

## RECOMMANDATION UIT-R S.736-3\*

**ÉVALUATION DE LA DISCRIMINATION DE POLARISATION DANS LES CALCULS DE BROUILLAGE ENTRE RÉSEAUX À SATELLITES GÉOSTATIONNAIRES DANS LE SERVICE FIXE PAR SATELLITE**

(Question UIT-R 42/4)

(1992-1994-1995-1997)

L'Assemblée des radiocommunications de l'UIT,

*considérant*

- a) que les réseaux à satellites géostationnaires du service fixe par satellite (SFS) fonctionnent dans les mêmes bandes de fréquences;
- b) que les brouillages entre réseaux dans le SFS sont sources de bruit pour chacun d'eux;
- c) qu'il est nécessaire de protéger un réseau du SFS contre les brouillages causés par d'autres réseaux de ce type;
- d) que l'évaluation détaillée du brouillage mutuel entre réseaux à satellites, nécessaire en raison de l'occupation accrue de l'orbite, exige des valeurs précises de la discrimination de polarisation selon que l'on emploie des polarisations différentes ou identiques pour systèmes utile et brouilleur;
- e) que l'utilisation, pour la coordination réelle, des valeurs de facteurs de discrimination de polarisation données dans l'Appendice 29 du Règlement des radiocommunications, ne permet pas une estimation précise de la discrimination de polarisation dans le calcul des marges de brouillage réelles,

*recommande*

- 1 d'utiliser la méthode décrite dans l'Annexe 1 pour évaluer la discrimination de polarisation entre deux réseaux à satellites donnés.

## ANNEXE 1

**Evaluation de la discrimination de polarisation****1 Définition de la polarisation d'une onde**

La polarisation est définie comme étant le vecteur d'une onde de champ électrique situé dans un plan perpendiculaire au sens de propagation de l'onde.

En général, ce vecteur décrit une ellipse et deux cas particuliers se présentent: dans le premier, la polarisation est circulaire et les deux axes de l'ellipse sont égaux et, dans le second, la polarisation est rectiligne et l'un des axes est nul.

Si l'onde rayonnée présente une polarisation rectiligne, il existe deux plans de polarisation orthogonale, chaque vecteur de polarisation restant dans une direction fixe. Le plan de polarisation, dans le cas d'une onde en polarisation rectiligne, est le plan contenant la direction de propagation de l'onde et le vecteur de polarisation.

Si l'onde rayonnée présente une polarisation circulaire, des rotations dextrogyres et lévogyres se produisent.

**2 Définition de l'angle de polarisation et de l'angle d'alignement relatif**

L'angle de polarisation  $\varepsilon$  est l'angle formé par le plan vertical qui comprend la direction de propagation (de la station terrienne vers le satellite), et le plan de polarisation de l'onde à polarisation rectiligne émise par le satellite ou par la station terrienne.

---

\* Cette Recommandation doit être portée à l'attention du Groupe de travail 10-11S des radiocommunications.

En cas de polarisation rectiligne, l'angle d'alignement relatif  $\beta$  est l'angle formé par:

- les plans de polarisation des signaux utile et brouilleur ( $\epsilon_1 - \epsilon_2$ ) (voir l'Appendice 2);
- ou par le plan de polarisation du signal reçu et le plan de polarisation de l'antenne de réception (voir l'Appendice 1).

En cas de copolarisation, l'angle  $\beta$  est donné par:

$$\beta = |\epsilon_1 - \epsilon_2| + \delta$$

où:

$\delta$ : tolérances.

Pour le calcul des angles  $\beta$  et  $\epsilon$ , voir les Appendices 1 et 2.

### 3 Définition du rapport de découplage de polarisation et de la discrimination de polarisation

Le rapport de découplage de polarisation  $D_p(\varphi)$  d'une antenne de station terrienne ou de satellite est le rapport entre la composante du champ en polarisation utile et la composante du champ en polarisation orthogonale.  $\varphi$  est l'angle formé par les directions des signaux utile et brouilleur.

La discrimination de polarisation  $Y$  (facteur d'isolation ou de polarisation) d'une antenne de réception est le rapport entre les puissances reçues des deux ondes ayant une direction et une polarisation différentes.

Il convient de noter que si le réseau brouilleur ou le réseau utile (ou l'un et l'autre à la fois) exploite sur la même fréquence deux ensembles de répéteurs, dont les polarisations sont orthogonales entre elles, il n'y a pas lieu d'inclure la discrimination de polarisation totale dans le calcul des brouillages entre ces deux réseaux. Le degré de discrimination dépendra alors du chevauchement des bandes passantes de deux ensembles de répéteurs – ainsi, lorsque les répéteurs des deux réseaux sont exactement alignés en fréquence et en largeur de bande, aucune discrimination de polarisation interréseaux ne devra entrer en ligne de compte dans les calculs de brouillage entre les deux réseaux.

## 4 Calcul de la discrimination de polarisation $Y$ en polarisation rectiligne

### 4.1 Calcul de la discrimination de polarisation $Y_d$ sur la liaison descendante

Ce calcul a pour objet de déterminer, dans le cas d'une station terrienne de réception utile, la discrimination par rapport à une onde brouilleuse. Les diagrammes de rayonnement de la station terrienne ont été établis pour des plans de polarisation copolaire et contrapolaire à l'aide de données expérimentales.

Les angles de polarisation sont calculés pour les signaux utile et brouilleur au moyen des coordonnées des deux directions de pointage des antennes des satellites utile et brouilleur et de celles de la station terrienne de référence.

La valeur de discrimination obtenue  $Y_d$  tient compte de l'onde copolaire transmise par le satellite brouilleur et reçue par la station terrienne (diagrammes copolaire  $A_{//}(\varphi)$  et contrapolaire  $A_{+}(\varphi)$ ).

L'onde contrapolaire émise par le satellite brouilleur et interceptée par le diagramme copolaire de la station est également prise en considération. En revanche, on peut négliger la discrimination supplémentaire fournie par le rapport entre l'émission et la réception de polarisations croisées.

$$Y_d = -10 \log \left( \cos^2 \beta + \sin^2 \beta \cdot 10^{-D_p(\varphi_b)/10} + \sin^2 \beta \cdot 10^{-D_{psat}/10} \right) \quad \text{dB} \quad (1)$$

où:

$\varphi_b$ : espacement angulaire topocentrique entre satellites

$D_p(\varphi_b)$ : découplage de polarisation de la station terrienne utile:

$$D_p(\varphi_b) = A_{//}(\varphi_b) - A_{+}(\varphi_b) \quad \text{dB}$$

$D_{psat}$ : découplage de polarisation (dB) du satellite brouilleur dans la zone de couverture où se trouve la station utile.

## 4.2 Calcul de la discrimination de polarisation $Y_u$ sur la liaison montante

Ce calcul a pour objet de déterminer, de la même façon qu'au paragraphe précédent, la discrimination  $Y_u$  par rapport à une onde brouilleuse, dans le cas d'une antenne de réception du satellite utile.

$$Y_u = -10 \log \left( \cos^2 \beta + \sin^2 \beta \cdot 10^{-D_p(\psi_b)/10} + \sin^2 \beta \cdot 10^{-D_{pst}/10} \right) \quad \text{dB} \quad (2)$$

où:

$\psi_b$ : angle formé par la direction du rayonnement principal et de la station terrienne brouilleuse

$D_p(\psi_b)$ : découplage de polarisation du satellite utile:

$$D_p(\psi_b) = S_{//}(\psi_b) - S_{+}(\psi_b) \quad \text{dB}$$

$S_{//}$  et  $S_{+}$ : diagrammes copolaire et contrapolaire de l'antenne du satellite utile

$D_{pst}$ : découplage de polarisation (dB) de la station terrienne brouilleuse.

## 5 Calcul de la discrimination de polarisation $Y$ en cas de polarisations circulaire et rectiligne

Quand une onde brouilleuse est en polarisation rectiligne (le vecteur de polarisation rectiligne peut être calculé d'après deux vecteurs de polarisation circulaire, avec rotations dextrogyre et lévogyre), la discrimination obtenue au niveau de l'antenne de réception utile en polarisation circulaire peut s'exprimer comme suit:

$$Y = -10 \log \frac{1}{2} \left( 1 + 10^{-D_p(\varphi)/10} \right) \quad \text{dB} \quad (3)$$

où:

$D_p(\varphi)$ : découplage de polarisation de l'antenne de réception (dB).

De même, dans le cas d'une onde brouilleuse en polarisation circulaire (le vecteur de polarisation circulaire peut se composer de deux vecteurs de polarisation rectiligne orthogonale), la discrimination obtenue au niveau de l'antenne de réception utile en polarisation rectiligne est exprimée par la même formule.

## 6 Applications pratiques

Le calcul de la discrimination de polarisation dans différents cas permet d'évaluer à l'aide des relations précitées, l'amélioration obtenue dans les calculs de brouillage. On pourrait notamment envisager d'utiliser une polarisation perpendiculaire à celle du brouillage. Toutefois, ces relations ne tiennent pas compte des effets de la propagation sur le plan de polarisation du signal. (Voir l'Appendice 1.)

## 7 Orientation des plans de polarisation

On peut orienter le plan de polarisation d'une antenne de réception (à polarisation rectiligne) de station terrienne par satellite dans deux conditions optimales différentes: l'une pour réduire le plus possible le brouillage occasionné par temps clair par un signal à polarisation orthogonale, l'autre pour réduire le plus possible la dépolarisation due à la pluie. Les méthodes de calcul des alignements optimaux pour chacun de ces deux cas sont décrites dans l'Appendice 1.

## 8 Dépolarisation due à la pluie (voir l'Appendice 3)

Après s'être propagée dans l'atmosphère, une onde polarisée (linéairement ou circulairement) ne conserve pas cette polarisation à cause de l'effet Faraday dû à l'ionosphère et de l'effet de polarisation croisée dû à la troposphère. La zone radioélectrique concernée va de quelques dizaines de mégahertz à 50 GHz. La polarisation croisée est le fait que, après la propagation, on retrouve en polarisation orthogonale une partie de l'énergie émise avec une certaine polarisation.

La troposphère (atmosphère non ionisée) va du sol jusqu'à une altitude d'environ 15 km. Elle peut transpolariser les ondes dans les cas suivants:

- effet par temps clair (phénomène de réflexion). Cet effet est faible sur les liaisons obliques;
- effet du givre: on met en évidence cet effet sur les liaisons par satellite. Il est dû à la réfraction des ondes sur le givre à une certaine altitude, ce qui produit des gouttes d'eau (à l'isotherme 0 °C). Cette polarisation croisée peut être très limitante parce qu'il n'y a pas d'atténuation;
- effet des précipitations: les gouttes de pluie peuvent, à cause de leur forme non sphérique, créer une onde à polarisation orthogonale.

Les effets de la pluie et du givre dépendent du climat. Les effets des gouttes de pluie sont examinés dans l'Appendice 3 pour les liaisons par satellite.

## APPENDICE 1 DE L'ANNEXE 1

### Optimisation de l'orientation de la polarisation

#### 1 Modèle simple de liaison satellite-Terre

Les effets de la dépolarisation sur les liaisons satellite-Terre (ou sur les liaisons Terre-satellite) ont été soigneusement analysés et des procédures mathématiques ont été établies qui tiennent compte de toutes les contributions connues à la dépolarisation. Elles sont cependant extrêmement complexes et peu pratiques. Un modèle simplifié, convenant aux calculs de brouillage du premier ordre, a cependant été établi. Il fait appel au concept de gain équivalent d'une liaison partielle (c'est-à-dire soit une connexion Terre-espace, soit une connexion espace-Terre).

Le gain équivalent (en tant que rapport de puissances) pour une liaison partielle peut être représenté par la formule approximative suivante:

$$G = G_1 \cdot \cos^2 \beta + G_2 \cdot \sin^2 \beta$$

$$G_1 = G_{tp} \cdot G_{rp} \cdot A + G_{tc} \cdot G_{rc} \cdot A + G_{tp} \cdot G_{rc} \cdot A \cdot X + G_{tc} \cdot G_{rp} \cdot A \cdot X$$

$$G_2 = \left( \sqrt{G_{tc} \cdot G_{rc} \cdot A} + \sqrt{G_{tc} \cdot G_{rp} \cdot A} \right)^2 + G_{tp} \cdot G_{rp} \cdot A \cdot X + G_{tc} \cdot G_{rc} \cdot A \cdot X \quad (4)$$

où:

- $\beta$ : angle d'alignement relatif, pour la polarisation rectiligne, entre le plan de polarisation du signal reçu et le plan de polarisation de l'antenne réceptrice
- $G_{tp}$ : caractéristique de gain copolaire de l'antenne d'émission exprimée en rapport de puissances (Recommandations UIT-R S.465 et UIT-R S.580 pour les stations terriennes et Recommandation UIT-R S.672 pour les satellites)
- $G_{tc}$ : caractéristique de gain contrapolaire de l'antenne d'émission exprimée en rapport de puissances (Recommandation UIT-R S.731 pour les stations terriennes)
- $G_{rp}$ : caractéristique de gain copolaire de l'antenne réceptrice exprimée en rapport de puissances (Recommandations UIT-R S.465, UIT-R S.580 et UIT-R S.672)
- $G_{rc}$ : caractéristique de gain contrapolaire de l'antenne réceptrice exprimée en rapport de puissances (Recommandation UIT-R S.731 pour les stations terriennes)
- $A$ : évanouissement par la pluie, exprimé en rapport de puissances  $\leq 1$
- $X$ : affaiblissement de polarisation par la pluie exprimé en rapport de puissances  $\ll 1$ .

