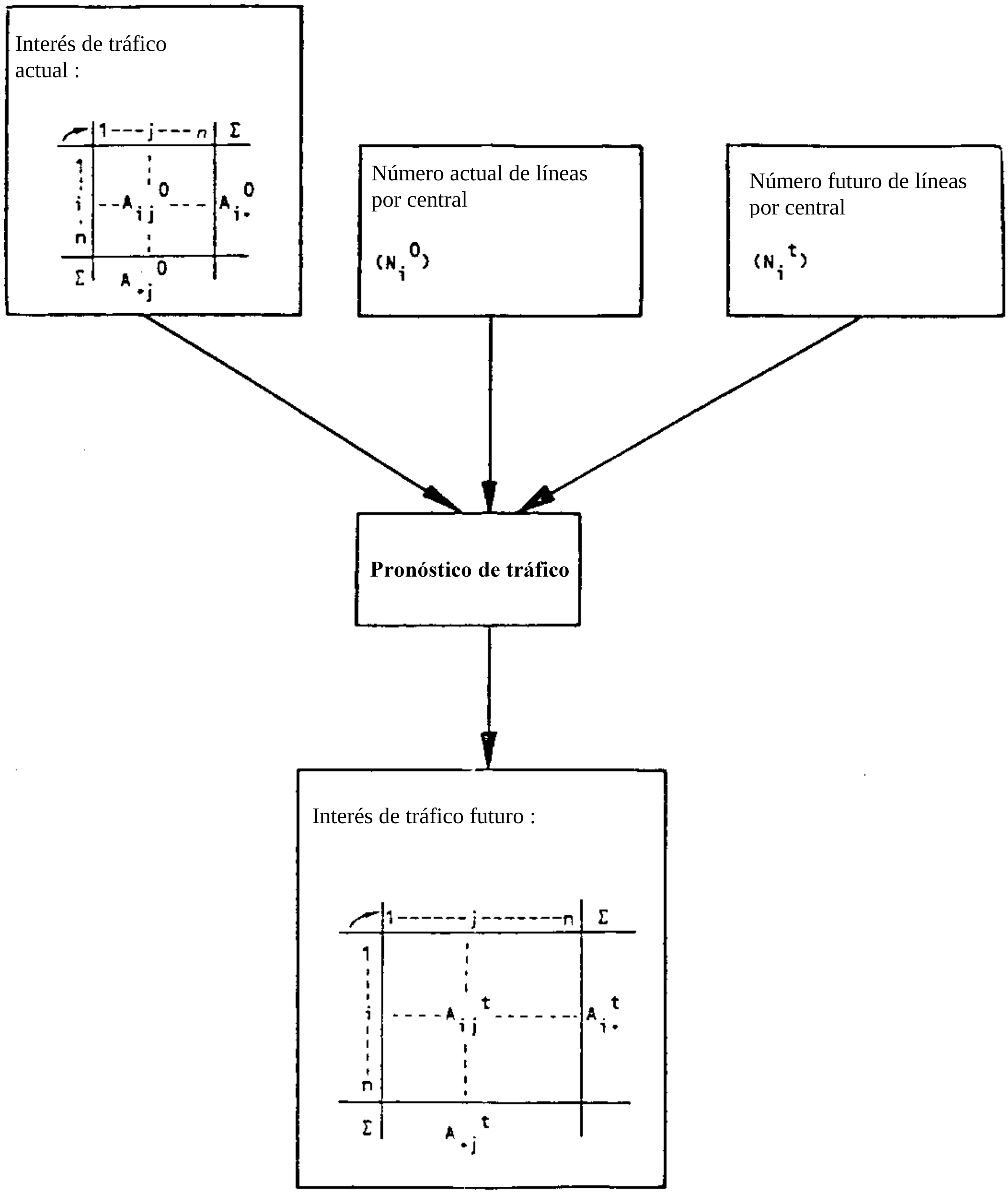
------------- Límite de central

_________ Límite de sección

III/17 Número/área de sección en hectáreas

Modelo de pronóstico para la planificación de redes

Componentes de un modelo de pronóstico de tráfico



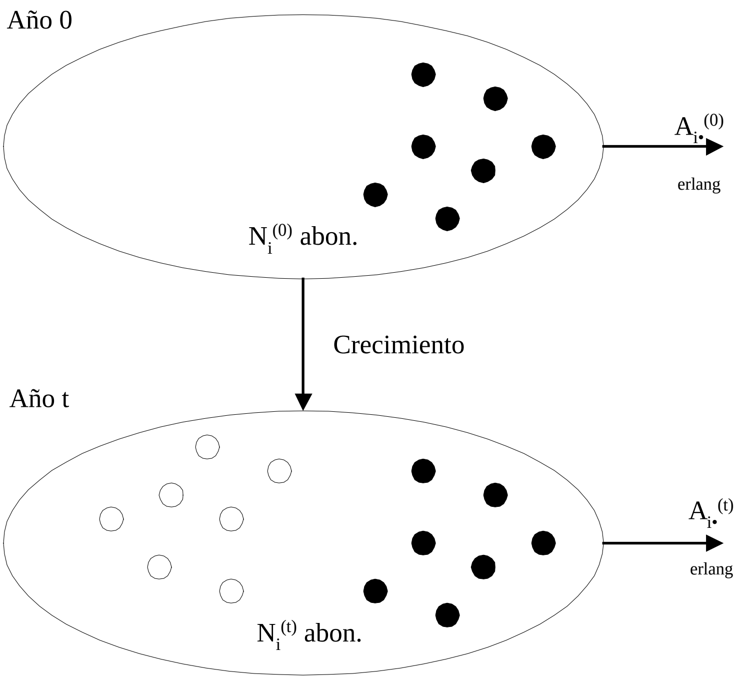
Matriz de interés de tráfico

		j		Σ
i		A_{ij}		$A_{i.}$
