الاتحـــاد الدولـــي للاتصـــالات

ITU-R

قطاع الاتصالات الراديوية في الاتحاد الدولي للاتصالات

التوصيـــة ITU-R TF.2018
(2012/08)

نقل إشارات التوقيت النسبي على مقربة من سطح الأرض وفي النظام الشمسي

السلسلة TF

إرسالات الترددات المعيارية وإشارات التوقيت

الاتحاد الدولي للاتصالات

تمهيـــد

يضطلع قطاع الاتصالات الراديوية بدور يتمثل في تأمين الترشيد والإنصاف والفعالية والاقتصاد في استعمال طيف الترددات الراديوية في جميع خدمات الاتصالات الراديوية، بما فيها الخدمات الساتلية، وإجراء دراسات دون تحديد لمدى الترددات، تكون أساساً لإعداد التوصيات واعتمادها.

ويؤدي قطاع الاتصالات الراديوية وظائفه التنظيمية والسياساتية من خلال المؤتمرات العالمية والإقليمية للاتصالات الراديوية وجمعيات الاتصالات الراديوية بمساعدة لجان الدراسات.

سياسة قطاع الاتصالات الراديوية بشأن حقوق الملكية الفكرية (IPR)

يرد وصف للسياسة التي يتبعها قطاع الاتصالات الراديوية فيما يتعلق بحقوق الملكية الفكرية في سياسة البراءات المشتركة بين قطاع تقييس الاتصالات وقطاع الاتصالات الراديوية والمنظمة الدولية للتوحيد القياسي واللجنة الكهرتقنية الدولية (ITU-T/ITU-R/ISO/IEC) والمشار إليها في الملحق 1 بالقرار ITU-R 1. وترد الاستمارات التي ينبغي لحاملي البراءات استعمالها لتقديم بيان عن البراءات أو للتصريح عن منح رخص في الموقع الإلكتروني http://www.itu.int/ITU-R/go/patents/en حيث يمكن أيضاً الاطلاع على المبادئ التوجيهية الخاصة بتطبيق سياسة البراءات المشتركة وعلى قاعدة بيانات قطاع الاتصالات الراديوية التي تتضمن معلومات عن البراءات.

سلاسل توصيات قطاع الاتصالات الراديوية

(يمكن الاطلاع عليها أيضاً في الموقع الإلكتروني http://www.itu.int/publ/R-REC/en)

السلسلة	العنـــوان
BO	البث الساتلي
BR	التسجيل من أجل الإنتاج والأرشفة والعرض؛ الأفلام التلفزيونية
BS	الخدمة الإذاعية (الصوتية)
BT	الخدمة الإذاعية (التلفزيونية)
F	الخدمة الثابتة
M	الخدمة المتنقلة وخدمة التحديد الراديوي للموقع وخدمة الهواة والخدمات الساتلية ذات الصلة
P	انتشار الموجات الراديوية
RA	علم الفلك الراديوي
RS	أنظمة الاستشعار عن بعد
S	الخدمة الثابتة الساتلية
SA	التطبيقات الفضائية والأرصاد الجوية
SF	تقاسم الترددات والتنسيق بين أنظمة الخدمة الثابتة الساتلية والخدمة الثابتة
SM	إدارة الطيف
SNG	التجميع الساتلي للأخبار
TF	**إرسالات الترددات المعيارية وإشارات التوقيت**
V	المفردات والمواضيع ذات الصلة

ملاحظة: *تمت الموافقة على النسخة الإنكليزية لهذه التوصية الصادرة عن قطاع الاتصالات الراديوية بموجب الإجراء الموضح في القرار ITU-R 1.*

النشر الإلكتروني
جنيف، 2013

التوصيـــة ITU-R TF.2018

نقل إشارات التوقيت النسبي على مقربة من سطح الأرض وفي النظام الشمسي

(2012)

مجال التطبيق

الغرض من هذه التوصية وضع الخوارزميات والإجراءات التقليدية العامة التي يجب استعمالها لدى مقارنة الميقاتيات على سطح الأرض وعلى متن منصات بعيدة عن الأرض ولكن داخل النظام الشمسي. وتُحدد هذه العبارات صراحةً في نظرية النسبية العامة المقبولة حالياً لتشكيل الأساس للأنظمة المرجعية المكانية-الزمانية. ومن المتوخى أن تستعمل هذه الخوارزميات والإجراءات لمقارنة الميقاتيات على متن سواتل الأرض والمركبات الفضائية فيما بين الكواكب وسطوح أجرام النظام الشمسي.

إن جمعية الاتصالات الراديوية للاتحاد الدولي للاتصالات،

إذ تضع في اعتبارها

أ) أنه يستحسن الحفاظ على تنسيق إشارات التوقيت والترددات المعيارية على منصات تعمل على مقربة من سطح الأرض وفي النظام الشمسي؛

ب) أن الوسائل الدقيقة لنقل إشارات التوقيت والترددات مطلوبة من أجل تلبية احتياجات ضبط التوقيت والملاحة والعلوم وأنظمة في المستقبل على مقربة من سطح الأرض وفي النظام الشمسي؛

ج) أن الميقاتيات تخضع لتغيرات التوقيت والترددات تبعاً للمسير بسبب حركتها وظروف كمون الثقالة التي تعمل فيها؛

د) أنه ينبغي أن يحدد بوضوح الأساس المفاهيمي لنقل إشارات التوقيت والترددات؛

ه) أن الإجراءات اللازمة لنقل إشارات التوقيت والترددات على مقربة من سطح الأرض وعبر الأجرام السماوية والمركبات الفضائية في النظام الشمسي تقتضي استعمال الخوارزميات الرياضية التي تحتسب التأثيرات النسبية؛

و) أن متطلبات الإحكام والدقة في نقل إشارات التوقيت والترددات على مقربة من سطح الأرض وفي النظام الشمسي تتوقف على خصوصية التطبيق،

توصي

باستخدام الخوارزميات الرياضية التي تحتسب التأثيرات النسبية في نقل إشارات التوقيت والترددات على النحو الوارد في الملحق 1، حسب الاقتضاء.

الملحق 1

الهدف

إن الغرض من هذه التوصية هو رفع مستوى الوعي بالحاجة إلى معالجة مؤثرات النسبية في ضبط التوقيت والملاحة والعلوم وأنظمة الاتصالات. وتعيد هذه التوصية إلى الأذهان المفاهيم والإجراءات الأساسية التي ينبغي تطبيقها في تحليل هذه الأنظمة. ولم تبذل أي محاولة لوصف تفاصيل أي نظام معين. بل إن الهدف هو أن توفر المعلومات المقدمة هنا مرجعاً ملائماً ونقطة انطلاق لتطبيقات محددة.