Les paragraphes ci-après contiennent des formules pour l'angle  $\beta$  pour les deux cas suivants:

- polarisation alignée pour réduire au minimum les effets d'affaiblissement par la pluie, et
- polarisation alignée pour réduire le brouillage au minimum.

En utilisant la notion de gain équivalent, la puissance  $C$  de la porteuse utile, ou la puissance brouilleuse  $I$  d'une source unique de brouillage sur chaque liaison partielle est donnée simplement par:

$$C \text{ (ou } I) = P_T - L_{FS} - L_{CA} + 10 \log G \quad \text{dBW} \quad (5)$$

où:

$P_T$ : puissance utile (de brouillage) d'émission dans l'antenne (dBW)

$L_{FS}$ : affaiblissement en espace libre de la liaison utile (brouilleuse) (dB)

$L_{CA}$ : absorption par temps clair sur la liaison utile (brouilleuse) (dB)

$G$ : gain équivalent de l'antenne sur la liaison utile (brouilleuse) (dBi).

## 2 Orientation de la polarisation pour réduire au minimum la dépolarisation par la pluie

Ainsi que le montre la Fig. 1, le plan de polarisation apparent à la surface de la Terre est fonction des coordonnées géographiques de l'axe de visée, du point de mesure étudié et du satellite. La formule suivante pour l'angle de polarisation  $\varepsilon$  peut être utilisée:

$$\text{tg } \varepsilon = \frac{\sin \psi_b \cdot \cos \psi_p \cdot \sin (\lambda_p - \lambda_s) - \cos \psi_b \cdot \sin \psi_p \cdot \sin (\lambda_b - \lambda_s)}{\sin \psi_b \cdot \sin \psi_p + \cos \psi_b \cdot \cos \psi_p \cdot \sin (\lambda_b - \lambda_s) \cdot \sin (\lambda_p - \lambda_s)} \quad (6)$$

où:

$\psi$ : latitude

$\lambda$ : longitude

$b$ : axe de visée

$p$ : point de mesure

$s$ : satellite.

Dans le cas ci-dessus, on admet que le plan de polarisation est optimisé pour un affaiblissement minimal par la pluie dans l'axe de visée, c'est-à-dire qu'il est aligné avec le plan horizontal ou vertical local. La formule (6) peut être réécrite, sous forme fonctionnelle, comme suit:

$$\varepsilon = f(\psi_b, \lambda_b, \psi_p, \lambda_p, \lambda_s)$$

Pour déterminer la composante de brouillage au point de mesure  $p$ , il est nécessaire de connaître la différence entre les angles de polarisation.

Ainsi, si le signal utile et le signal brouilleur sont «copolaires», l'angle  $\beta$  peut, dans la formule (4), être exprimé comme suit:

$$\beta = |\varepsilon_1 - \varepsilon_2| + \delta \quad (7)$$

où:

$$\varepsilon_1 = f(\psi_{b_1}, \lambda_{b_1}, \psi_p, \lambda_p, \lambda_{s_1})$$

$$\varepsilon_2 = f(\psi_{b_2}, \lambda_{b_2}, \psi_p, \lambda_p, \lambda_{s_2})$$

$b_1$ : axe de visée du satellite utile  $s_1$

$b_2$ : axe de visée du satellite brouilleur  $s_2$

$\delta$ : tolérance pour défaut d'alignement de l'antenne de station terrienne et tolérances de rotation des faisceaux de satellite.

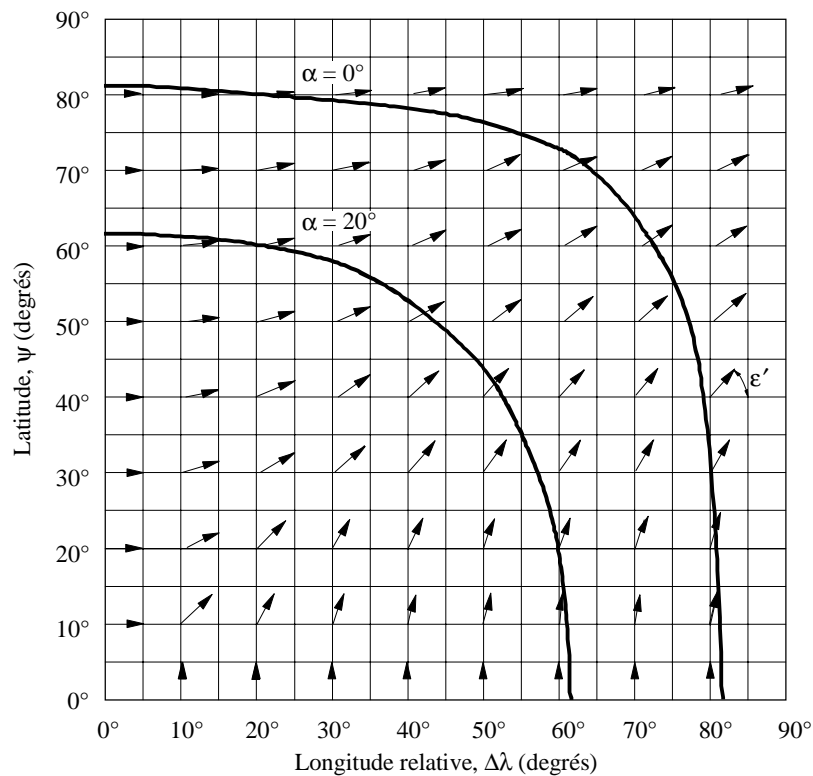
Si le signal utile et le signal brouilleur sont «contrapolaires», l'angle  $\beta_\chi$  est, dans le cas le plus défavorable:

$$\beta_\chi = \frac{\pi}{2} - |\varepsilon_1 - \varepsilon_2| - \delta \quad (8)$$

Dans certaines conditions, la distinction entre «copolaire» et «contrapolaire» peut être considérée comme théorique; on admettra donc, pour les besoins de cette analyse, la définition suivante:

- si les deux signaux utiles sont alignés par rapport aux horizontales locales respectives ou aux verticales locales respectives, ils seront considérés comme copolaires.

FIGURE 1  
Variation de l'angle de polarisation reçu sur la Terre



$\alpha$ : angle d'élévation

0736-01

### 3 Orientation de polarisation pour la réduction du brouillage au minimum par temps clair

Le brouillage est réduit au minimum lorsque les plans de polarisation sur l'orbite des satellites sont orthogonaux, c'est-à-dire lorsque les plans de polarisation se situent soit dans le plan équatorial, soit dans le plan de l'axe nord-sud de la Terre. La formule suivante peut être utilisée pour l'angle de polarisation  $\varepsilon'$  lorsque le vecteur de polarisation de l'onde transmise est parallèle au plan équatorial:

$$\operatorname{tg} \varepsilon' = \frac{\sin (\lambda_p - \lambda_s)}{\operatorname{tg} \psi} \sqrt{1 + \left( \frac{\alpha' \sin \xi}{1 - \alpha' \cos \xi} \right)^2} \quad (9)$$

$$\cos \xi = \cos (\lambda_p - \lambda_s) \cdot \cos \psi_p$$

$\alpha'$ : rayon de la terre divisé par le rayon de l'orbite  $\approx 0,151$ .

Soit, sous forme de fonction:

$$\varepsilon' = g(\Psi_p, \lambda_p, \lambda_s)$$

Lorsque le signal utile et le signal brouilleur sont «copolaires», c'est-à-dire lorsqu'ils ont tous deux des plans de polarisation parallèles au plan équatorial ou lorsqu'ils sont tous deux perpendiculaires au plan équatorial, l'angle relatif  $\beta$  entre les plans de polarisation utile et brouilleur est donné par:

$$\beta = |\varepsilon'_1 - \varepsilon'_2| + \delta \quad (10)$$

où:

$$\varepsilon'_1 = g(\Psi_p, \lambda_p, \lambda_{s_1})$$

$$\varepsilon'_2 = g(\Psi_p, \lambda_p, \lambda_{s_2})$$

$s_1$ : satellite utile

$s_2$ : satellite brouilleur.

De même, lorsque les deux signaux sont contrapolaires, l'angle relatif  $\beta_\chi$  est donné par:

$$\beta_\chi = \frac{\pi}{2} - |\varepsilon'_1 - \varepsilon'_2| - \delta \quad (11)$$

La variation de  $\varepsilon'$  est indiquée sur la Fig. 1.

## APPENDICE 2

### DE L'ANNEXE 1

## Calcul de l'angle de polarisation et de l'angle d'alignement

### 1 Calcul de l'angle de polarisation $\varepsilon$ d'une onde de polarisation rectiligne

#### 1.1 Définition des repères orthonormés (voir la Fig. 2)

Les repères orthonormés utilisés sont les suivants:

- le repère terrestre de base  $\mathbf{R}_g$ :  $(\vec{X}_g, \vec{Y}_g, \vec{Z}_g)$ :  $\vec{Z}_g$  est dirigé vers le Nord et  $\vec{X}_g$  dans le plan équatorial est déterminé par la direction de  $\vec{GS}$ , G est le centre de la Terre et l'origine du repère et S le satellite;
- le repère  $\mathbf{R}_s$  lié au satellite S:  $(\vec{X}_s, \vec{Y}_s, \vec{Z}_s)$ :  $\vec{Z}_s = -\vec{X}_g$  et  $\vec{Y}_s$  dans le plan équatorial est dirigé vers l'Est;
- le repère  $\mathbf{R}_a$  lié à l'antenne A du satellite S:  $(\vec{X}_a, \vec{Y}_a, \vec{Z}_a)$ :  $\vec{Z}_a$  est dirigé vers le point de visée Pv et  $\vec{Y}_a$  dans le plan équatorial est dirigé vers l'Est;

et le repère  $\mathbf{R}_a(\gamma)$  lié au vecteur polarisation de l'antenne A du satellite S:  $(\vec{X}_a(\gamma), \vec{Y}_a(\gamma), \vec{Z}_a)$ : le passage du repère  $\mathbf{R}_a$  au repère  $\mathbf{R}_a(\gamma)$  se fait par une rotation  $(-\gamma)$  autour de  $\vec{Z}_a$ . L'axe  $\vec{Y}_a(\gamma)$  se situe dans le plan de symétrie du réflecteur de l'antenne A et définit la direction de la polarisation rectiligne principale de l'antenne A pour une direction  $\vec{Z}_a$  de propagation, c'est-à-dire vers le point de visée Pv de l'antenne A du satellite S;

- le repère  $\mathbf{R}_p$  lié à la station terrienne  $P$  et au satellite  $S$  sur lequel est accrochée la station terrienne:  $(\vec{X}_p, \vec{Y}_p, \vec{Z}_p)$ :  $\vec{Z}_p$  est dirigé vers le satellite  $S$  et  $\vec{X}_p$  est dirigé vers la gauche de l'observateur qui, placé à la station  $P$ , regarde le satellite  $S$ : la direction de  $\vec{X}_p$  est  $\vec{Vert}(P) \wedge \vec{Z}_p$ ;

$\vec{Vert}(P) = \vec{GP}$  donne la direction de la verticale locale à la station terrienne  $P$

$\vec{Vert}(P) = [R_t \cos \psi_p \cos (\lambda_p - \lambda_s); R_t \cos \psi_p \sin (\lambda_p - \lambda_s); R_t \sin \psi_p]$  dans le repère  $\mathbf{R}_g$

d'où:

$$\vec{X}_p = (\vec{Vert}(P) \wedge \vec{Z}_p) / \|\vec{Vert}(P) \wedge \vec{Z}_p\| = (\vec{GP} \wedge \vec{PS}) / \|\vec{GP} \wedge \vec{PS}\|$$

$$\vec{Y}_p = \vec{Z}_p \wedge \vec{X}_p$$

$$\vec{Z}_p = \vec{PS} / \|\vec{PS}\| \text{ avec } \vec{PS} = h \vec{X}_g - \vec{GP}$$

Les paramètres et notations sont les suivants:

indice 1: satellite  $S_1$  et station terrienne  $P_1$  utiles

indice 2: satellite  $S_2$  et station terrienne  $P_2$  brouilleurs

indice  $d$ : liaison descendante

indice  $m$ : liaison montante

Pv: point de visée de l'antenne A du satellite S

P: point quelconque sur la Terre

$R_t$ : rayon de la Terre: 6 378 km

$h$ : rayon de l'orbite des satellites géostationnaires (OSG): 42 164 km

$k$ : rayon de l'OSG divisé par le rayon de la Terre  
 $= 6,62 = h / R_t$

$\psi_p$ : latitude de la station terrienne P

$\lambda_p$ : longitude de la station terrienne P

$\psi_{pv}$ : latitude du point de visée Pv

$\lambda_{pv}$ : longitude du point de visée Pv

$\lambda_s$ : longitude du satellite S

$\theta_p$ : angle  $\hat{SGP}$ : angle au centre de la Terre entre le point subsatellite et la station terrienne P considérée

$\gamma$ : angle d'inclinaison de l'ellipse du diagramme de couverture de l'antenne au satellite: angle entre le plan de l'équateur et le vecteur polarisation (ou direction du grand axe de l'ellipse) dans le plan perpendiculaire à l'axe radioélectrique, et choisi positif dans le sens trigonométrique de l'équateur vers le grand axe de l'ellipse

$\delta$ : tolérance pour défaut d'alignement de l'antenne de station terrienne et tolérance de rotation des faisceaux de satellite

$(\psi, \theta, (\varphi - \gamma))$ : angles d'Euler intervenant dans la matrice  $M$  de passage du repère  $\mathbf{R}_s$  au repère  $\mathbf{R}_a(\gamma)$

$\wedge$ : produit vectoriel

$\|\vec{Z}\|$ : grandeur du vecteur  $\vec{Z}$ .