Σ		$A_{.j}$		$A_{..}$

$A_{i.}$ = Tráfico total originado en el área i

$A_{.j}$ = Tráfico de destino total en el área j

A_{ij} = Interés de tráfico del área i al área j (tráfico punto a punto)



Modelos para el tráfico total

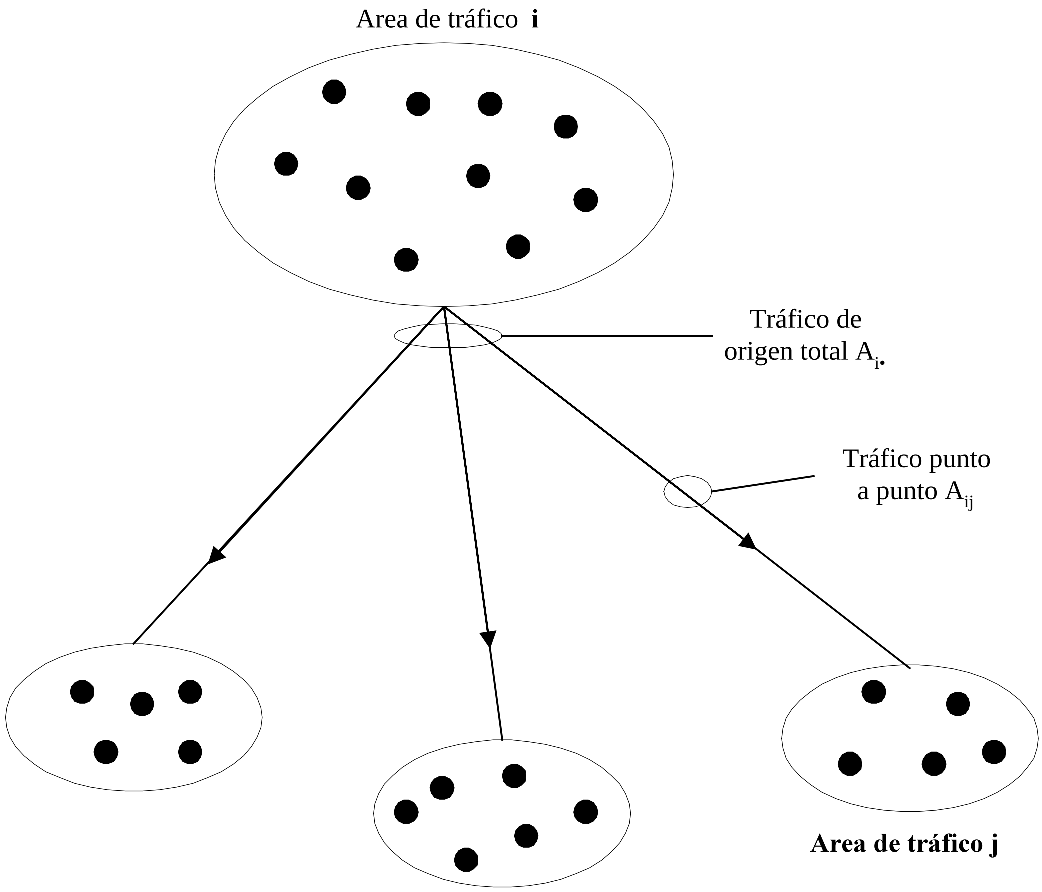
$$A_{i\cdot}^{(t)} = A_{i\cdot}^{(0)} \frac{N_i^{(t)}}{N_i^{(0)}} \cdot \alpha \qquad \alpha \geq 1$$