ومن التطبيقات الهامة لهذه التوصية المقارنة بين أوقات الساعة المسجلة بالميقاتيات على متن المركبات الفضائية في المدار حول الأرض، وفي الفضاء بين الكواكب، وعلى أسطح الكواكب مع أوقات الساعة التي سجلتها الميقاتيات على سطح الأرض. والإطار الزمني المناسب للقياسات الأرضية هو التوقيت العالمي المنسق (UTC). ولذلك، يمكن أن يتمثل الهدف في إقامة الصلة بين أوقات الساعة المسجلة بالميقاتيات، أينما كانت على مقربة من الأرض وفي النظام الشمسي، وبين أوقات الميقاتيات على سطح الأرض التي تقيس التوقيت العالمي المنسق.

وتستند المناقشة التالية إلى *اصطلاحات الهيئة الدولية المعنية بدوران الأرض (IERS) (2010)*، وكتيب قطاع الاتصالات الراديوية بشأن *نقل إشارات التوقيت والترددات الساتلية ونشرها* (2010)، و*الميترولوجيا* (2011) بقلم Nelson، و*الميترولوجيا* (2005) بقلم Petit وWolf. ويمكن للمستخدمين الرجوع إلى تلك المنشورات والمراجع المشار إليها للاطلاع على مزيد من التفاصيل.

الإطار النسبي

عُرّفت قرارات المنظمات العلمية الدولية الإطار النسبي للأنظمة المرجعية المكانية-الزمانية. وأهم هذه القرارات:

1) قرار الاتحاد الفلكي الدولي (IAU) A4 (1991) الذي يعرّف النظام المرجعي السماوي المتمركز في مركز الأرض (GCRS) والنظام المرجعي السماوي المتمركز في مركز الكتلة (BCRS) وإحداثياتهما الزمنية. ويُدخل قرار الاتحاد الفلكي الدولي B1 (2000) مزيداً من التحسينات على تعريف BCRS.

2) القرار 2 للاتحاد الدولي للجيوديسياء والجيوفيزياء (IUGG) (2007) الذي يعرّف النظام المرجعي الأرضي المتمركز في مركز الأرض (GTRS)، إلى جانب النظام المرجعي الأرضي الدولي (ITRS).

وتتبع التسميات المستخدمة في هذه الوثيقة تلك المستخدمة في التوصيات السالفة لقطاع الاتصالات الراديوية، وتُمكن إقامة صلة الوصل بينها وبين إطار IAU/IUGG على النحو التالي: في هذه التوصية، يُصطلح على تسمية النظام المرجعي السماوي المتمركز في مركز الأرض (GCRS) نظام الإحداثيات الثقالي المتمركز في مركز الأرض (ECI) ويُصطلح على تسمية النظام المرجعي الأرضي المتمركز في مركز الأرض (GTRS) (النظام المرجعي الأرضي الدولي (ITRS)، في الممارسة العملية) نظام الإحداثيات المثبت في الأرض والمتمركز في مركز الأرض (ECEF) ويُصطلح على تسمية النظام المرجعي السماوي المتمركز في مركز الكتلة (BCRS) نظام الإحداثيات المتمركز في مركز الكتلة.

التعاريف

التوقيت الأصولي

التوقيت الأصولي (τ) هو القراءة الفعلية للميقاتية أو التوقيت المحلي في الإطار المرجعي للميقاتية.

توقيت الإحداثيات

توقيت الإحداثيات (t) هو متغير مستقل في معادلات حركة الأجرام المادية ومعادلات انتشار الموجات الكهرمغنطيسية. وهو إحداثية رياضية في نظام الإحداثيات المكانية-الزمانية رباعي الأبعاد. وخلال حدث معين، يتخذ توقيت الإحداثيات نفس القيمة في كل مكان. ولا تقاس تواقيت الإحداثيات، بل تُحسب من التواقيت الأصولية للميقاتيات.

الفاصل المكاني-الزماني

تعتمد العلاقة بين التوقيت الأصولي وتوقيت الإحداثيات على موضع الميقاتية وحالة حركتها في بيئتها الثقالية وهي تُشتق من تكامل الفاصل المكاني-الزماني. وبمقارنة التوقيتين الأصوليين لميقاتيتين، يستغنى عن توقيت الإحداثيات في نهاية المطاف. وبالتالي فإن النقل النسبي لإشارة التوقيت بين ميقاتيتين مستقل عن نظام الإحداثيات. ويمكن اختيار نظام الإحداثيات لا على التعيين حسب مقتضى الحال.

وبوجه عام، يوصف الفاصل المكاني-الزماني بما يلي:

$$ds^2 = g_{\mu\nu}\ dx^{\mu}\, dx^{\nu} = g_{00}\ c^2\, dt^2 + 2\, g_{0j}\, c\, dt\, dx^j + g_{ij}\ dx^i\ dx^j \qquad (1)$$

حيث:

$g_{\mu\nu}$: مكونات المقياس.

ويتخذ المؤشر الإغريقي مدى القيم 0 و1 و2 و3 فيما يتخذ المؤشر اللاتيني مدى القيم 1 و2 و3. ويعني تكرار المؤشر جمعاً على ذلك المؤشر. ويعتمد المقياس على احتمالات الثقالة وعلى السرعة الزاويّة والتسارع الخطي للإطار المرجعي. وبعد تحويل الإحداثيات، يظل الفاصل المكاني-الزماني دون تغيير. وهكذا يتحول المقياس $g_{\mu\nu}$ كممتد بمتغير مشترك من المرتبة الثانية.

وتعطى العبارة العامة للعلاقة بين التوقيت الأصولي τ وإحداثيات نظام الإحداثيات المختار، المؤلف من توقيت الإحداثيات $x^0 \equiv ct$ والإحداثيات المكانية x^i، كما يلي:

$$ds^2 = g_{00}\ c^2\ dt^2\ + 2g_{0j}\, c\ dt\ dx^j + g_{ij}\ dx^i\ dx^j = -c^2 d\tau^2 \qquad (2)$$

حيث:

τ: التوقيت الأصولي.