### 1.1.1 Vecteurs

1.1.1.1 La verticale de la station terrienne en un point quelconque P est exprimée dans le repère terrestre de base  $\mathbf{R}_g$  par:

$$\vec{Vert}(P) = [R_t \cos \psi_p \cos (\lambda_p - \lambda_s); R_t \cos \psi_p \sin (\lambda_p - \lambda_s); R_t \sin \psi_p]$$



**1.1.1.2** Les vecteurs de la base orthonormée du repère  $R_p$  de la station terrienne P ont pour coordonnées dans le repère  $R_g$  les expressions suivantes:

$$\vec{Z}_p = \left[ h - R_t \cos \psi_p \cos (\lambda_p - \lambda_s); -R_t \cos \psi_p \sin (\lambda_p - \lambda_s); -R_t \sin \psi_p \right] / \|\text{norm } \vec{Z}_p\|$$

avec:

$$\|\text{norm } \vec{Z}_p\| = (h^2 + R_t^2 - 2h R_t \cos \Theta_p)^{1/2}$$

$$\vec{X}_p = \left[ 0; R_t \sin \psi_p; -R_t \cos \psi_p \sin (\lambda_p - \lambda_s) \right] / \|\text{norm } \vec{X}_p\|$$

avec:

$$\|\text{norm } \vec{X}_p\| = |R_t \sin \Theta_p|$$

$$\vec{Y}_p = \left[ R_t^2; R_t (k - \cos \Theta_p) \cos \psi_p \sin (\lambda_p - \lambda_s); R_t^2 (k - \cos \psi_p) \sin \psi_p \right] / \|\text{norm } \vec{Y}_p\|$$

avec:

$$\|\text{norm } \vec{Y}_p\| = R_t^2 |\sin \Theta_p| (\sin^2 \Theta_p + (k - \cos \Theta_p)^2)^{1/2}$$

avec:

$$\cos \Theta_p = \cos \psi_p \cos (\lambda_p - \lambda_s)$$

**1.1.1.3** La direction satellite-station  $\vec{SP}$  est matérialisée par le vecteur  $-\vec{Z}_p$  et a pour coordonnées les expressions suivantes:

– dans le repère terrestre de base  $R_g$ :

$$(-\vec{Z}_p) = [X_g; Y_g; Z_g]$$

$$(-\vec{Z}_p) = \begin{bmatrix} X_g \\ Y_g \\ Z_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(h - R_t \cos \psi_p \cos (\lambda_p - \lambda_s)) \\ R_t \cos \psi_p \sin (\lambda_p - \lambda_s) \\ R_t \sin \psi_p \end{bmatrix} / (h^2 + R_t^2 - 2h R_t \cos \Theta_p)^{1/2}$$

– dans le repère satellite  $R_s$ :

$$(-\vec{Z}_p) = [X_s; Y_s; Z_s] = [Z_g; Y_g; -X_g]$$

$$(-\vec{Z}_p) = \begin{bmatrix} X_s \\ Y_s \\ Z_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_g \\ Y_g \\ -X_g \end{bmatrix} = T(3 \times 3) \begin{bmatrix} X_g \\ Y_g \\ Z_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} X_g \\ Y_g \\ Z_g \end{bmatrix}$$

avec  $T(3 \times 3)$  la matrice de passage entre les repères  $R_g$  et  $R_s$

– dans le repère antenne  $R_a(\gamma)$ :

$$(-\vec{Z}_p) = [X_a(\gamma); Y_a(\gamma); Z_a]$$

$$(-\vec{Z}_p) = \begin{bmatrix} X_a(\gamma) \\ Y_a(\gamma) \\ Z_a \end{bmatrix} = {}^tM(3 \times 3) \begin{bmatrix} X_s \\ Y_s \\ Z_s \end{bmatrix}$$

avec  $M(3 \times 3)$  la matrice de passage d'Euler entre les repères  $R_a(\gamma)$  et  $R_s$ .

## 1.2 Cas particulier: le point de visée correspond à la station terrienne: $P = P_v$

### 1.2.1 Définition de la polarisation principale d'une onde de polarisation rectiligne émise par une antenne A du satellite S

Dans ce cas particulier, les plans de l'antenne de la station terrienne  $P_v(\vec{X}_{pv}, \vec{Y}_{pv})$  et de l'antenne du satellite A  $(\vec{X}_a, \vec{Y}_a)$  sont parallèles, le vecteur polarisation  $\vec{V}_{pol}$  est parallèle au plan de l'orbite et est dirigé vers l'Est c'est-à-dire normal à  $\vec{Z}_a$  et à  $\vec{Z}_g$  donc:

$$\vec{Z}_a = -\vec{Z}_{pv} = (h \vec{X}_g + \vec{Vert}(P_v)) / \|h \vec{X}_g + \vec{Vert}(P_v)\|$$

avec:

$$\| -h \vec{X}_g + \vec{Vert}(P_v) \| = (h^2 + R_t^2 - 2h R_t \cos \Theta_{pv})^{1/2}$$

$$\vec{V}_{pol} = \vec{Z}_a \wedge \vec{Z}_g = (1 / \|\vec{Z}_a \wedge \vec{Z}_g\|) \cdot [R_t \cos \Psi_{pv} - \sin(\lambda_{pv} - \lambda_s); h - R_t \cos \Theta_{pv}; 0]$$

dans le repère  $R_g$

avec:

$$\cos \Theta_{pv} = \cos(\lambda_{pv} - \lambda_s) \cos \Psi_{pv}$$

### 1.2.2 Définition approchée de l'angle de polarisation dans le repère $R_{pv}$ d'une station terrienne réceptrice au point de visée $P_v$ : détermination de l'angle de polarisation d'une onde de polarisation rectiligne émise par une antenne A du satellite S

L'angle de polarisation approché est défini dans le repère  $R_{pv}$  par:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \arctg \left[ \frac{(\vec{V}_{pol} \cdot \vec{Y}_{pv})}{(\vec{V}_{pol} \cdot \vec{X}_{pv})} \right] \\ &= \arctg \left[ \frac{\sin(\lambda_{pv} - \lambda_s)}{\operatorname{tg} \Psi_{pv}} \left( 1 + \frac{\sin^2 \Theta_{pv}}{(k - \cos \Theta_{pv})^2} \right)^{1/2} \right] \end{aligned} \quad (12a)$$

Les vecteurs  $\vec{V}_{pol}$ ,  $\vec{X}_{pv}$  et  $\vec{Y}_{pv}$  doivent être exprimés dans le même repère.

En tenant compte de l'angle  $\gamma$  caractérisant la polarisation de l'antenne émission du satellite S, la valeur de l'angle de polarisation devient:

$$\varepsilon(\gamma) = \varepsilon + \gamma \quad (12b)$$

## 1.3 Cas général: le point de visée est distinct de la station terrienne: $P \neq P_v$

### 1.3.1 Définition de la polarisation principale et croisée d'une onde de polarisation rectiligne émise par une antenne A du satellite S (voir la Fig. 2a)

Le champ électrique  $\vec{E}(P)$  est défini dans le repère antenne  $R_a$  du satellite S. La définition la plus utilisée est la troisième définition d'Arthur C. Ludwig pour une onde émise par une antenne A, les composantes de polarisation principale et croisée  $E_p(P)$  et  $E_c(P)$  en un point P quelconque sont telles que:

$$E_p(P) = \vec{E}(P) \cdot (\vec{e}^-) : \text{polarisation principale ou copolaire}$$

$$E_c(P) = \vec{E}(P) \cdot (\vec{e}^+) : \text{polarisation croisée}$$

**1.3.1.1** La définition retenue est la troisième définition d'Arthur C. Ludwig: les définitions des vecteurs de polarisation rectiligne principale et croisée ( $\vec{e}^=$ ) et ( $\vec{e}^+$ ), en un point quelconque P, pour une onde émise par une antenne A du satellite S, sont données dans le cas d'un champ polarisé rectilignement parallèle à l'axe  $\vec{Y}_a$ , par les expressions suivantes:

$$(\vec{e}^=) = \sin \varphi_a \cdot \vec{e}_{\theta a} + \cos \varphi_a \cdot \vec{e}_{\varphi a} \text{ dans } \mathbf{R}_a: \text{ vecteur de polarisation}$$

$$(\vec{e}^+) = \cos \varphi_a \cdot \vec{e}_{\theta a} - \sin \varphi_a \cdot \vec{e}_{\varphi a} \quad : \text{ vecteur de polarisation croisée}$$

avec:

- ( $\vec{e}_{\theta a}$  et  $\vec{e}_{\varphi a}$ ): vecteurs unitaires classiques des coordonnées sphériques dans le repère antenne  $\mathbf{R}_a$ :

$$(\vec{e}_{\theta a}) = [\cos \theta_a \cos \varphi_a; \cos \theta_a \sin \varphi_a; -\sin \theta_a] \text{ dans } \mathbf{R}_a$$

$$(\vec{e}_{\varphi a}) = [-\sin \varphi_a; \cos \varphi_a; 0] \text{ dans } \mathbf{R}_a$$

- ( $\theta_a$  et  $\varphi_a$ ): angles définissant la direction  $\vec{SP}$  ou le vecteur  $-\vec{Z}_p$  (satellite S – station terrienne quelconque P) dans le repère antenne  $\mathbf{R}_a$ :

$$[\theta_a; \varphi_a] = [\arccos Z_a; \arctg (Y_a / X_a)] \text{ dans } \mathbf{R}_a$$

$X_a, Y_a$  et  $Z_a$  sont les composantes du vecteur  $-\vec{Z}_p$  dans le repère antenne  $\mathbf{R}_a$

en conséquence:

$$\text{dans } \mathbf{R}_a \quad (-\vec{e}^=) = \begin{bmatrix} \cos \varphi_a \sin \varphi_a (\cos \theta_a - 1) \\ \sin^2 \varphi_a \cos \theta_a + \cos^2 \varphi_a \\ -\sin \varphi_a \sin \theta_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_a \sin \varphi_a \cos \theta_a - \sin \varphi_a \cos \varphi_a \\ \sin \varphi_a \sin \varphi_a \cos \theta_a + \cos \varphi_a \cos \varphi_a \\ -\sin \varphi_a \sin \theta_a \end{bmatrix}$$

**1.3.1.2** Dans le cas d'une inclinaison  $\gamma$  entre le plan de l'équateur et le grand axe de l'ellipse du diagramme de rayonnement de l'antenne au satellite S dans le plan perpendiculaire à l'axe radioélectrique (axe  $\vec{Z}_a$  ou direction  $\vec{SPv}$ ), la définition du vecteur polarisation principale reste semblable mais doit donc se repérer par rapport à la direction du champ polarisé rectilignement suivant  $\vec{Y}_a(\gamma)$  du repère antenne  $\mathbf{R}_a(\gamma)$  et non plus  $\vec{Y}_a$  du repère antenne  $\mathbf{R}_a$ .