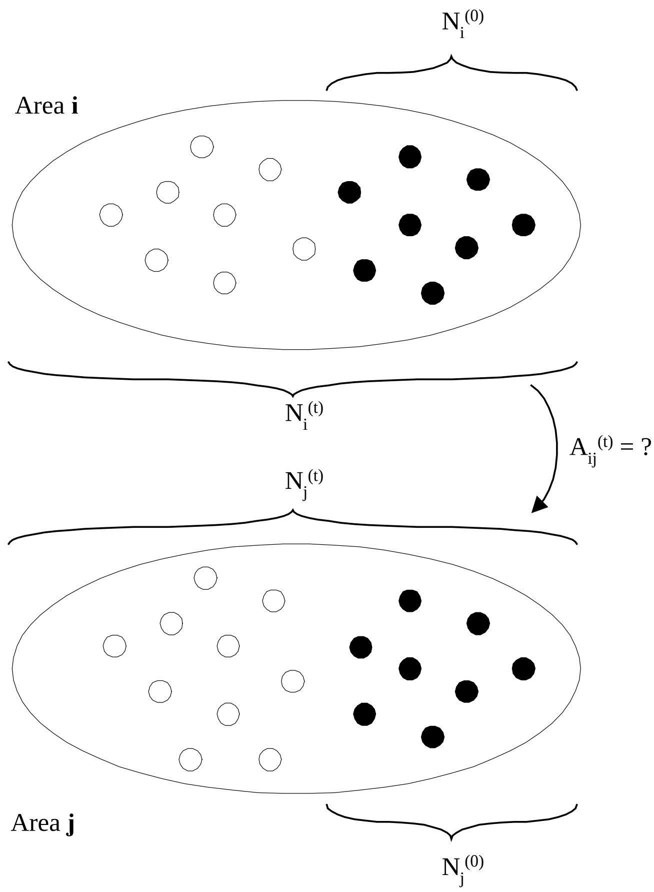
Si $\alpha = 1$, se asume que el tráfico por línea principal es constante.

$$A_{i\cdot}^{(t)} = A_{i\cdot}^{(0)} \left(\frac{N_i^{(t)}}{N_i^{(0)}} \right)^{\alpha} \qquad \alpha \geq 1$$

Se asume que el crecimiento porcentual de tráfico es igual al crecimiento porcentual del número de líneas principales, tiempos α. (fórmulas iguales para $A_{\cdot j}$)

Modelos para tráfico punto a punto: Crecimiento ponderado

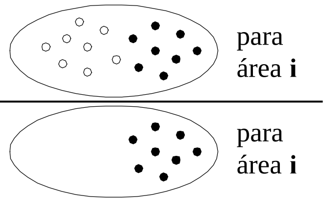




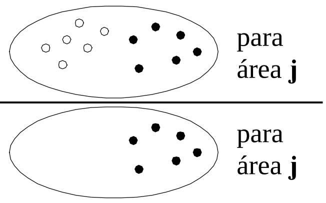
Expresión básica para $A_{ij}^{(t)}$:

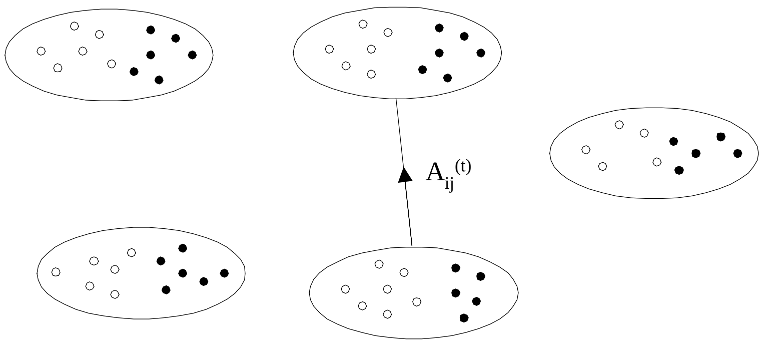
$$\boxed{A_{ij}^{(t)} = A_{ij}^{(0)} \cdot \frac{W_i \cdot G_j + W_j \cdot G_i}{W_i + W_j}}$$

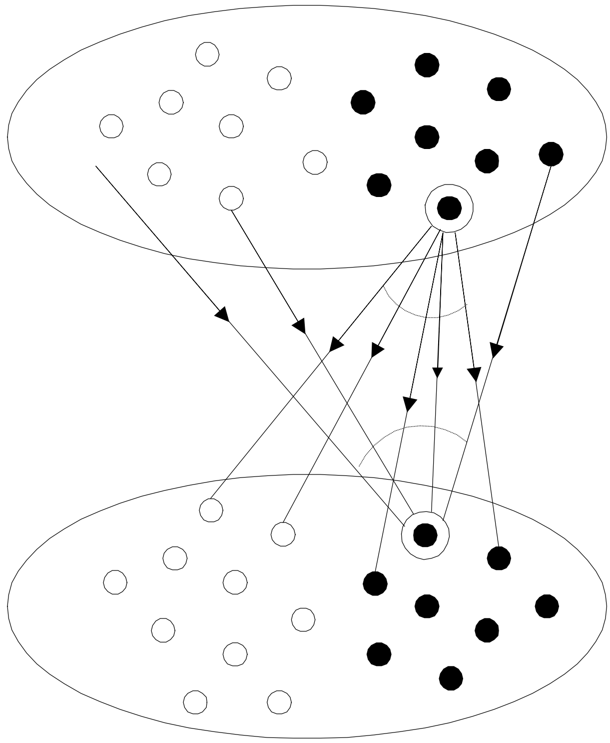
$G_i = \dfrac{N_i^{(t)}}{N_i^{(0)}} =$



$G_j = \dfrac{N_j^{(t)}}{N_j^{(0)}} =$







Fórmula de Rapp 1:

$$W_i = N_i^{(t)}, \quad W_j = N_j^{(t)}$$

Fórmula de Rapp 2:

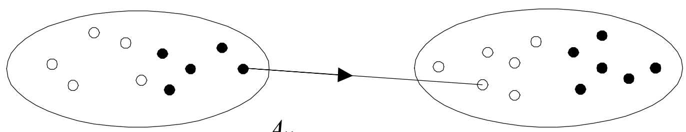
$$W_i = \left(N_i^{(t)}\right)^2, \quad W_j = \left(N_j^{(t)}\right)^2$$

$$\left(\frac{A_{i.}^{(0)}}{N_i^{(0)}} - \frac{A_{i.}^{(t)}}{N_i^{(t)}}\right)^2 + \left(\frac{A_{.j}^{(0)}}{N_j^{(0)}} - \frac{A_{.j}^{(t)}}{N_j^{(t)}}\right)^2 = min.$$

APO

$$W_i = \frac{N_i^{(0)} + N_i^{(t)}}{2}$$

$$W_j = \frac{N_j^{(0)} + N_j^{(t)}}{2}$$



$$\frac{A_{ij}}{N_i \cdot N_j} = constant \quad :$$

$$\boxed{A_{ij}^{(t)} = A_{ij}^{(0)} \frac{N_i^{(t)}}{N_i^{(0)}} \cdot \frac{N_j^{(t)}}{N_j^{(0)}}}$$

$$\boxed{A_{ij}^{(t)} = A_{ij}^{(0)} \cdot N_i^{\alpha} \cdot N_j^{\beta}}$$

Métodos de distribución de tráfico: método del doble factor de Kruithof

El Dr. Bear efectuó un estudio crítico sobre un número de métodos para la predicción de la distribución de tráfico en una red telefónica.