وبالتالي $dt = d\tau$ لميقاتية ساكنة في إطار مرجعي ثقالي يكون فيه $dx^i = 0$ و$g_{00} = 1 -$ و$g_{0j} = 0$ و$g_{0j} = \delta_{ij}$. ويكون توقيت الإحداثيات المنقضي الموافق للتوقيت الأصولي المقيس المسجل بميقاتية على طول المسير بين النقطتين A وB كما يلي:

$$\Delta t = \pm \int_A^B \frac{1}{\sqrt{-g_{00}}} \sqrt{1 + \frac{1}{c^2}\left(g_{ij} + \frac{g_{0i}\, g_{0j}}{-g_{00}}\right)\frac{dx^i}{d\tau}\frac{dx^j}{d\tau}}\ d\tau + \frac{1}{c}\int_A^B \frac{g_{0j}}{-g_{00}}\frac{dx^j}{d\tau}\, d\tau \qquad (3)$$

ويكون الفاصل المكاني-الزماني لإشارة كهرمغنطيسية كما يلي:

$$ds^2 = g_{00}\, c^2\, dt^2 + 2\, g_{0j}\, c\ dt\, dx^j + g_{ij}\, dx^i\, dx^j = 0 \qquad (4)$$

وسرعة الضوء هي c في كل إطار مرجعي ثقالي. ويكون توقيت الإحداثيات المنقضي للانتشار على طول المسير بين النقطتين A وB كما يلي:

$$\Delta t = \pm \frac{1}{c}\int_A^B \frac{1}{\sqrt{-g_{00}}} \sqrt{\left(g_{ij}\ + \frac{g_{0i}\, g_{0j}}{-g_{00}}\right) dx^i\, dx^j}\ \ + \frac{1}{c}\int_A^B \frac{g_{0j}}{-g_{00}}\, dx^j \qquad (5)$$

وتمثل عبارة $\gamma_{ij} \equiv g_{ij} + g_{0i}\, g_{0j} \,/\, (-g_{00})$ مقياس المكان ثلاثي الأبعاد، فيما تمثل عبارة $d\rho = \sqrt{\gamma_{ij}\ dx^i\ dx^j}$ الزيادة في المسافة ثلاثية الأبعاد.

سلالم التوقيت

سلالم التوقيت الذري

إن سلم التوقيت الأساسي القائم على الميقاتيات الذرية هو التوقيت الذري الدولي (TAI)، الذي يُحسب في المكتب الدولي للأوزان والمقاييس (BIPM) من المتوسط المرجح لقراءات الميقاتيات الذرية في مختبرات توقيت موزعة في جميع أنحاء العالم. وهو سلم توقيت مرجعي مستمر دون درجات.

وسلم التوقيت الذري لضبط التوقيت المدني هو التوقيت العالمي المنسق (UTC)، الذي يختلف عن التوقيت الذري الدولي (TAI) بعدد صحيح من الثواني. وفي عام 2011، كانت العلاقة بينهما كما يلي: UTC = TAI – 34s. ويُنشر التوقيت العالمي المنسق كل شهر في *الرسالة المعممة T* من المكتب الدولي للأوزان والمقاييس (BIPM) على شكل الاختلافات من فرادى التحويلات المختبرية UTC(*k*).

سلالم توقيت الإحداثيات

إن توقيت الإحداثيات المتمركز في مركز الأرض (TCG) هو توقيت الإحداثيات في نظام إحداثيات أصله في مركز الأرض (ECI أو ECEF).

أما التوقيت الأرضي (TT) فهو توقيت إحداثيات آخر معدل قياسياً من توقيت الإحداثيات المتمركز في مركز الأرض بحيث يكاد يمتلك نفس معدل التوقيت الأصولي لميقاتية ساكنة على المجسم الأرضي. والمجسم الأرضي هو سطح ذو كمون ثقالة ثابت أقرب ما يكون إلى متوسط مستوى سطح البحر. وتعرَّف العلاقة بين TCG وTT بحيث $d\mathrm{TT}/d\mathrm{TCG} \equiv 1 - L_G$، حيث $L_G \equiv 6{,}969\ 290\ 134 \times 10^{-10} \approx 60.2\ \mu\mathrm{s/d}$ على النحو الذي يجري بحثه أدناه بعد المعادلة (18). وقيمة L_G هي ثابتة محددة. وبناءً على ذلك،

$$TCG - TT = L_G TCG = \frac{L_G}{1 - L_G}\left(TT - TT_0\right)$$

$$TCG - TT = L_G\left(TCG - TCG_0\right) = \frac{L_G}{1 - L_G}\left(TT - TT_0\right) \qquad (6)$$

حيث:

TCG_0 وTT_0: يقابلان JD 2443144,5 TAI (1977 يناير 1، الساعة 0). أما التحويل العملي للتوقيت الأرضي (*TT*) فهو كما يلي:

$$TT = TAI + 32{,}184\ \mathrm{s}. \qquad (7)$$

وتوقيت الإحداثيات المتمركز في مركز الكتلة (TCB) هو توقيت الإحداثيات في نظام إحداثيات أصله في مركز كتلة النظام الشمسي. ويكون فرق توقيت الإحداثيات بين *TCG* و*TCB* تحويلاً يعتمد على التوقيت والموضع بترتيب $1 / c^2$

$$TCB - TCG = \frac{1}{c^2}\int_{t_0}^{t}\left(U_{ext}\left(\mathrm{r}_E\right) + \frac{1}{2}v_E^2\right)dt + \frac{1}{c^2}\mathrm{v}_E(t)\cdot \mathrm{R}(t) \qquad (8)$$

حيث:

$\mathbf{R}(t) = \mathbf{x} - \mathbf{x}_E$: متجه موضع معتمد على التوقيت بالنسبة إلى مركز الأرض

x: موضع الراصد المتمركز في مركز الكتلة، ويرمز الرمزان $\mathbf{x}_e$ و$\mathbf{v}_e$ إلى موضع وسرعة مركز كتلة الأرض في إطار التمركز في مركز الكتلة.

ويمكن التعبير عن هذه المعادلة بالشكل التالي:

$$TCB - TCG = L_C \times (TCB - TCB_0) + P(TCB) - P(TCB_0) + \frac{1}{c^2}\mathbf{v}_E(\mathbf{x} - \mathbf{x}_E) \quad (9)$$

حيث:

$$Lc = 1{,}480\ 826\ 867\ 41 \times 10^{-8} \approx 1{,}28 \quad \text{ms/d.}$$

وفي هذه العبارة، يمثل الرمز P سلسلة من المُدد الدورية. والمدة الأخيرة نهارية على سطح الأرض، باتساع يقل عن 2,1 µs.