La définition du nouveau vecteur polarisation ( $\vec{e}^=(\gamma)$ ) se déduit par une rotation  $(-\gamma)$  autour de  $\vec{Z}_a$ :

$$(\vec{e}^=(\gamma))_{\mathbf{R}_a} = \sin (\varphi_a + \gamma) \cdot \vec{e}_{\theta a} + \cos (\varphi_a + \gamma) \cdot \vec{e}_{\varphi a}$$

$$(\vec{e}^=(\gamma))_{\mathbf{R}_a} = M_{za}(-\gamma) \cdot (\vec{e}^=(\gamma))_{\mathbf{R}_a(\gamma)}$$

avec:

- ( $\vec{e}_{\theta a}$  et  $\vec{e}_{\varphi a}$ ): vecteurs unitaires classiques des coordonnées sphériques qui peuvent être également donnés par les expressions suivantes dans le repère  $\mathbf{R}_a(\gamma)$ :

$$\vec{e}_{\theta a} = [\cos \theta_a \cos (\varphi_a + \gamma); \cos \theta_a \sin (\varphi_a + \gamma); -\sin \theta_a] \text{ dans } \mathbf{R}_a(\gamma)$$

$$\vec{e}_{\varphi a} = [-\sin (\varphi_a + \gamma); \cos (\varphi_a + \gamma); 0] \text{ dans } \mathbf{R}_a(\gamma)$$

- $(\theta_a \text{ et } \varphi_a)$ : angles définissant la direction  $\overrightarrow{SP}$  (satellite S – station terrienne P quelconque) dans le repère  $\mathbf{R}_a$ , d'où:

$$\left( \begin{array}{c} \vec{e}^{\text{p}}(\gamma) \\ \text{dans } \mathbf{R}_a \end{array} \right) = \begin{bmatrix} \cos \theta_a \cos \varphi_a \sin (\varphi_a + \gamma) - \sin \varphi_a \cos (\varphi_a + \gamma) \\ \cos \theta_a \sin \varphi_a \sin (\varphi_a + \gamma) + \cos \varphi_a \cos (\varphi_a + \gamma) \\ - \sin \theta_a \sin (\varphi_a + \gamma) \end{bmatrix}$$

et

$$\left( \begin{array}{c} \vec{e}^{\text{p}}(\gamma) \\ \text{dans } \mathbf{R}_a(\gamma) \end{array} \right) = \begin{bmatrix} \cos \theta_a \cos (\varphi_a + \gamma) \sin (\varphi_a + \gamma) - \sin (\varphi_a + \gamma) \cos (\varphi_a + \gamma) \\ \cos \theta_a \sin (\varphi_a + \gamma) \sin (\varphi_a + \gamma) + \cos (\varphi_a + \gamma) \cos (\varphi_a + \gamma) \\ - \sin \theta_a \sin (\varphi_a + \gamma) \end{bmatrix}$$

- La matrice de rotation  $M_{za}(-\gamma)$  avec un angle  $-\gamma$  autour de l'axe  $\vec{Z}_a$  (direction  $\overrightarrow{SP}$ ) du repère  $\mathbf{R}_a$  qui permet de passer du système  $\mathbf{R}_a(\gamma)$  au système  $\mathbf{R}_a$ , s'écrit comme suit:

$$M_{za}(-\gamma) (3 \times 3) = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = M_{za}(-\gamma)$$

Cette matrice de rotation  $M_{za}(-\gamma)$  traduit le changement de direction de la polarisation de l'antenne du satellite S caractérisée par l'angle  $\gamma$ , angle d'inclinaison entre le plan de l'équateur et le grand axe de l'ellipse (diagramme de rayonnement elliptique) dans le plan perpendiculaire à l'axe radioélectrique, angle qui est choisi positivement dans le sens trigonométrique de l'équateur vers le grand axe de l'ellipse.

Le vecteur  $\vec{Z}_a = (-\vec{Z}_{pv})$  du repère  $\mathbf{R}_a$  est exprimé dans le repère de base  $\mathbf{R}_g$  de la façon suivante:

$$\vec{Z}_a = \left[ -(h - R_t \cos \psi_{pv} \cos (\lambda_{pv} - \lambda_s)); R_t \cos \psi_{pv} \sin (\lambda_{pv} - \lambda_s); R_t \sin \psi_{pv} \right] / (h^2 + R_t^2 - 2h R_t \cos \psi_{pv})^{1/2}$$

avec:

$X_a, Y_a$  et  $Z_a$ : composantes du vecteur  $(-\vec{Z}_p)$  dans le repère antenne  $\mathbf{R}_a$

$X_g, Y_g$  et  $Z_g$ : composantes du vecteur  $(-\vec{Z}_p)$  dans le repère terrestre de base  $\mathbf{R}_g$

$X_s = Z_g, Y_s = Y_g$  et  $Z_s = -X_g$ : composantes du vecteur  $(-\vec{Z}_p)$  dans le repère satellite  $\mathbf{R}_s$ .

**1.3.1.3** La matrice de passage Euler  $M (3 \times 3)$  du repère  $\mathbf{R}_s$  au repère  $\mathbf{R}_a(\gamma)$  fait intervenir les 3 angles d'Euler ( $\psi, \theta$  et  $(\varphi - \gamma)$ ) définis par:

- rotation  $\psi$  autour de  $\vec{Z}_s$ : passage du repère  $\mathbf{R}_s$  au repère intermédiaire  $\mathbf{R}_1$ : matrice de rotation  $M_{zs}(\psi)$   
 $(\vec{X}_1, \vec{Y}_1, \vec{Z}_1) = (\vec{X}_s, \vec{Y}_s, \vec{Z}_s)$  avec:  $(\vec{X}_s, \vec{Y}_s, \vec{Z}_s) = M_{zs}(\psi) \cdot (\vec{X}_1, \vec{Y}_1, \vec{Z}_1)$  et  $\vec{Z}_1 = \vec{Z}_s$
- rotation  $\theta$  autour de  $\vec{X}_1$ : passage du repère  $\mathbf{R}_1$  au repère intermédiaire  $\mathbf{R}_2$ : matrice de rotation  $M_{x1}(\theta)$   
 $(\vec{X}_2, \vec{Y}_2, \vec{Z}_2) = (\vec{X}_1, \vec{Y}_1, \vec{Z}_1)$  avec:  $(\vec{X}_1, \vec{Y}_1, \vec{Z}_1) = M_{x1}(\theta) \cdot (\vec{X}_2, \vec{Y}_2, \vec{Z}_2)$  et  $\vec{X}_2 = \vec{X}_1$  et  $\vec{Z}_2 = \vec{Z}_1$
- rotation  $(\varphi - \gamma)$  autour de  $\vec{Z}_2$ : passage du repère  $\mathbf{R}_2$  au repère  $\mathbf{R}_a(\gamma)$ : matrice de rotation  $M_{za}(\varphi - \gamma)$   
 $(\vec{X}_a(\gamma), \vec{Y}_a(\gamma), \vec{Z}_a) = (\vec{X}_2, \vec{Y}_2, \vec{Z}_2)$  avec:  $(\vec{X}_2, \vec{Y}_2, \vec{Z}_2) = M_{za}(\varphi - \gamma) \cdot (\vec{X}_a(\gamma), \vec{Y}_a(\gamma), \vec{Z}_a)$  et  $\vec{Z}_a(\gamma) = \vec{Z}_2$

avec:

$$\theta = -\arccos (Z_{pvs} / Z_{pva})$$

$$\psi = -\text{sign} (\psi_{pv}) \cdot \left| \arccos \left[ Y_{pvs} / (\sin \theta \cdot Z_{pva}) \right] \right| \text{ et}$$

$$\text{tg } \varphi = -\text{tg } \psi \cos \theta$$

$X_{pva}, Y_{pva}$  et  $Z_{pva}$ : coordonnées du point de visée Pv dans le repère  $R_a$

$X_{pvs}, Y_{pvs}$  et  $Z_{pvs}$ : coordonnées du point de visée Pv dans le repère  $R_s$

avec:

$$Z_{pvs} = h - R_t \cos \psi_{pv} \cos (\lambda_{pv} - \lambda_s)$$

$$Z_{pva} = \left[ h^2 + R_t^2 - 2h R_t \cos \psi_{pv} \cos (\lambda_{pv} - \lambda_s) \right]^{1/2} \text{ et}$$

$$Y_{pvs} = R_t \sin (\lambda_{pv} - \lambda_s) \cos \psi_{pv}$$

La matrice de passage Euler  $M (3 \times 3)$  s'écrit de la façon suivante:

$$M (3 \times 3) = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos (\varphi - \gamma) - \sin \psi \cos \theta \sin (\varphi - \gamma) & -\cos \psi \sin (\varphi - \gamma) - \sin \psi \cos \theta \cos (\varphi - \gamma) & \sin \theta \sin \psi \\ \sin \psi \cos (\varphi - \gamma) + \cos \psi \cos \theta \sin (\varphi - \gamma) & -\sin \psi \sin (\varphi - \gamma) - \cos \psi \cos \theta \cos (\varphi - \gamma) & -\sin \theta \cos \psi \\ \sin \theta \sin (\varphi - \gamma) & \sin \theta \cos (\varphi - \gamma) & \cos \theta \end{bmatrix}$$

parce que  $M (3 \times 3) = M_{zs}(\psi) (3 \times 3) \cdot M_{x1}(\theta) (3 \times 3) \cdot M_{za}(\varphi) (3 \times 3) \cdot M_{za}(-\gamma) (3 \times 3)$

$$= M_{zs}(\psi) (3 \times 3) \cdot M_{x1}(\theta) (3 \times 3) \cdot M_{za}(\varphi - \gamma) (3 \times 3)$$

$$M (3 \times 3) = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M (3 \times 3) = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos (\varphi - \gamma) & -\sin (\varphi - \gamma) & 0 \\ \sin (\varphi - \gamma) & \cos (\varphi - \gamma) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

par exemple:

$$\vec{V}_{Rs} = M (3 \times 3) \cdot \vec{V}_{Ra(\gamma)} \text{ et } \vec{V}_{Ra} = M_{za}(-\gamma) (3 \times 3) \cdot \vec{V}_{Ra(\gamma)}$$

avec le vecteur  $\vec{V}$  défini dans les repères satellite et antenne  $R_s, R_a$  et  $R_a(\gamma)$ .

La rotation  $(-\gamma)$  due à l'inclinaison  $\gamma$  de la couverture elliptique du faisceau du satellite S est donc prise en compte dans la matrice de passage Euler  $M (3 \times 3)$  qui permet de passer du repère antenne  $R_a(\gamma)$  au repère satellite  $R_s$ .

### 1.3.2 Définition exacte de l'angle de polarisation dans le repère $R_p$ de la station terrienne réceptrice en un point P quelconque: détermination de l'angle de polarisation d'une onde de polarisation rectiligne émise par une antenne A du satellite S

Donc, dans le cas d'une polarisation rectiligne suivant  $\vec{Y}_a$ , les composantes du vecteur de polarisation principale ( $\vec{e}^=$ ) ont pour expression dans le repère  $R_a$ :

$$(\vec{e}^=) = [\cos \varphi_a \sin \varphi_a (\cos \theta_a - 1); \sin^2 \varphi_a \cos \theta_a + \cos^2 \varphi_a; -\sin \varphi_a \sin \theta_a]$$

L'angle de polarisation est défini dans le repère  $R_p$  par:

$$\varepsilon = \text{arc tg} \left( \left[ (\vec{e}^=) \cdot \vec{Y}_p \right] / \left[ (\vec{e}^=) \cdot \vec{X}_p \right] \right) \quad (13a)$$

Les vecteurs  $(\vec{e}^=)$ ,  $\vec{X}_p$  et  $\vec{Y}_p$  doivent être exprimés dans le même repère.

En tenant compte de l'angle,  $\gamma$ , qui caractérise la polarisation  $(\vec{e}^=(\gamma))$  de l'antenne émission du satellite, la valeur de l'angle de polarisation devient:

$$\varepsilon(\gamma) = \text{arc tg} \left( [(\vec{e}^=(\gamma)) \cdot \vec{Y}_p] / [(\vec{e}^=(\gamma)) \cdot \vec{X}_p] \right) \quad (13b)$$

Les vecteurs  $(\vec{e}^=(\gamma))$ ,  $\vec{X}_p$  et  $\vec{Y}_p$  doivent être exprimés dans le même repère.

## 2 Calcul de l'angle d'alignement $\beta$ relatif pour la polarisation rectiligne

### 2.1 Sur la liaison descendante: réception à la station terrienne utile $P_1$ (voir la Fig. 3)

**Calcul, pour une station terrienne  $P_1$  de l'angle d'alignement entre les signaux provenant d'un satellite utile  $S_1$  et d'un satellite brouilleur  $S_2$**

#### 2.1.1 Détermination du vecteur de polarisation rectiligne d'une onde émise par l'antenne $A_1$ du satellite $S_1$ vers la station terrienne utile $P_1$

**Cas général: la station terrienne est distincte du point de visée:  $P_1 \neq P_{v1}$**

**La station terrienne  $P_1$  est pointée sur le satellite  $S_1$  (caractérisé par son point de visée  $P_{v1}$  et l'inclinaison  $\gamma_1$  de son faisceau elliptique d'émission)**

*Hypothèse de calcul:* le vecteur de polarisation rectiligne réception dans l'axe de la station terrienne utile  $P_1$  est aligné sur le vecteur  $[\vec{e}_{1\downarrow}^=(\gamma_1)]$  de polarisation rectiligne émission hors-axe de l'antenne  $A_1$  du satellite utile  $S_1$ .