El método más común es el *Método del Doble Factor de Kruithof*. El comportamiento matemático de dicho método se ilustra con el siguiente ejemplo:

Ejemplo: Considérese una red telefónica con dos centrales.

Dados:

1. Los intereses de tráfico actuales $\left[A_{ij}^{(0)}\right]$

i \ j	1	2	suma
1	10	20	30
2	30	40	70
suma	40	60	100

2. Valores pronosticados en los tráficos futuros totales de origen y de destino por central

$\left[A_{i.}^{(t)} \quad y \quad A_{.j}^{(t)}\right]$:

i \ j	1	2	suma
1			40
2		?	105
suma	50	100	150

Problema:

Estimar los valores de tráfico $A_{ij}^{(t)}$ usando el método de Kruithof.

Solución:

Iteración 1 Multiplicación de fila.
$A_{i.}^{(t)}$ se distribuye de acuerdo al presente interés de tráfico.

Resultado: $A_{ij}^{(1)}$

i \ j	1	2	suma
1	15	30	45
2	45	60	105
suma	60	90	150

$$A_{ij}^{(1)} = \frac{A_{ij}^{(0)}}{A_{i\cdot}^{(0)}} \cdot A_{i\cdot}^{(t)}$$

Después de la multiplicación de fila, la suma de las columnas difiere mucho del pronóstico.

Iteración 2 Multiplicación de columna.

$A_{.j}^{(\ )}$ se distribuye de acuerdo a la matriz de interés de tráfico dada por la iteración 1.

Resultado: $A_{ij}^{(2)}$

j i	1	2	suma
1	12.5	33.33	45.83
2	37.5	66.67	104.17
suma	50	100	150

$$A_{ij}^{(2)} = \frac{A_{ij}^{(1)}}{A_{.j}^{(1)}} \cdot A_{.j}^{(t)}$$

Después de la multiplicación de columna, las sumas de las filas difieren de los valores pronosticados.

Iteración 3 Multiplicación de fila.

$A_{j.}^{(t)}$ se distribuye de acuerdo a la matriz de interés de tráfico dada por la iteración 2.

Resultado: $A_{ij}^{(3)}$

j i	1	2	suma
1	12.27	32.73	45
2	37.80	67.20	105
suma	50.07	99.93	150

$$A_{ij}^{(3)} = \frac{A_{ij}^{(2)}}{A_{i.}^{(2)}} \cdot A_{i.}^{(t)}$$

Iteración 4 Multiplicación de columna.

$A_{.j}^{(\ )}$ se distribuye de acuerdo a la matriz de interés de tráfico dada por la iteración 3.

Resultado: $A_{ij}^{(4)}$

j i	1	2	suma
1	12.25	32.75	45
2	37.75	67.25	105
suma	50	100	150

$$A_{ij}^{(4)} = \frac{A_{ij}^{(3)}}{A_{.j}^{(3)}} \cdot A_{.j}^{(t)}$$

Después de 4 iteraciones, las sumas delas filas y las columnas son iguales a los valores del pronóstico. Podemos poner:

$$A_{ij}^{(t)} = A_{ij}^{(4)}$$

Nótese que: $A_{i.} = \sum_j A_{ij}$; $A_{.j} = \sum_i A_{ij}$

<u>Ejemplo 2</u>

Se ha estimado la presente matriz de tráfico:

	Hacia	No. Central j			
Desde:		1	2	3	suma
Central.	1	25	30	45	100
No. i	2	35	55	110	200
	3	60	85	155	300
suma		120	170	310	600

$= (A_{ij}^{(0)})$

Se ha pronosticado el número de líneas principales por central en el año *t* :

Central No..	$N_i^{(0)}$	$N_i^{(t)}$
1	2000	3000
3	3500	3500
3	6800	7500

Las líneas principales no se han clasificado en diferentes categorías, ya que se espera que la proporción de abonados de alto tráfico sea igual en el futuro.