وفيما يلي صيغة بديلة للمعادلة (9) (*اصطلاحات الهيئة الدولية المعنية بدوران الأرض (IERS) (2010)*، الفصل 10)

$$TCB - TCG = \frac{L_C \times (TT - TT_0) + P(TT) - P(TT_0)}{1 - L_B} + \frac{1}{c^2}\mathbf{v}_E(\mathbf{x} - \mathbf{x}_E) \quad (10)$$

حيث:

$L_B \equiv 1{,}550\ 519\ 768 \times 10^{-8} \approx 1{,}34$ ms/d و TT هما عمدة التوقيت.

وقيمة L_B هي ثابت محدد.

ويبلغ الاتساع الأقصى للمُدد الدورية المشار إليها برمز $P(TT)$ نحو 1,6 ms ويمكن تقييمها بالنموذج التحليلي "FB" (Fairhead وBretagnon، 1990). وبدلاً من ذلك، يمكن للتقويم الفلكي بالتوقيت العددي مثل TE405 (Irwin وFukushima، 1999) أن يوفر المُدد الدورية $P(TT) - P(TT_0)$ التي توفر القيم بدقة ± 0,1 ns من عام 1600 حتى عام 2200. وجرت مواءمة السلسلة HF2002 مع تقويم TE405. وتوفر السلسلة HF2002 قيمة $L_C\ (TT - TT_0) + P(TT) - P(TT_0)$ كدالة للتوقيت الأرضي (TT) خلال السنوات 1600–2200 (Harada وFukushima، 2003). وتختلف هذه المواءمة عن تقويم TE405 بأقل من 3 ns على مدى السنوات 1600–2200 مع وجود خطأ فعال (rms) قدره ± 0,5 ns.

والفرق بين TCB وTT هو:

$$TCB - TT = (TCB - TCG) + TCG - TT) = L_B\ TCB + (1 - L_G)\left(P + \frac{1}{c^2}\mathbf{v}_E \cdot \mathbf{R}\right) \quad (11)$$

ويتألف التحويل من TCB إلى TCG من تخالف متوسط في المعدل، $\langle dTCG/dTCB \rangle \equiv 1 - L_C$، ومن مُدد دورية. أما التحويل من TCG إلى TT فهو تخالف دقيق في المعدل، $dTT/dTCG \equiv 1 - L_G$. وبالتالي فإن التحويل من TCB إلى TT هو تخالف متوسط في المعدل.

$$\langle dTT/dTCB \rangle = (dTT/dTCG)\langle dTCG/dTCB \rangle = (1 - L_G)(1 - L_C) \quad (12)$$

ومن التعريف L_B ، $(1 - L_G)(1 - L_C) \approx (1 - L_B)$، يمكن التعبير عن المعادلة (12) بصيغة $\langle dTT/dTCB \rangle = (1 - L_B)$ بدقة أجزاء قليلة من 10^{18}.

وعلى غرار التوقيت الأرضي (TT)، فإن التوقيت الدينامي المتمركز في مركز الكتلة (TDB) هو توقيت إحداثيات آخر في نظام متمركز في مركز الكتلة معدل قياسياً بحيث يكاد يمتلك نفس معدل التوقيت الأرضي. وتحدَد العلاقة بين TCB وTDB بحيث $dTDB/dTCB \equiv 1 - L_B$.

المؤثرات النسبية على الميقاتيات

في المناقشة التالية، يُنظر في التحويل بين التوقيت الأصولي لميقاتية مثالية (تحويل يحقق بالضبط ثانية نظام الوحدات الدولي (SI)) وبين توقيت الإحداثيات في أنظمة الإحداثيات المتمركزة في مركز الأرض وفي مركز الكتلة.

نظام الإحداثيات الثقالي المتمركز في الأرض

إن توقيت الإحداثيات المرتبط بنظام الإحداثيات الثقالي المتمركز في مركز الأرض (ECI) هو توقيت الإحداثيات المتمركز في مركز الأرض (TCG). ومن خلال مُدد بمرتبة $1/c^2$، تكون مكونات الممتد المقياسية في نظام الإحداثيات هذا هي $-g_{00} = 1 - 2\,U/c^2$ و$g_{0j} = 0$ و$g_{ij} = (1 + 2\,U/c^2)\,\delta_{ij}$ حيث U هو الكمون الثقالي. ويكون ما انقضى من توقيت الإحداثيات المتمركز في مركز الأرض في نظام الإحداثيات الثقالي المتمركز في مركز الأرض يقابل ما انقضى من التوقيت الأصولي كما تسجله ميقاتية تتحرك على طول المسير بين النقطتين A وB بسرعة موجهة v تعطى بالمعادلة:

$$\Delta t = \int_A^B \left(1 + \frac{1}{c^2}U + \frac{1}{2}\,\frac{1}{c^2}\mathrm{v}^2\right) d\tau \qquad (13)$$

ويمكن التعبير عن كمون الأرض على مسافة شعاعية r، وخط عرض ϕ متمركز في مركز الأرض، وخط طول λ كتوسع في التوافقيات الكروية على النحو التالي:

$$U(r,\phi,\lambda) = \frac{GM}{r}\left\{1 + \sum_{n=2}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\left(\frac{R_E}{r}\right)^n P_{nm}(\sin\phi)\left(C_{nm}\cos m\lambda + S_{nm}\sin m\lambda\right)\right\}$$

$$= \frac{GM}{r}\left\{1 - \sum_{n=2}^{\infty}J_n\left(\frac{R_E}{r}\right)^n P_n(\sin\phi) - \sum_{n=2}^{\infty}\sum_{m=1}^{n}\left(\frac{R_E}{r}\right)^n P_{nm}(\sin\phi)(J_{mn}\cos m\lambda + K_{mn}\sin m\lambda\right\} \qquad (14)$$

حيث:

GM: ثابت الثقالة للأرض

R_E: نصف قطر الأرض الاستوائي

$P_n(\sin\phi)$: العوامل متعدد حدود Legendre من الدرجة n

$P_{nm}(\sin\phi)$: العوامل دوال Legendre المرتبطة من الدرجة n والمرتبة m.

ويتصل خط العرض ϕ المتمركز في مركز الأرض بخط العرض الجغرافي φ بواسطة $\tan\phi = (1 - f^2)\tan\varphi$، حيث f هو التسطيح.