##### 2.1.1.1 Calcul de $\vec{X}_{p1}$ , $\vec{Y}_{p1}$ , $\vec{Z}_{p1}$ dans le repère terrestre de base $R_{g1}$ :

Les vecteurs de la base orthonormée du repère  $R_{p1}$  de la station terrienne  $P_1$  ont pour coordonnées dans le repère  $R_{g1}$  les expressions suivantes:

$$\vec{Z}_{p1} = \left[ h - R_t \cos \psi_{p1} \cos (\lambda_{p1} - \lambda_{s1}); -R_t \cos \psi_{p1} \sin (\lambda_{p1} - \lambda_{s1}); -R_t \sin \psi_{p1} \right] / \|\text{norm} \vec{Z}_{p1}\|$$

avec:

$$\|\text{norm} \vec{Z}_{p1}\| = (h^2 + R_t^2 - 2h R_t \cos \Theta_{p1})^{1/2}$$

$$\vec{X}_{p1} = \left[ 0; R_t \sin \psi_{p1}; -R_t \cos \psi_{p1} \sin (\lambda_{p1} - \lambda_{s1}) \right] / \|\text{norm} \vec{X}_{p1}\|$$

avec:

$$\|\text{norm} \vec{X}_{p1}\| = |R_t \sin \Theta_{p1}|$$

$$\vec{Y}_{p1} = \left[ R_t^2; R_t (k - \cos \Theta_{p1}) \cos \psi_{p1} \sin (\lambda_{p1} - \lambda_{s1}); R_t^2 (k - \cos \psi_{p1}) \sin \psi_{p1} \right] / \|\text{norm} \vec{Y}_{p1}\|$$

avec:

$$\|\text{norm} \vec{Y}_{p1}\| = R_t^2 |\sin \Theta_{p1}| (\sin^2 \Theta_{p1} + (k - \cos \Theta_{p1})^2)^{1/2}$$

avec:

$$\cos \Theta_{p1} = \cos \psi_{p1} \cos (\lambda_{p1} - \lambda_{s1})$$

**2.1.1.2** Calcul de  $\overrightarrow{S_1P_1}$  dans le repère terrestre de base  $\mathbf{R}_{g1}$ :

La direction satellite-station  $\overrightarrow{S_1P_1}$  est matérialisée par le vecteur  $(-\vec{Z}_{p1})$  et a pour coordonnées les expressions suivantes:

– dans le repère terrestre de base  $\mathbf{R}_{g1}$ :

$$\begin{aligned} (-\vec{Z}_{p1}) &= [X_{g1}; Y_{g1}; Z_{g1}] \\ &= [-(h - R_t \cos \psi_{p1} \cos (\lambda_{p1} - \lambda_{s1})); R_t \cos \psi_{p1} \sin (\lambda_{p1} - \lambda_{s1}); R_t \sin \psi_{p1}] / (h^2 + R_t^2 - 2h R_t \cos \Theta_{p1})^{1/2} \end{aligned}$$

– dans le repère satellite  $\mathbf{R}_{s1}$ :

$$(-\vec{Z}_{p1}) = [X_{s1}; Y_{s1}; Z_{s1}] = [Z_{g1}; Y_{g1}; -X_{g1}] = {}^tT(3 \times 3) [X_{g1}; Y_{g1}; Z_{g1}]$$

– dans le repère antenne  $\mathbf{R}_{a1}(\gamma_1)$ :

$$(-\vec{Z}_{p1}) = [X_{a1}(\gamma_1); Y_{a1}(\gamma_1); Z_{a1}(\gamma_1)] = {}^tM_1(3 \times 3) \cdot [X_{s1}; Y_{s1}; Z_{s1}]$$

avec  $M_1(3 \times 3)$  la matrice de passage Euler entre les repères  $\mathbf{R}_{a1}(\gamma_1)$  et  $\mathbf{R}_{s1}$

– et dans le repère antenne  $\mathbf{R}_{a1}$ :

$$(-\vec{Z}_{p1}) = [X_{a1}; Y_{a1}; Z_{a1}] = M_{za1}(-\gamma_1)(3 \times 3) \cdot [X_{a1}(\gamma_1); Y_{a1}(\gamma_1); Z_{a1}(\gamma_1)]$$

avec  $M_{za1}(-\gamma_1)(3 \times 3)$  la matrice de passage rotation entre les repères  $\mathbf{R}_{a1}(\gamma_1)$  et  $\mathbf{R}_{a1}$ .

**2.1.1.3** Définition du vecteur de polarisation rectiligne d'une onde émise par l'antenne  $A_1$  du satellite  $S_1$  vers la station terrienne utile  $P_1$

Le vecteur de polarisation  $[\vec{e}_{1\downarrow}^-(\gamma_1)]$  selon la 3<sup>e</sup> définition de Ludwig, (l'antenne du satellite  $S_1$  étant polarisée suivant  $\vec{Y}_{a1}(\gamma_1)$ ), a pour expression dans le repère  $\mathbf{R}_{a1}(\gamma_1)$  (voir la Fig. 2a):

$$[\vec{e}_{1\downarrow}^-(\gamma_1)]_{Ra1}(\gamma_1) = \sin(\varphi_{a1} + \gamma_1) \cdot \vec{e}_{\theta a1} + \cos(\varphi_{a1} + \gamma_1) \cdot \vec{e}_{\varphi a1}$$

avec:

–  $(\vec{e}_{\theta a1}$  et  $\vec{e}_{\varphi a1})$ : vecteurs unitaires classiques des coordonnées sphériques dans le repère antenne  $\mathbf{R}_{a1}(\gamma_1)$ :

$$\vec{e}_{\theta a1} = [\cos \theta_{a1} \cos(\varphi_{a1} + \gamma_1); \cos \theta_{a1} \sin(\varphi_{a1} + \gamma_1); -\sin \theta_{a1}]$$

$$\vec{e}_{\varphi a1} = [-\sin(\varphi_{a1} + \gamma_1); \cos(\varphi_{a1} + \gamma_1); 0]$$

–  $(\theta_{a1}$  et  $\varphi_{a1})$ : angles définissant la direction  $\overrightarrow{S_1P_1}$  ou  $(-\vec{Z}_{p1})$  du satellite  $S_1$  vers la station terrienne  $P_1$  dans le repère  $\mathbf{R}_{a1}$ :

$$[\theta_{a1}; \varphi_{a1}] = [\arccos Z_{a1}; \arctan(Y_{a1} / X_{a1})] \text{ dans } \mathbf{R}_{a1}$$

$X_{a1}$ ,  $Y_{a1}$  et  $Z_{a1}$  sont les composantes du vecteur  $(-\vec{Z}_{p1})$  dans le repère antenne  $\mathbf{R}_{a1}$

– puis le vecteur  $[\vec{e}_{1\downarrow}^-(\gamma_1)]$  est exprimé:

– dans le repère  $\mathbf{R}_{s1}$  par la matrice de passage Euler  $M_1(3 \times 3)$  entre les repères  $\mathbf{R}_{a1}(\gamma_1)$  et  $\mathbf{R}_{s1}$ :

$$[\vec{e}_{1\downarrow}^-(\gamma_1)]_{Rs1} = M_1(3 \times 3) \cdot [\vec{e}_{1\downarrow}^-(\gamma_1)]_{Ra1}(\gamma_1)$$

– puis dans le repère  $\mathbf{R}_{g1}$ :

$$[\vec{e}_{1\downarrow}^-(\gamma_1)]_{Rg1} = T(3 \times 3) \cdot [\vec{e}_{1\downarrow}^-(\gamma_1)]_{Rs1}$$

### 2.1.2 Détermination du vecteur de polarisation rectiligne d'une onde émise hors axe par le satellite brouilleur $S_2$ vers la station terrienne utile $P_1$

**Cas général: la station terrienne est distincte du point de visée:  $P_1 \neq P_{v1}$**

**La station terrienne  $P_1$  est pointée sur le satellite  $S_1$  mais reçoit aussi des émissions brouilleuses du satellite  $S_2$  (caractérisé par son point de visée  $P_{v2}$  et l'inclinaison  $\gamma_2$  de son faisceau elliptique d'émission)**

Le vecteur de polarisation rectiligne  $[\vec{e}_{21\downarrow}^=(\gamma_2)]$  émission hors axe de l'onde émise par le satellite brouilleur  $S_2$  est d'abord calculé dans le repère  $R_{g2}$  (suivant le même raisonnement que pour le satellite  $S_1$  dans le repère  $R_{g1}$  (voir le § 2.1.1)).

Le vecteur  $[\vec{e}_{21\downarrow}^=(\gamma_2)]$  selon la 3<sup>e</sup> définition de Ludwig, (l'antenne du satellite  $S_2$  étant polarisée suivant  $\vec{Y}_{a2}(\gamma_2)$ ), a pour expression dans le repère  $R_{a2}(\gamma_2)$ :

$$[\vec{e}_{21\downarrow}^=(\gamma_2)]_{Ra2(\gamma_2)} = \sin(\varphi_{a21} + \gamma_2) \cdot \vec{e}_{\theta_{a21}} + \cos(\varphi_{a21} + \gamma_2) \cdot \vec{e}_{\varphi_{a21}}$$

avec:

- $(\vec{e}_{\theta_{a21}}$  et  $\vec{e}_{\varphi_{a21}})$ : vecteurs unitaires classiques des coordonnées sphériques dans le repère antenne  $R_{a2}(\gamma_2)$ :

$$\vec{e}_{\theta_{a21}} = [\cos \theta_{a21} \cos(\varphi_{a21} + \gamma_2); \cos \theta_{a21} \sin(\varphi_{a21} + \gamma_2); -\sin \theta_{a21}]$$

$$\vec{e}_{\varphi_{a21}} = [-\sin(\varphi_{a21} + \gamma_2); \cos(\varphi_{a21} + \gamma_2); 0]$$

- $(\theta_{a21}$  et  $\varphi_{a21})$ : angles définissant la direction  $\overrightarrow{S_2P_1}$  du satellite  $S_2$  vers la station terrienne  $P_1$  dans le repère  $R_{a2}$ :

$$[\theta_{a21}; \varphi_{a21}] = [\arccos Z_{a21}; \arctan(Y_{a21}/X_{a21})] \text{ dans } R_{a2}$$

$X_{a21}$ ,  $Y_{a21}$  et  $Z_{a21}$  sont les composantes du vecteur  $(-\vec{Z}_{p21}) = (\overrightarrow{S_2P_1}) / \|(\overrightarrow{S_2P_1})\|$  dans le repère antenne  $R_{a2}$

- puis le vecteur  $[\vec{e}_{21\downarrow}^=(\gamma_2)]$  est exprimé:

- dans le repère  $R_{s2}$  par la matrice de passage Euler  $M_2$  ( $3 \times 3$ ) entre les repères  $R_{s2}$  et  $R_{a2}(\gamma_2)$ :

$$[\vec{e}_{21\downarrow}^=(\gamma_2)]_{Rs2} = M_2(3 \times 3) \cdot [\vec{e}_{21\downarrow}^=(\gamma_2)]_{Ra2(\gamma_2)}$$

- dans le repère  $R_{g2}$ :

$$[\vec{e}_{21\downarrow}^=(\gamma_2)]_{Rg2} = T(3 \times 3) \cdot [\vec{e}_{21\downarrow}^=(\gamma_2)]_{Rs2}$$

- puis est exprimé dans le repère  $R_{g1}$ :

$$[\vec{e}_{21\downarrow}^=(\gamma_2)]_{\text{dans } R_{g1}} = \begin{bmatrix} \cos(\lambda_{s2} - \lambda_{s1}) & -\sin(\lambda_{s2} - \lambda_{s1}) & 0 \\ \sin(\lambda_{s2} - \lambda_{s1}) & \cos(\lambda_{s2} - \lambda_{s1}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot [\vec{e}_{21\downarrow}^=(\gamma_2)]_{\text{dans } R_{g2}}$$

### 2.1.3 Calcul de l'angle d'alignement relatif $\beta$ pour la polarisation rectiligne sur la liaison descendante: réception à la station terrienne utile $P_1$ (voir la Fig. 3)

**Calcul pour une station terrienne  $P_1$  de l'angle d'alignement entre les plans de polarisation des signaux provenant d'un satellite utile  $S_1$  et d'un satellite brouilleur  $S_2$**

Les angles de polarisation  $\epsilon_{1\downarrow}(\gamma_1)$  et  $\epsilon_{21\downarrow}(\gamma_2)$  seront exprimés dans le repère  $R_{p1}$  de la station terrienne  $P_1$  liée au satellite utile  $S_1$  sur lequel est pointée la station terrienne  $P_1$  utile considérée.