Por tanto, el tráfico total originado y de destino por central se pronostica por los modelos:

$$A_{i.}^{(t)} = N_i^{(t)} \cdot \frac{A_{i.}^{(0)}}{N_i^{(0)}}$$

$$A_{.j}^{(t)} = N_j^{(t)} \cdot \frac{A_{.j}^{(0)}}{N_j^{(0)}}$$

Central No.	$A_{i.}^{(t)}$	$A_{.j}^{(t)}$
1	150.0	180.0
2	200.0	170.0
3	331.9	341.9
Suma	681.9	691.9

Ya que la suma de $A_{i.}^{(t)}$ y la suma de $A_{.j}^{(t)}$ difieren, podemos usar el valor medio de estas sumas como un estimado de $A_{..}^{(t)}$ y ajustar $A_{i.}^{(t)}$ y $A_{.j}^{(t)}$. Esto nos dará:

Central No.	$A_{i.}^{(t)}$	$A_{.j}^{(t)}$
1	151.1	178.7
2	201.5	168.8
3	334.3	339.4
Suma	686.9	686.9

Los modelos de factor de crecimiento ponderado se pueden usar ahora para pronosticar el tráfico punto a punto.

Los factores de crecimiento son iguales a:

Central 1 $$G_1 = \frac{N_1^{(t)}}{N_1^{(0)}} = 1.5$$

Central 2 $G_2 = 1.0$

Central 3 $G_3 = 1.1$

A. Pronóstico de acuerdo a la fórmula 1 de Rapp:

A De	Central 1	 2	 3	 Suma
Centr. 1	37.5	38.1	62.4	138.0
Centr. 2	44.4	55.0	113.5	212.9
Centr. 3	83.1	87.7	170.5	341.3
Suma	165.0	180.8	346.4	692.2

B. Pronóstico de acuerdo a la fórmula 2 de Rapp:

A De	Central 1	 2	 3	 Suma
Centr. 1	37.5	38.6	65.0	141.1
Centr. 2	45.1	55.0	112.0	212.1
Centr. 3	86.7	92.6	170.5	349.8
Suma	169.3	186.2	347.5	703.0

C. Pronóstico de acuerdo a la fórmula APO:

A De	Central 1	 2	 3	 Suma
Centr. 1	37.5	38.8	62.8	139.1
Centr. 2	45.2	55.0	113.6	213.8
Centr. 3	83.8	87.8	170.5	342.1
Suma	166.5	181.9	346.9	695.0

Para la central 1, se puede ver que el tráfico total originado por línea principal ha disminuido desde el valor actual de 0.050 hasta entre 0.046 y 0.047.

Para la central 2, en cambio, el tráfico total originado por línea principal ha aumentado de 0.057 a casi 0.060.

Como el tráfico por línea principal en este caso se consideró como constante durante el período de pronóstico, las matrices obtenidas deben conciliarse con el estimado del tráfico total originado y el tráfico total de destino para cada central. El Método del Doble Factor de Kruithof se usa para este propósito.

De acuerdo a la fórmula 1 de Rapp:

A	Central	

De	1	2	3	Suma
Centr. 1	44.5	39.1	67.5	151.1
Centr. 2	45.8	49.0	106.7	201.5
Centr. 3	88.4	80.7	165.3	334.3
Suma	178.7	168.8	339.4	686.9

De acuerdo a la fórmula 2 de Rapp:

A	Central			
De	1	2	3	Suma
Centr. 1	43.6	38.3	69.6	151.1
Centr. 2	46.2	48.5	106.7	201.5
Centr. 3	89.2	82.0	163.1	334.3
Suma	178.7	168.8	339.4	686.9

De acuerdo a la fórmula de APO:

A	Central			
De	1	2	3	Suma
Centr. 1	44.0	39.5	67.6	151.1
Centr. 2	46.2	48.8	106.5	201.5
Centr. 3	88.5	80.5	165.3	334.3
Suma	178.7	168.8	339.4	686.9