وللتطبيقات العملية قد يكتفى بإدراج التصحيح الأول للتفلطح وتقريب كمون الثقالة كما يلي:

$$U = \frac{GM}{r} - J_2\left(\frac{R_E}{r}\right)^2 P_2(\sin\phi) = \frac{GM}{r} + J_2\left(\frac{R_E}{r}\right)^2(1 - 3\sin^2\phi) \qquad (15)$$

1) الميقاتية الساكنة على المجسم الأرضي

بالنسبة إلى الميقاتية الساكنة على سطح الأرض الدوار، تقتضي الضرورة احتساب السرعة الموجهة للميقاتية $\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$ في نظام إحداثيات ECI، حيث $\boldsymbol{\omega}$ هي السرعة الموجهة الزاوّية للأرض و$\mathbf{r}$ هو موضع الميقاتية. وبالتالي يكون الوقت المنقضي بتوقيت الإحداثيات المتمركز في مركز الأرض (TCG) فيما تسجل الميقاتية الوقت الأصولي ($\Delta\tau$) كما يلي:

$$\Delta t = \int_A^B \left(1 + \frac{1}{c^2} U + \frac{1}{2} \frac{1}{c^2} (\omega \times r)^2 \right) d\tau = \int_A^B \left(1 + \frac{1}{c^2} W \right) d\tau \tag{16}$$

حيث:

$$W = U + \frac{1}{2}(\omega \times \mathbf{r})^2 = U + \frac{1}{2}\omega^2 r^2 \cos^2 \phi$$: كمون الثقالة

وبما أن كمون الثقالة، W_0، ثابت على سطح المجسم الأرضي، يمكن تقييمه على خط الاستواء ويعطى تقريباً بالمعادلة التالية:

$$W_0 \approx \frac{GM}{R_E}\left(1 + \frac{1}{2} J_2\right) + \frac{1}{2}\omega^2 R_E^2 \tag{17}$$

ويبلغ أفضل تقدير حالي لكمون الثقالة، W_0، $6{,}2636856 \times 10^7\ \mathrm{m^2/s^2}$. ووفقاً للمعادلة (16)، يكون توقيت الإحداثيات المتمركز في مركز الأرض (TCG) في نظام الإحداثيات الثقالي المتمركز في مركز الأرض (ECI) والذي يقابل التوقيت الأصولي ($\Delta\tau_0$) الذي تقيسه ميقاتية ساكنة على المجسم الأرضي، كما يلي:

$$\Delta t \equiv TCG = (1 + W_0 / c^2)\, \Delta\tau_0 \cong (1 + L_G)\, \Delta\tau_0 \tag{18}$$

حيث:

$$L_G \equiv 6{,}969\,290\,134 \times 10^{-10}$$

وتعرَّف قيمة L_G اصطلاحاً على أنها ثابت. وهي تمثل أفضل قيمة متاحة للكسر W_0 / c^2 في وقت تعريفها في عام 2000. ويتم الحصول على التوقيت الأرضي (TT) بتعديل توقيت الإحداثيات المتمركز في مركز الأرض (TCG) قياسياً بعامل $1 - L_G$. ومن ثم:

$$\Delta t' \equiv \mathrm{TT} = (1 - L_G)\, \mathrm{TCG} \tag{19}$$

ويترتب على ذلك $\mathrm{TT} = (1 - L_G)(1 + L_G)\, \Delta\tau_0 \cong \Delta\tau_0$ بدقة بضعة أجزاء من 10^{18}.

2) الميقاتية على متن الساتل

بالنسبة إلى ميقاتية على متن الساتل يدور في مدار حول الأرض، يمكن اعتبار المدار كبلرياً (غير مضطرب) في أول تقدير تقريبي. ويساوي الكمون على مسافة r من مركز الأرض حوالي $U = GM / r$. وبالتالي تكون الزيادة في توقيت الإحداثيات المتمركز في مركز الأرض (TCG) كما يلي:

$$\Delta t = \int_A^B \left(1 + \frac{1}{c^2}\frac{GM}{r} + \frac{1}{2}\frac{1}{c^2}\mathrm{v}^2\right) d\tau \tag{20}$$

وتحدَد السرعة الموجهة v للساتل بالحفاظ على الطاقة في وحدة الكتلة $\mathcal{E}$:

$$\varepsilon = \frac{1}{2}\mathrm{v}^2 - U = \frac{1}{2}\mathrm{v}^2 - \frac{GM}{r} = -\frac{GM}{2a} \tag{21}$$

حيث:

a: المحور المداري شبه الرئيسي.

ولذلك، يكون توقيت الإحداثيات المنقضي في هذا الترتيب كما يلي:

$$\Delta t = \int_A^B \left(1 - \frac{1}{c^2}\frac{GM}{2a} + \frac{1}{c^2}\frac{2GM}{r}\right) d\tau = \left(1 - \frac{1}{c^2}\frac{GM}{2a}\right)\Delta\tau + \frac{2GM}{c^2}\int_{t_0}^{t}\frac{1}{r}\,dt \quad (22)$$

يُستعاض في التكامل الثاني عن $d\tau$ بمدة dt لأن هذه المدة هي تصحيح نسبي بمرتبة $1/c^2$. وفي مدار كبلري تكون المسافة الشعاعية $r = a\,(1 - e \cos E)$، حيث e هي اللاتمركزية المدارية وE هو الشذوذ اللاتمركزي. ويحدَد الشذوذ اللاتمركزي من متوسط الشذوذ بمعادلة كبلر، $M \equiv n\,\Delta t = E - e \sin E$، حيث متوسط الحركة هو $n \equiv 2\pi / T = \sqrt{GM / a^3}$ وT هو الدور المداري. ولذلك، فإن ما انقضى من توقيت الإحداثيات المتمركز في مركز الأرض (TCG) فيما تسجل الميقاتية التوقيت الأصولي ($\Delta\tau$)، يساوي تقريباً:

$$\Delta t = \int_A^B \left(1 - \frac{1}{c^2}\frac{GM}{2a} + \frac{1}{c^2}\frac{2GM}{r}\right) d\tau = \left(1 + \frac{3}{2}\frac{1}{c^2}\frac{GM}{a}\right)\Delta\tau + \frac{2}{c^2}\sqrt{GM\,a}\,e \sin E \quad (23)$$

والمدة الثانية هي تصحيح دوري بسبب اللاتمركزية المدارية التي تؤدي إلى التغير المتبقي في المسافة والسرعة الموجهة، وتعطى كما يلي:

$$\Delta t_{\text{eccentricity}} = \frac{2}{c^2}\sqrt{GM\,a}\,e \sin E = \frac{2}{c^2}\,\mathbf{v} \cdot \mathbf{r} \quad (24)$$

ويُفترض في هذه العبارة استخدام عناصر كبلرية (غير مضطربة).