**2.1.3.1** Les calculs précédents peuvent être appliqués au calcul de l'angle de polarisation  $\varepsilon_{1\downarrow}(\gamma_1)$  de l'onde émise avec le vecteur de polarisation  $[\vec{e}_{1\downarrow}^=(\gamma_1)]$  par l'antenne  $A_1$  du satellite utile  $S_1$  caractérisée par l'angle  $\gamma_1$ , d'où:

$$\varepsilon_{1\downarrow}(\gamma_1) = \arctan \left( \frac{[(\vec{e}_{1\downarrow}^=(\gamma_1)) \cdot \vec{Y}_{p1}]}{[(\vec{e}_{1\downarrow}^=(\gamma_1)) \cdot \vec{X}_{p1}]} \right) \quad (14)$$

Les vecteurs  $[\vec{e}_{1\downarrow}^=(\gamma_1)]$ ,  $\vec{X}_{p1}$  et  $\vec{Y}_{p1}$  sont exprimés dans le même repère  $R_{g1}$ .

**2.1.3.2** De même pour le calcul de l'angle de polarisation  $\varepsilon_{21\downarrow}(\gamma_2)$  de l'onde émise avec le vecteur de polarisation  $[\vec{e}_{21\downarrow}^=(\gamma_2)]$  par l'antenne  $A_1$  du satellite brouilleur  $S_2$  caractérisée par l'angle  $\gamma_2$ , d'où:

$$\varepsilon_{21\downarrow}(\gamma_2) = \arctan \left( \frac{[(\vec{e}_{21\downarrow}^=(\gamma_2)) \cdot \vec{Y}_{p1}]}{[(\vec{e}_{21\downarrow}^=(\gamma_2)) \cdot \vec{X}_{p1}]} \right) \quad (15)$$

Le vecteur  $[\vec{e}_{21\downarrow}^=(\gamma_2)]$  est calculé d'abord dans le repère  $R_{g2}$ , puis dans le repère  $R_{g1}$ .

**2.1.3.3** Les angles de polarisation  $\varepsilon_{1\downarrow}(\gamma_1)$  et  $\varepsilon_{21\downarrow}(\gamma_2)$  étant exprimés dans le repère  $R_{p1}$  de la station terrienne  $P_1$  liée au satellite utile  $S_1$ , la valeur de l'angle d'alignement  $\beta_{\downarrow}$  est donnée dans le cas copolaire par l'expression:

$$\beta_{\downarrow} = |\varepsilon_{1\downarrow}(\gamma_1) - \varepsilon_{21\downarrow}(\gamma_2)| + \delta \quad (\text{voir la Note 1}) \quad (16)$$

## 2.2 Sur la liaison montante: réception au satellite utile $S_1$ (voir la Fig. 4)

### Calcul pour un satellite utile $S_1$ de l'angle d'alignement entre les signaux provenant d'une station terrienne utile $P_1$ et d'une station terrienne brouilleuse $P_2$

#### 2.2.1 Détermination du vecteur de polarisation rectiligne et de l'angle de polarisation d'une onde émise par la station terrienne $P_1$ vers le satellite $S_1$

##### Cas général: la station terrienne est distincte du point de visée: $P_1 \neq P_{v1}$

La station terrienne  $P_1$  est pointée sur le satellite  $S_1$  (caractérisé par son point de visée  $P_{v1}$  et l'inclinaison  $\gamma_1$  de son faisceau elliptique de réception).

*Hypothèse de calcul:* le vecteur de polarisation rectiligne  $[\vec{e}_{1\uparrow}^=(\gamma_1)]$  émission dans l'axe de l'onde émise par la station terrienne  $P_1$  est aligné sur le vecteur de polarisation rectiligne réception hors axe de l'antenne du satellite utile  $S_1$ .

Le calcul du vecteur  $[\vec{e}_{1\uparrow}^=(\gamma_1)]$  émis de la station terrienne  $P_1$  vers le satellite  $S_1$  est donc exprimé dans le repère  $R_{a1}$  lié à l'antenne  $A_1$  du satellite  $S_1$  (qui est pointé sur le point de visée  $P_{v1}$ ) suivant le même raisonnement que pour le vecteur  $[\vec{e}_{1\downarrow}^=(\gamma_1)]$  sur la liaison descendante (voir le § 2.1.1).

L'expression de l'angle de polarisation de la station terrienne  $P_1$  dans le repère  $R_{a1}$  est donc:

$$\varepsilon_{1\uparrow}(\gamma_1) = \arctan \left( \frac{[(\vec{e}_{1\downarrow}^=(\gamma_1)) \cdot \vec{X}_{a1}]}{[(\vec{e}_{1\downarrow}^=(\gamma_1)) \cdot \vec{Y}_{a1}]} \right)$$

Les vecteurs  $[\vec{e}_{1\uparrow}^=(\gamma_1)]$ ,  $\vec{X}_{a1}$  et  $\vec{Y}_{a1}$  sont exprimés dans le même repère ( $R_{a1}$  par exemple).

#### 2.2.2 Détermination du vecteur de polarisation rectiligne et de l'angle de polarisation d'une onde émise par la station terrienne $P_2$ vers le satellite $S_2$

##### Cas général: la station terrienne est distincte du point de visée: $P_2 \neq P_{v2}$

La station terrienne  $P_2$  est pointée sur le satellite  $S_2$  (caractérisé par son point de visée  $P_{v2}$  et l'inclinaison  $\gamma_2$  de son faisceau elliptique de réception).

*Hypothèse de calcul:* le vecteur de polarisation rectiligne  $[\vec{e}_{2\uparrow}^=(\gamma_2)]$  émission dans l'axe de l'onde émise par la station terrienne  $P_2$  est aligné sur le vecteur de polarisation rectiligne réception hors axe de l'antenne du satellite  $S_2$ .

Le calcul du vecteur  $[\vec{e}_{2\uparrow}^{\leftarrow}(\gamma_2)]$  émis de la station terrienne  $P_2$  vers le satellite  $S_2$  est donc exprimé dans le repère  $\mathbf{R}_{p2}$  lié à la station terrienne  $P_2$  pointée sur le satellite  $S_2$  (qui est pointé sur le point de visée  $Pv_2$ ) suivant le même raisonnement que pour le vecteur  $[\vec{e}_{2\downarrow}^{\leftarrow}(\gamma_2)]$  sur la liaison descendante (voir le § 2.1.1).

L'expression de l'angle de polarisation de la station terrienne  $P_2$  dans le repère  $\mathbf{R}_{p2}$  est donc:

$$\varepsilon_{2\uparrow}(\gamma_2) = \text{arc tg} \left( \left[ (\vec{e}_{2\uparrow}^{\leftarrow}(\gamma_2)) \cdot \vec{Y}_{p2} \right] / \left[ (\vec{e}_{2\uparrow}^{\leftarrow}(\gamma_2)) \cdot \vec{X}_{p2} \right] \right)$$

Les vecteurs  $[\vec{e}_{2\uparrow}^{\leftarrow}(\gamma_2)]$ ,  $\vec{X}_{p2}$  et  $\vec{Y}_{p2}$  sont exprimés dans le même repère ( $\mathbf{R}_{p2}$  par exemple).

### 2.2.3 Détermination du vecteur de polarisation rectiligne et de l'angle de polarisation d'une onde émise hors axe par la station terrienne $P_2$ vers le satellite utile $S_1$

La station terrienne  $P_2$  qui est pointée sur le satellite  $S_2$  (caractérisé par son point de visée  $Pv_2$  et l'inclinaison  $\gamma_2$  de son faisceau elliptique réception) envoie aussi des émissions brouilleuses sur le satellite utile  $S_1$  (caractérisé par son point de visée  $Pv_1$  et l'inclinaison  $\gamma_1$  de son faisceau elliptique réception) (voir la Fig. 2b).

Le vecteur de polarisation rectiligne  $[\vec{e}_{21\uparrow}^{\leftarrow}(\varepsilon_{2\uparrow}(\gamma_2))]$  émission hors axe de l'onde émise par l'antenne de la station terrienne  $P_2$  a pour expression dans le repère  $\mathbf{R}_{p2}$ : (l'antenne à la station terrienne  $P_2$  est ici polarisée rectilignement suivant  $\vec{X}'_{p2}$  (avec  $\vec{X}'_{p2} = \text{Rot}_{z_{p2}}(\varepsilon_2)(\vec{X}_{p2})$ ):

$$[\vec{e}_{21\uparrow}^{\leftarrow}(\varepsilon_{2\uparrow}(\gamma_2))]_{R_{p2}} = [\vec{e}_{21\uparrow}^{\leftarrow}(\varepsilon_2)]_{R_{p2}} = \cos(\varphi_{p21} - \varepsilon_2) \cdot \vec{e}_{\theta_{p21}} - \sin(\varphi_{p21} - \varepsilon_2) \cdot \vec{e}_{\psi_{p21}}$$

avec:  $\varepsilon_{2\uparrow}(\gamma_2) = \varepsilon_2$

avec:

–  $(\vec{e}_{\theta_{p21}}$  et  $\vec{e}_{\psi_{p21}})$ : vecteurs unitaires classiques des coordonnées sphériques dans le repère  $\mathbf{R}_{p2}$ :

$$\vec{e}_{\theta_{p21}} = [\cos \theta_{p21} \cos \varphi_{p21}; \cos \theta_{p21} \sin \varphi_{p21}; -\sin \theta_{p21}]$$

$$\vec{e}_{\psi_{p21}} = [-\sin \varphi_{p21}; \cos \varphi_{p21}; 0]$$

–  $(\theta_{p21}$  et  $\varphi_{p21})$ : angles définissant la direction  $\overrightarrow{P_2S_1}$  de la station terrienne  $P_2$  vers le satellite  $S_1$  dans le repère  $\mathbf{R}_{p2}$ :

$$\cos \theta_{p21} = \left( (\overrightarrow{P_2S_2}) \cdot (\overrightarrow{P_2S_1}) \right) / \left( \| \overrightarrow{P_2S_2} \| \cdot \| \overrightarrow{P_2S_1} \| \right) \text{ dans } \mathbf{R}_{p2}$$

et

$$\text{tg } \varphi_{p21} = \left( (\overrightarrow{P_2S_1}) \cdot \vec{Y}_{p2} \right) / \left( (\overrightarrow{P_2S_1}) \cdot \vec{X}_{p2} \right)$$

– La direction station terrienne-satellite  $\overrightarrow{P_2S_2}$  est matérialisée par le vecteur  $\vec{Z}_{p2} = (\overrightarrow{P_2S_2}) / \| \overrightarrow{P_2S_2} \|$

Les vecteurs  $\vec{X}_{p2}$ ,  $\vec{Y}_{p2}$ ,  $\vec{Z}_{p2}$  sont exprimés dans le repère  $\mathbf{R}_{g2}$ , puis dans le repère  $\mathbf{R}_{g1}$  et le vecteur  $(\overrightarrow{P_2S_1})$  est exprimé dans le repère  $\mathbf{R}_{g1}$ .

#### 2.2.3.1 Calcul de $\vec{X}_{p2}$ , $\vec{Y}_{p2}$ , $\vec{Z}_{p2}$ dans le repère $\mathbf{R}_{g2}$ :

Les vecteurs du repère  $\mathbf{R}_{p2}$  de la station terrienne  $P_2$  (qui est pointée sur le satellite  $S_2$ ) ont pour coordonnées dans le repère  $\mathbf{R}_{g2}$  les expressions suivantes:

$$\vec{Z}_{p2} = \left[ h - R_t \cos \psi_{p2} \cos (\lambda_{p2} - \lambda_{s2}); -R_t \cos \psi_{p2} \sin (\lambda_{p2} - \lambda_{s2}); -R_t \sin \psi_{p2} \right] / \| \text{norm } \vec{Z}_{p2} \|$$

avec:

$$\| \text{norm } \vec{Z}_{p2} \| = (h^2 + R_t^2 - 2h R_t \cos \Theta_{p2})^{1/2}$$

$$\vec{Z}_{p2} = (\overrightarrow{P_2S_2}) / \| \overrightarrow{P_2S_2} \|$$

$$\vec{X}_{p2} = \left[ 0; R_t \sin \psi_{p2}; -R_t \cos \psi_{p2} \sin (\lambda_{p2} - \lambda_{s2}) \right] / \| \text{norm } \vec{X}_{p2} \|$$

avec:

$$\|\text{norm } \vec{X}_{p2}\| = |R_t \sin \Theta_{p2}|$$

$$\vec{Y}_{p2} = \left[ R_t^2; R_t (k - \cos \Theta_{p2}) \cos \Psi_{p2} \sin (\lambda_{p2} - \lambda_{s2}); R_t^2 (k - \cos \Psi_{p2}) \sin \Psi_{p2} \right] / \|\text{norm } \vec{Y}_{p2}\|$$

avec:

$$\|\text{norm } \vec{Y}_{p2}\| = R_t^2 |\sin \Theta_{p2}| (\sin^2 \Theta_{p2} + (k - \cos \Theta_{p2})^2)^{1/2}$$

de plus  $\cos \Theta_{p2} = \cos \Psi_{p2} \cos (\lambda_{p2} - \lambda_{s2})$ .

**2.2.3.2** Calcul du vecteur  $(\overrightarrow{P_2 S_1})$  dans le repère  $\mathbf{R}_{g1}$ :

$$(\overrightarrow{P_2 S_1}) = \left[ h - R_t \cos \Psi_{p2} \cos (\lambda_{p2} - \lambda_{s1}); -R_t \cos \Psi_{p2} \sin (\lambda_{p2} - \lambda_{s1}); -R_t \sin \Psi_{p2} \right]$$

avec:

$$\|(\overrightarrow{P_2 S_1})\| = (h^2 + R_t^2 - 2h R_t \cos \Theta'_{p2})^{1/2}$$

et  $\cos \Theta'_{p2} = \cos \Psi_{p2} \cos (\lambda_{p2} - \lambda_{s1})$

**2.2.3.3** Calcul du vecteur polarisation rectiligne  $[\vec{e}_{21\uparrow}^{\leftarrow}(\varepsilon_2)]$  émission hors axe dans les repères  $\mathbf{R}_{p2}$  et  $\mathbf{R}_{g1}$ :

Le vecteur  $[\vec{e}_{21\uparrow}^{\leftarrow}(\varepsilon_2)]$  est exprimé dans les repères suivants:

– dans le repère  $\mathbf{R}_{p2}$ :

$$[\vec{e}_{21\uparrow}^{\leftarrow}(\varepsilon_2)]_{\text{dans } \mathbf{R}_{p2}} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{p21} \cos \phi_{p21} \cos (\phi_{p21} - \varepsilon_2) + \sin \phi_{p21} \sin (\phi_{p21} - \varepsilon_2) \\ \cos \theta_{p21} \sin \phi_{p21} \cos (\phi_{p21} - \varepsilon_2) - \cos \phi_{p21} \sin (\phi_{p21} - \varepsilon_2) \\ -\sin \theta_{p21} \cos (\phi_{p21} - \varepsilon_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{21(1)Rp2} \\ e_{21(2)Rp2} \\ e_{21(3)Rp2} \end{bmatrix}$$

– puis dans les repères  $\mathbf{R}_{g2}$  et  $\mathbf{R}_{g1}$ :

– dans le repère  $\mathbf{R}_{g2}$  par l'intermédiaire des expressions précédentes des vecteurs  $\vec{X}_{p2}$ ,  $\vec{Y}_{p2}$ ,  $\vec{Z}_{p2}$  du système  $\mathbf{R}_{p2}$  qui sont exprimées en fonction des vecteurs  $\vec{X}_{g2}$ ,  $\vec{Y}_{g2}$ ,  $\vec{Z}_{g2}$  du système  $\mathbf{R}_{g2}$ :

$$[\vec{e}_{21\uparrow}^{\leftarrow}(\varepsilon_2)]_{Rg2} = [e_{21(1)Rg2}; e_{21(2)Rg2}; e_{21(3)Rg2}]$$

– puis dans le repère  $\mathbf{R}_{g1}$  par l'intermédiaire de la matrice suivante de passage des coordonnées du repère  $\mathbf{R}_{g2}$  au repère  $\mathbf{R}_{g1}$ :

$$[\vec{e}_{21\uparrow}^{\leftarrow}(\varepsilon_2)]_{\text{dans } \mathbf{R}_{g1}} = \begin{bmatrix} \cos (\lambda_{s2} - \lambda_{s1}) & -\sin (\lambda_{s2} - \lambda_{s1}) & 0 \\ \sin (\lambda_{s2} - \lambda_{s1}) & \cos (\lambda_{s2} - \lambda_{s1}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot [\vec{e}_{21\uparrow}^{\leftarrow}(\varepsilon_2)]_{\text{dans } \mathbf{R}_{g2}} = \begin{bmatrix} e_{21(1)Rg1} \\ e_{21(2)Rg1} \\ e_{21(3)Rg1} \end{bmatrix}$$

– puis dans les repères  $\mathbf{R}_{s1}$  et  $\mathbf{R}_{a1}$ :

– dans le repère satellite  $\mathbf{R}_{s1}$ :

$$[\vec{e}_{21\uparrow}^{\leftarrow}(\varepsilon_2)]_{Rs1} = [e_{21(1)Rs1}; e_{21(2)Rs1}; e_{21(3)Rs1}] = [e_{21(3)Rg1}; e_{21(2)Rg1}; -e_{21(1)Rg1}]$$

– dans le repère antenne  $\mathbf{R}_{a1}$ :

$$\begin{aligned} [\vec{e}_{21\uparrow}^{\leftarrow}(\varepsilon_2)]_{Ra1} &= [e_{21(1)Ra1}; e_{21(2)Ra1}; e_{21(3)Ra1}] \\ &= {}^t M_1 (\gamma_1 = 0) (3 \times 3) \cdot [e_{21(1)Rs1}; e_{21(2)Rs1}; e_{21(3)Rs1}] \end{aligned}$$

avec  $M_1$  ( $\gamma_1 = 0$ ) ( $3 \times 3$ ) la matrice de passage Euler (avec  $\gamma_1 = 0$ ) entre les repères  $R_{a1}$  et  $R_{s1}$ .

L'expression de l'angle de polarisation de la station terrienne  $P_2$  dans le repère  $R_{a1}$  est donc:

$$\varepsilon_{21\uparrow}(\varepsilon_2) = \arctg \left( \frac{[(\vec{e}_{21\uparrow}^{\varepsilon_2}) \cdot \vec{X}_{a1}]}{[(\vec{e}_{21\uparrow}^{\varepsilon_2}) \cdot \vec{Y}_{a1}]} \right)$$

Les vecteurs  $[\vec{e}_{21\uparrow}^{\varepsilon_2}]$ ,  $\vec{X}_{a1}$  et  $\vec{Y}_{a1}$  sont exprimés dans le même repère ( $R_{a1}$  par exemple).

#### 2.2.4 Calcul de l'angle d'alignement sur la liaison montante: réception au satellite utile $S_1$ (voir la Fig. 4)

##### Calcul pour un satellite utile $S_1$ de l'angle d'alignement entre les plans de polarisation des signaux provenant d'une station terrienne utile $P_1$ et d'une station terrienne brouilleuse $P_2$

Les angles de polarisation  $\varepsilon_{1\uparrow}(\gamma_1)$  et  $\varepsilon_{21\uparrow}(\varepsilon_2)$  devraient dans ce cas être exprimés dans le repère antenne  $R_{a1}$  lié à l'antenne  $A_1$  du satellite utile  $S_1$  qui est pointée sur la ligne de visée  $Pv_1$ .

**2.2.4.1** Les calculs précédents sont utilisés pour le calcul de l'angle de polarisation  $\varepsilon_{1\uparrow}(\gamma_1)$  de l'onde émise avec le vecteur polarisation  $[\vec{e}_{1\uparrow}^{\gamma_1}]$  depuis la station terrienne utile  $P_1$  vers l'antenne réception  $A_1$  du satellite utile  $S_1$  caractérisée par l'angle  $\gamma_1$ , d'où:

$$\varepsilon_{1\uparrow}(\gamma_1) = \arctg \left( \frac{[(\vec{e}_{1\uparrow}^{\gamma_1}) \cdot \vec{X}_{a1}]}{[(\vec{e}_{1\uparrow}^{\gamma_1}) \cdot \vec{Y}_{a1}]} \right) \quad (17)$$

Les vecteurs  $[\vec{e}_{1\uparrow}^{\gamma_1}]$ ,  $\vec{X}_{a1}$  et  $\vec{Y}_{a1}$  sont exprimés dans le même repère  $R_{a1}$ .

**2.2.4.2** De même pour le calcul de l'angle de polarisation  $\varepsilon_{21\uparrow}(\varepsilon_2)$  de l'onde émise avec le vecteur de polarisation  $[\vec{e}_{21\uparrow}^{\varepsilon_2}]$  depuis la station terrienne brouilleuse  $P_2$  vers l'antenne réception  $A_1$  du satellite utile  $S_1$ , (la station terrienne  $P_2$  est pointée vers l'antenne réception  $A_2$  du satellite brouilleur  $S_2$  caractérisée par l'angle  $\gamma_2$ ), d'où:

$$\varepsilon_{21\uparrow}(\varepsilon_2) = \arctg \left( \frac{[(\vec{e}_{21\uparrow}^{\varepsilon_2}) \cdot \vec{X}_{a1}]}{[(\vec{e}_{21\uparrow}^{\varepsilon_2}) \cdot \vec{Y}_{a1}]} \right) \quad (18)$$

Les vecteurs  $[\vec{e}_{21\uparrow}^{\varepsilon_2}]$ ,  $\vec{X}_{a1}$  et  $\vec{Y}_{a1}$  sont exprimés eux aussi dans le même repère  $R_{a1}$ .

**2.2.4.3** Les angles de polarisation  $\varepsilon_{1\uparrow}(\gamma_1)$  et  $\varepsilon_{21\uparrow}(\varepsilon_2)$  étant exprimés dans le repère antenne  $R_{a1}$  du satellite utile  $S_1$ , la valeur de l'angle d'alignement  $\beta_{\uparrow}$  est donnée dans le cas copolaire par l'expression:

$$\beta_{\uparrow} = |\varepsilon_{1\uparrow}(\gamma_1) - \varepsilon_{21\uparrow}(\varepsilon_2)| + \delta \quad (\text{voir la Note 1}) \quad (19)$$

NOTE 1 – Domaine de validité des calculs:

Les deux hypothèses simplificatrices suivantes, convenant aux calculs de la présente Recommandation, ont été adoptées:

- l'angle de polarisation rectiligne de chacun des 2 signaux utile et brouilleur reçus par l'antenne du satellite utile ou de la station terrienne utile est calculé dans le plan perpendiculaire  $(\vec{X}, \vec{Y})_{rec}$  à la direction principale de l'antenne de réception au lieu d'être calculé dans un plan perpendiculaire  $(\vec{e}_\theta, \vec{e}_\varphi)_{rec}$  à la direction de propagation respective de chacun des 2 signaux.

Les angles hors axe des antennes doivent être inférieurs à environ  $40^\circ$  pour que l'approximation précédente soit valable;

- les diagrammes de rayonnement copolaire et contrapolaire sont à symétrie de révolution autour de l'axe principal de l'antenne (dans le cas d'antenne à réflecteur ou d'antenne à faisceau elliptique).

FIGURE 2  
Liaison station terrienne Pv-satellite S

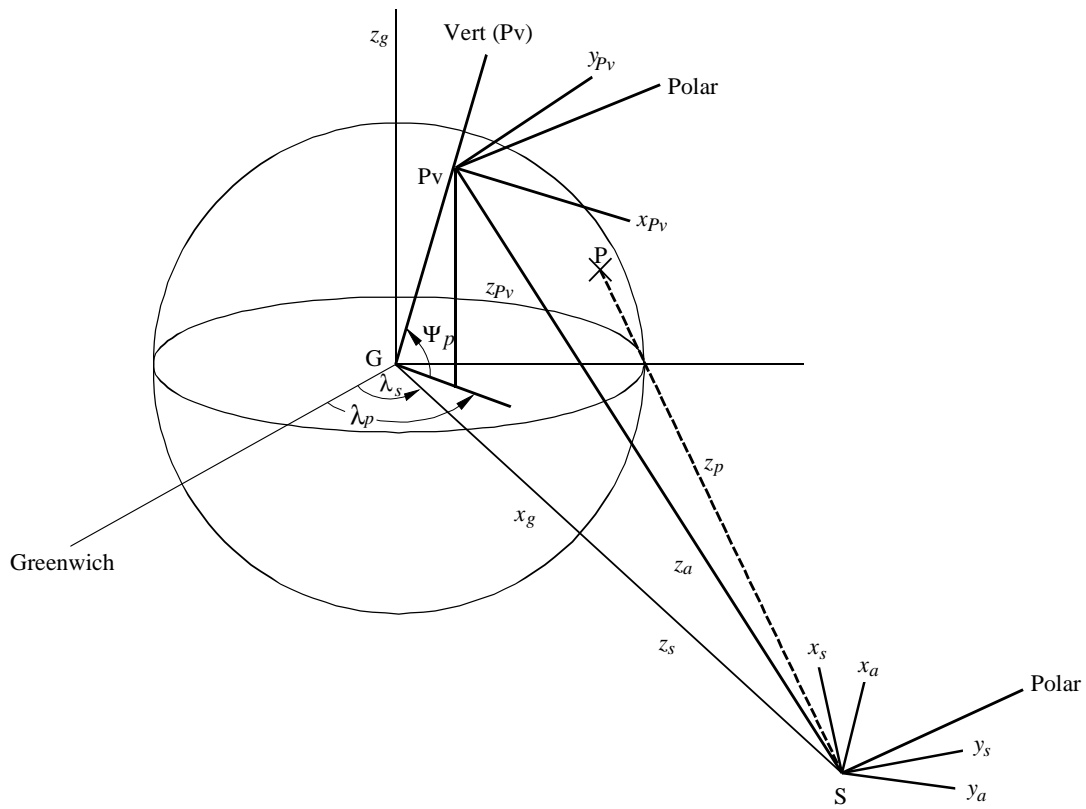


FIGURE 2a

Polarisation rectiligne principale suivant  $y_a(\gamma)$  depuis le satellite S (dans l'axe  $SP_v$  et hors axe  $SP$ )