ولمقارنة التوقيت الأصولي لميقاتية على متن ساتل مع التوقيت الأصولي لميقاتية ساكنة على المجسم الأرضي، لا بد من تحويل TCG إلى TT. ويتم الحصول على (TT) بالمعادلتين (19) و(20):

$$\Delta t' = (1 - L_G)\,\Delta t = \int_A^B \left\{1 + \frac{1}{c^2}(U - W_0) + \frac{1}{2}\frac{1}{c^2}\mathrm{v}^2\right\} d\tau \quad (25)$$

ولذلك، بما أن $\Delta t' \approx \Delta\tau_0$، يكون الفاصل الزمني للتوقيت الأصولي المسجَّل بميقاتية ساكنة على المجسم الأرضي الذي يقابل الفاصل الزمني للتوقيت الأصولي المسجَّل بميقاتية على متن الساتل، كما يلي:

$$\Delta\tau_0 = \left[1 + \frac{3}{2}\frac{1}{c^2}\frac{GM}{a} - \frac{1}{c^2}W_0\right]\Delta\tau + \frac{2}{c^2}\sqrt{GM\,a}\,e \sin E \quad (26)$$

حيث:

GM: ثابت الثقالة للأرض

R_E: نصف قطر الأرض الاستوائي.

في مستوى دقة زمنية أقصر من النانو ثانية، من الضروري أن تؤخذ في الاعتبار الاضطرابات المدارية الناجمة عن توافقيات كمون ثقالة الأرض، وتأثيرات المد والجزر للقمر والشمس، وضغط الإشعاع الشمسي. وعلى هذا المستوى من الدقة، ينتج الاضطراب J_2 تغيرات في $\mathbf{r}$ و$\mathbf{v}$ تنتج مؤثرات دورية إضافية بمرتبة 0,1 ns.

ولاحتساب الاضطراب J_2 تماماً في كمون المعادلة (15)، من الضروري إجراء التكامل العددي للمدار والتكامل العددي للمعادلة (20). وينبغي أيضاً النظر في تأثيرات المد والجزر للقمر والشمس، وضغط الإشعاع الشمسي.

وفي المدارات الأرضية المنخفضة، تُعتبر التوافقيات الثقالية المناطقية والكروية مهمة. ولا يبقى تصحيح اللاتمركزية المعتاد في المعادلة (24) دقيقاً. وفي هذه الحالة، يفضَّل إجراء التكامل للمدار وإجراء التكامل للمعادلة (20) عددياً بما في ذلك التوافقيات ذات المرتبة الأعلى لكمون ثقالة الأرض.

نظام الإحداثيات المثبت في الأرض والمتمركز في مركز الأرض

من خلال مُدد بمرتبة $1/c^2$، تكون المكونات المقياسية هي $-g_{00} = 1 - 2\ U/c^2 - (\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r})^2/c^2 = 1 - 2W/c^2$ و $g_{0j} = (\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r})_j/c$ و $g_{ij} = \delta_{ij}$. وفي نظام الإحداثيات المثبت في الأرض والمتمركز في مركز الأرض (ECEF) الدوار الذي يستخدم توقيت الإحداثيات (TT)، يكون توقيت الإحداثيات المنقضي:

$$\Delta t' = \int_A^B \left(1 - \frac{1}{c^2}\, g\, h + \frac{1}{2}\frac{1}{c^2}\,\mathrm{v}'^2\right) d\tau + \frac{1}{c^2}\int_A^B (\omega\times\mathbf{r})\cdot\mathbf{v}'\,\mathrm{d}\tau \tag{27}$$

حيث:

h: العلو عن المجسم الأرضي

g: التسارع المحلي للثقالة

v': السرعة الموجهة للميقاتية بالنسبة إلى المجسم الأرضي.

ويُفترض قصر العلو h. وتوخياً للدقة العالية، ينبغي احتساب تغير التسارع المحلي للثقالة (g) بتغير خطوط العرض والارتفاع.

والتكامل الثاني هو مؤثر سانياك (Sagnac) لميقاتية منقولة. ويمكن التعبير عن ذلك على النحو التالي:

$$\Delta t_{Sagnac} = \frac{1}{c^2}\int_A^B (\omega\times\mathbf{r})\cdot\mathbf{v}'\ d\tau = \frac{1}{c^2}\int_A^B (\omega R\ \cos\phi)(v'\ \cos\theta)\, d\tau = \frac{\omega R^2}{c^2}\int_A^B \cos^2\phi\, d\lambda \tag{28}$$

أو على النحو التالي:

$$\Delta t_{Sagnac} = \frac{\omega R^2}{c^2}\int_A^B \cos^2\phi\ d\lambda = \frac{2\omega A}{c^2} \tag{29}$$

حيث:

R: نصف قطر الأرض

ϕ: خط العرض

λ: خط الطول

$\mathrm{v}'\cos\theta$: مكون السرعة الموجهة شرقاً

A: إسقاط على المستوي الاستوائي للمساحة التي كنسها متجه الموضع بالنسبة إلى مركز الأرض (إيجابي للاتجاه شرقاً وسلبي للاتجاه غرباً).

ويكون التصحيح إيجابياً لميقاتية تتحرك شرقاً، وسلبياً لميقاتية تتحرك غرباً.

نظام الإحداثيات المتمركز في مركز الكتلة

يكون الفاصل الزمني لنظام الإحداثيات المتمركز في مركز الكتلة (TCB) الموافق للفاصل الزمني بالتوقيت الأصولي، $\Delta\tau = \tau - \tau_0$، كما يلي:

$$TCB = \int_{\tau_0}^{\tau}\left(1+\frac{1}{c^2}U_E(\mathbf{R})+\frac{1}{2}\frac{1}{c^2}\left|\mathbf{R}\right|^2\right)d\tau+\frac{1}{c^2}\int_{\tau_0}^{\tau}\left(U_{ext}(\mathbf{r}_E)+\frac{1}{2}\mathrm{v}_E^2\right)d\tau+\frac{1}{c^2}\mathbf{v}_E\cdot\mathbf{R}\Big|_{\tau 0}^{\tau} \qquad (30)$$

حيث:

$U_E(\mathbf{r})$: ثقالة الأرض النيوتونية

$U_{\mathrm{ext}}(\mathbf{r})$: الثقالة النيوتونية الخارجية لكل أجرام النظام الشمسي باستثناء الأرض.

نظام الإحداثيات لأجرام النظام الشمسي

لإجراء مقارنات بين الميقاتيات على سطح جرم M من أجرام النظام الشمسي وعلى سطح الأرض، تلزم عدة تحويلات. فيجب تحويل التواقيت الأصولية للميقاتيات إلى توقيت أرضيٍ (*TT*) بالنسبة للميقاتيات المتجهة إلى الأرض، وإلى توقيت الجرم M (*TM*) بالنسبة للميقاتيات المتجهة إلى ذلك الجرم. إذاً، يجرى التحويل الأول من *TT* إلى *TCB* والثاني هو التحويل المقابل من *TCB* إلى *TM*. وتكون تحويلات الإحداثيات كما يلي:

$$TCB - TT = (L_C + L_G)\ TCB + P + \mathbf{v}_{\mathrm{E}} \cdot \mathbf{R} / c^2 \qquad (31)$$

و

$$TCB - TM = (L_{CM} + L_M)\ TCB + P + \mathbf{v}_{\mathrm{M}} \cdot \mathbf{R} / c^2 \qquad (32)$$

وفي هذه المعادلات، تسري كل من المدد الدورية *P* وموضع المتجه *R* على الأرض وجرم الكواكب (M)، على التوالي. والفرق بين *TM* و*TT* هو:

$$TM - TT = (TCB - TT) - (TCB - TM) \qquad (33)$$

ففي حالة المريخ مثلاً، $L_{CM} = 0{,}972 \times 10^{-8} \approx 0{,}84$ ms/d, $L_M = 1{,}403 \times 10^{-10} \approx 12.1$ µs/d. ويبلغ معدل الانسياق 0,49 ms/d. ويبلغ اتساعا المدتين الدوريتين 1,7 ms في الدور المداري للأرض (365,2422 يوماً) و11,4 ms في الدور المداري للمريخ (687 يوماً).

انتشار إشارة كهرمغنطيسية

تتناول هذه الفقرة حساب توقيت الإحداثيات لانتشار إشارة كهرمغنطيسية عندما يعطى موضعا المرسل والمستقبل كلاهما، على النحو الوارد في أنظمة إحداثيات ECI وECEF والإحداثيات المتمركزة في مركز الكتلة.

وتسري هذه المعادلات في جميع الحالات. على وجه الخصوص، لا بد من استخدامها عند تعيين معلمات الميقاتيات على متن السواتل المسيّرة إلى ميقاتيات على سطح الأرض.

نظام الإحداثيات الثقالي المتمركز في مركز الأرض

عند النظر في حساب نظام الإحداثيات الثقالي المتمركز في مركز الأرض (ECI)، يمكن اعتبار توقيت إحداثيات الانتشار (TCG) مجموع الجزء الهندسي والجزء الثقالي. أما الجزء الهندسي فهو:

$$\Delta t \approx \frac{1}{c}\int_{path}\sqrt{g_{ij}\ dx^i\ dx^j} = \frac{\rho}{c} \qquad (34)$$

حيث:

$g_{ij} \approx \delta_{ij}$

ρ: طول المسير الهندسي.

فإذا ما أُرسلت الإشارة في توقيت الإحداثيات t_T واستُقبلت في توقيت الإحداثيات t_R، يكون توقيت إحداثيات الانتشار (TCG) عبر المسير كما يلي:

$$\Delta t = \frac{\rho}{c} = \frac{1}{c}\left|\mathbf{r}_R(t_R) - \mathbf{r}_T(t_T)\right| \approx \frac{1}{c}\left|\Delta\mathbf{r} + \mathbf{v}_R(t_R - t_T)\right| \approx \frac{1}{c}\left|\Delta\mathbf{r}\right| + \frac{1}{c^2}\Delta\mathbf{r}\cdot\mathbf{v}_R \qquad (35)$$

وحيثما يكون موضع المرسل $\mathbf{r}_T$ وموضع المستقبل $\mathbf{r}_R$ والسرعة الموجهة $\mathbf{v}_R$، يكون الفرق بين موضع المستقبل والمرسل في توقيت إحداثيات الإرسال (t_T) كالتالي: $\Delta\mathbf{r} \equiv \mathbf{r}_R(t_T) - \mathbf{r}_T(t_T)$. ويكون تصحيح توقيت الإحداثيات جراء السرعة الموجهة للمستقبِل كما يلي:

$$\Delta t_{\text{vel}} \approx \Delta\mathbf{r}\cdot\mathbf{v}_R / c^2 \qquad (36)$$

علماً بأن مدداً إضافية بمرتبة $1/c^3$ قد تصل إلى عدة بيكو ثوانٍ، حسب التشكيلة.

وللنظر في تأثير كمون الثقالة على إشارة كهرمغنطيسية، من الضروري أن يُدرج الكمون في الأجزاء المكانية والزمانية من المقياس على حد سواء. ومكونات المقياس هي $-g_{00} = 1 - 2\,U/c^2$ و$g_{0j} = 0$ و $g_{ij} = (1 + 2\,U/c^2)\,\delta_{ij}$. ولذلك، يكون ما انقضى من توقيت الإحداثيات المتمركز في مركز الأرض (TCG) كما يلي:

$$\Delta t \approx \frac{1}{c}\int_{path}\sqrt{\frac{g_{ij}}{-g_{00}}dx^i\,dx^j} \approx \frac{1}{c}\int_{path}\left(1 + \frac{2}{c^2}U\right)\sqrt{\delta_{ij}\,dx^i\,dx^j} = \frac{\rho}{c} + \frac{1}{c^3}\int_{path}2U\,d\rho \qquad (37)$$

وتأخر التوقيت الثقالي هو:

$$\Delta t_{delay} = \frac{2GM}{c^3}\ln\left(\frac{R + r + \rho}{R + r - \rho}\right) \qquad (38)$$

حيث:

R وr : هما المسافتان من مركز الأرض إلى جهازي الإرسال والاستقبال، على التوالي

ويصل تأخر التوقيت الثقالي عادةً إلى بضع عشرات من البيكو ثواني لمسير بين ساتل وسطح الأرض. ويبلغ إجمالي توقيت الإحداثيات المتمركز في مركز الأرض (TCG) مجموع المُدد في المعادلتين (35) و(38).

ويكون توقيت إحداثيات الانتشار (TT) كما يلي:

$$\Delta t' = (l - L_G)\Delta t = \frac{\rho}{c} - L_G\frac{\rho}{c} + \frac{2GM}{c^3}\ln\left(\frac{R + r + \rho}{R + r - \rho}\right) \qquad (39)$$

وهذا هو الفاصل الزمني الذي يقاس بميقاتية على المجسم الأرضي.

فعلى سبيل المثال، يبلغ تأخر المسير لإشارة، مرسَلة من ساتل مستقر بالنسبة إلى الأرض في مدار نصف قطره 164 42 km إلى ميقاتية على خط الاستواء في نفس خط الطول، ‎–27 ps. وفي ساتل النظام العالمي لتحديد المواقع (GPS) بزاوية ارتفاع قدرها 40°، تكاد المدتان الثانية والثالثة تلغيان بعضهما البعض، فيبلغ تأخر المسير ‎–3 ps.

نظام الإحداثيات المثبت في الأرض والمتمركز في مركز الأرض (ECEF)

عند النظر في الحساب في نظام إحداثيات ECEF، يكون الجزء الهندسي من TCG هو التالي:

$$\Delta t \ = \ \frac{1}{c}\int_{\text{path}} \sqrt{\ g_{ij}\ dx^i dx^j} \ + \ \frac{1}{c}\int_{\text{path}} g_{0j}\ dx^i \tag{40}$$

والمكونات المقياسية هي $-g_{00} \approx 1$ و $g_{0j} = (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})_j / c$ و $g_{ij} \approx \delta_{ij}$، حيث **r** هو موضع متجه نقطة على مسير الإشارة. أما توقيت إحداثيات (TT) فهو $\Delta t' = (1 - L_G)\ \Delta t$.

والمدة الأولى في المعادلة (40) هي ρ'/c حيث ρ' هو طول المسير الإقليدي في نظام إحداثيات ECEF. وإذا كان موضع المرسل $\mathbf{r}_T$ وموضع المستقبل $\mathbf{r}_R$ والسرعة الموجهة $\mathbf{v}'_R$، عندئذ،

$$\frac{\rho'}{c} = \frac{1}{c}\left|\mathbf{r}_R(t_R) - \mathbf{r}_T(t_T)\right| \approx \frac{1}{c}\left|\Delta\mathbf{r} + \mathbf{v}'_R(t_R - t_T)\right| \approx \frac{1}{c}\left|\Delta\mathbf{r}\right| + \frac{1}{c^2}\Delta\mathbf{r}\cdot\mathbf{v}'_R \tag{41}$$

حيث:

$$\Delta\mathbf{r} \equiv \mathbf{r}_R(t_T) - \mathbf{r}_T(t_T)$$

والمدة الثانية من المعادلة (40) هي مؤثر سانياك (Sagnac). لذلك،

$$\Delta t_{Sagnac} \approx \frac{1}{c^2}\int_A^B (\omega\times\mathbf{r})\cdot d\mathbf{r} = \frac{1}{c^2}\int_A^B \omega\cdot(\mathbf{r}\times d\mathbf{r}) = 2\frac{1}{c^2}\int_A^B \omega\cdot d\mathbf{A} \ = \frac{2\omega A}{c^2} \tag{42}$$

حيث:

A: إسقاط على المستوي الاستوائي للمساحة المتشكلة بمركز الدوران ونقطتين على طرفي مسير الإشارة.

ويجب النظر في التأخر الثقالي كذلك لحساب التوقيت الإجمالي للانتشار.

نظام الإحداثيات المتمركز في مركز الكتلة

يمكن استخدام نظام الإحداثيات المتمركز في مركز الكتلة مع الإحداثيات الديكارتية (x, y, z) لوصف انتشار إشارة كهرمغنطيسية.

ونظراً لحصر النظر في المؤثر الثقالي للشمس هنا، تسهيلاً لحساب التأخر الثقالي، يمكن استخدام شبكة فضاء حيث موضع المرسل $(-a_T, b, 0)$ وموضع المستقبل $(a_R, b, 0)$ بحيث يجري الانتشار على طول مسير مستقيم تقريباً $y = b$ (بإهمال الانحراف الثقالي)، حيث b هي مسافة أقرب سبيل نحو الشمس. أما توقيت إحداثيات الانتشار (TCB) فهو:

$$\Delta t \ \approx \ \frac{1}{c}\int_{\text{path}} \sqrt{\frac{g_{ij}}{-g_{00}}\, dx^i dx^j} \ \approx \frac{1}{c}\int_{-a_T}^{a_R}\left(1 + \frac{2}{c^2}U_S\right)\, dx = \frac{1}{c}\int_{-a_T}^{a_R}\left(1 + \frac{1}{c^2}\frac{2\,GM_S}{\sqrt{x^2+b^2}}\right) dx \tag{43}$$

حيث U_S هو كمون ثقالة الشمس. لذلك،

$$\Delta t = \frac{1}{c}(a_T + a_R) + 2\frac{GM_S}{c^3}\ln\frac{a_R + \sqrt{{a_R}^2 + b^2}}{-a_T + \sqrt{{a_T}^2 + b^2}} \tag{44}$$

ويمكن اقتباس توقيت إحداثيات (TT) الانتشار قياسياً من توقيت TCB بمستوى من التقريب يعتمد على زمن الانتشار، على النحو التالي:

$$\Delta t' = (1 - L_B)\,\Delta t = \frac{1}{c}(1 - L_B)(a_T + a_R) + 2\frac{GM_S}{c^3}\ln\frac{a_R + \sqrt{{a_R}^2 + b^2}}{-a_T + \sqrt{{a_T}^2 + b^2}} \qquad (45)$$

المراجـــع

HARADA ,W. and FUKUSHIMA, T. [2003] Harmonic Decomposition of Time Ephemeris TE405. *Astron. J.* 126, 2557 – 2561.

IRWIN, A.W. and FUKUSHIMA, T. [1999] A Numerical Time Ephemeris of the Earth. *Astron. Astrophys.* 348, 642 – 652.

FAIRHEAD, L. and BRETAGNON, P. [1990] An Analytic Formula for the Time Transformation $TB - TT$. *Astron. Astrophys.* 229, 240 – 24.

McCARTHY, D.D. and SEIDELMANN, P. K. [2009] Time: From Earth Rotation to Atomic Physics (Wiley-VCH, Weinheim).

NELSON, R.A. [2011] Relativistic Time Transfer in the Vicinity of the Earth and in the Solar System. *Metrologia* 48, S171 – S180.

PETIT, G. and LUZUM, B. (editors) [2010] IERS Conventions (2010) (International Earth Rotation and Reference Systems Service).

PETIT, G., and WOLF, P. [2005] Relativistic Theory for Time Comparisons: A Review. *Metrologia* 42, S138 – S144.

International Telecommunication Union, Geneva [2010] *Satellite Time and Frequency Transfer and Dissemination*.