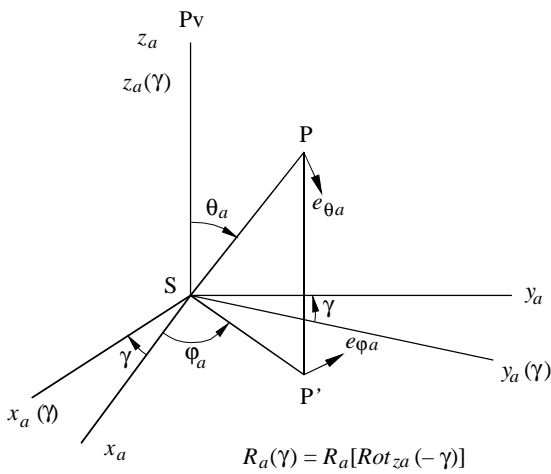


FIGURE 2b

Polarisation rectiligne principale suivant  $x_{p2'}$  depuis la station terrienne  $P_2$  (dans l'axe  $P_2S_2$  et hors axe  $P_2S_1$ )

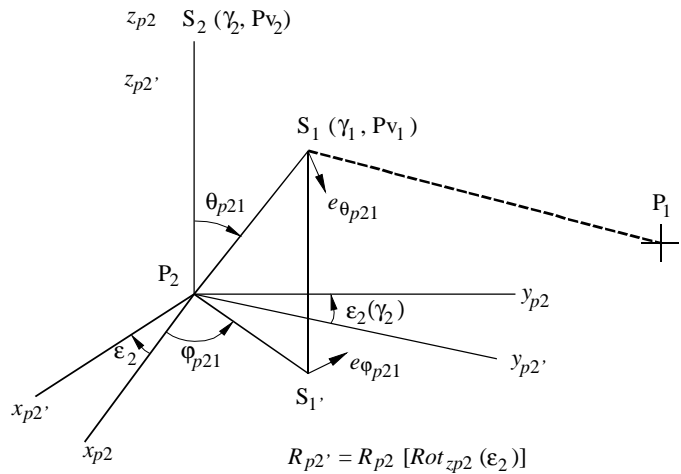
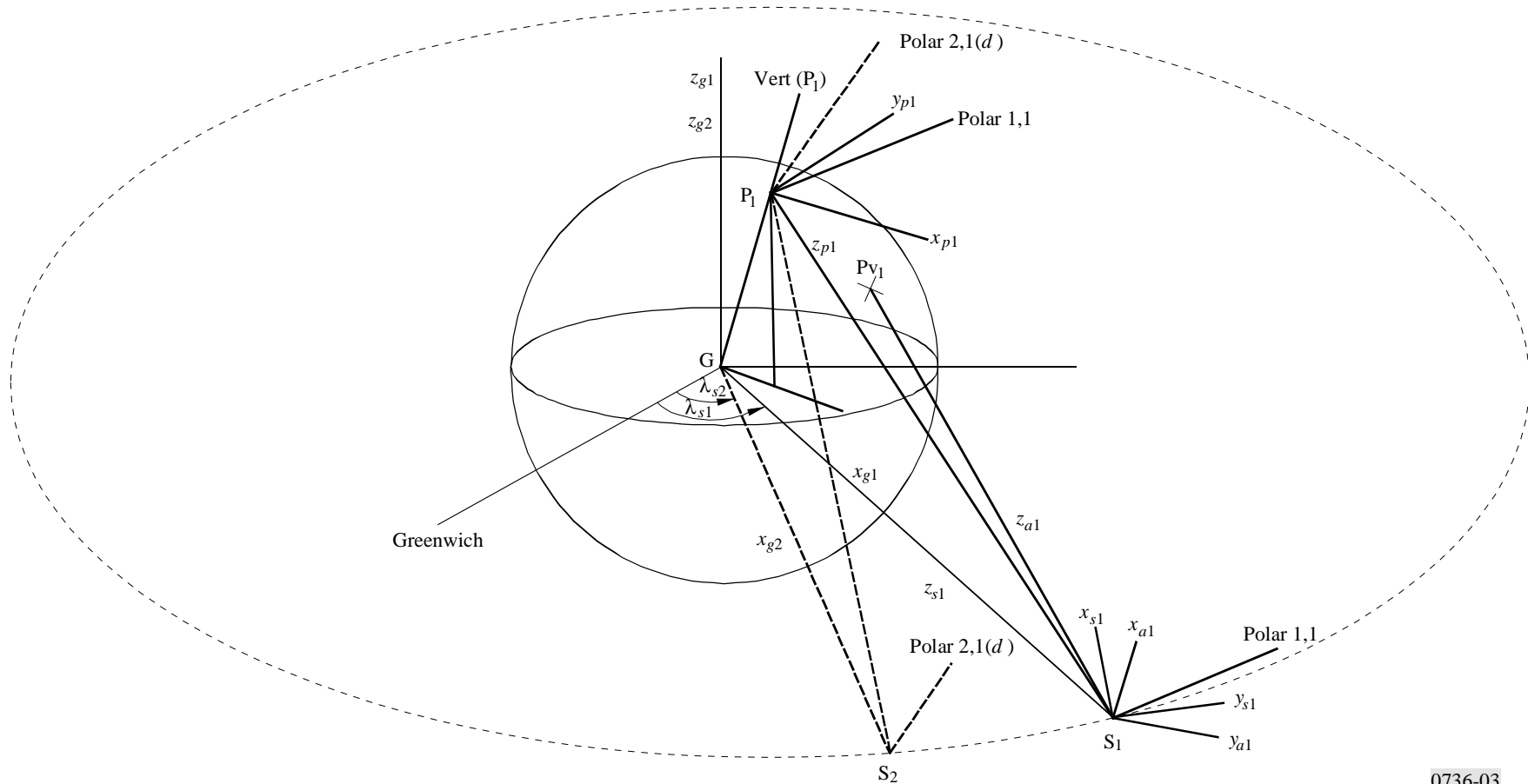
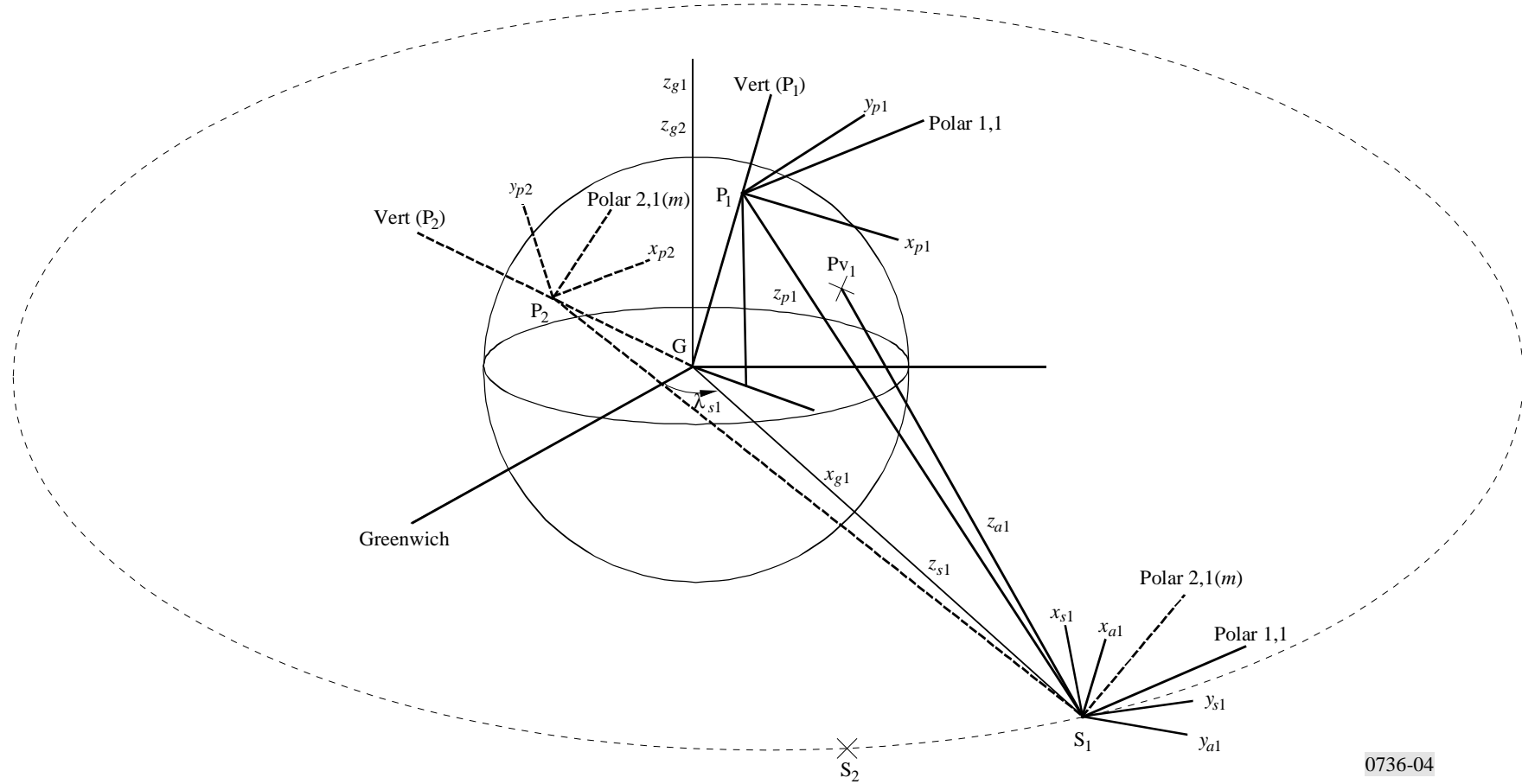


FIGURE 3  
Sens descendant: station terrienne utile réception  $P_1$



0736-03

FIGURE 4  
 Sens montant: satellite utile réception  $S_1$



0736-04

## Dépolarisation due à la pluie – Polarisation croisée des ondes dans la troposphère pour des systèmes de télécommunication dans le sens Terre-espace

### 1 Définition du rapport de découplage de polarisation dû à la pluie

Le rapport de découplage de polarisation dû à la pluie,  $Dx_{pluie}$ , est le rapport de la puissance reçue avec la polarisation émise, à la puissance reçue avec la polarisation orthogonale:

$$Dx_{pluie} = U - V(f) \log A_p \quad \text{dB}$$

où:

$A_p$ : affaiblissement dû à la pluie (dB) dépassé pendant le pourcentage de temps requis,  $p$ , pour le trajet en question. Cette grandeur est généralement appelée affaiblissement copolaire (c'est-à-dire sur la polarisation de l'onde émise)

$V(f)$ : valeur proche de 20, entre 8 et 15 GHz

$$U = U(f, \varepsilon_s, \tau, \sigma)$$

où:

$f$ : fréquence (GHz)

$\varepsilon_s$ : angle d'élévation (degrés)

$\tau$ : angle d'inclinaison (degrés) de la polarisation du vecteur à polarisation rectiligne, par rapport au plan horizontal local (pour la polarisation circulaire, utiliser  $\tau = 45^\circ$ )

$\sigma$ : écart type de la répartition des angles d'obliquité des gouttes de pluie.

Le rapport de découplage de polarisation permet de calculer l'angle contrapolaire  $\Psi_{x_{pluie}}$  (angle de rotation du vecteur de polarisation) et donc le niveau de dépolarisation comme suit:

$$\text{tg}^2(\Psi_{x_{pluie}}) = 10^{-(Dx_{pluie}/10)}$$

### 2 Résumé analytique d'une méthode de calcul des statistiques à long terme de la polarisation croisée induite par les hydrométéores (voir la Recommandation UIT-R P.618)

Différents mécanismes de dépolarisation, en particulier les effets des hydrométéores, sont importants dans la troposphère. Les effets de polarisation croisée sont décrits dans la Recommandation UIT-R P.618, qui indique également le calcul de statistiques à long terme sur la polarisation croisée induite par les hydrométéores. La méthode décrite permet de calculer les statistiques de polarisation croisée à partir des statistiques d'affaiblissement dû à la pluie pour un trajet donné, à une fréquence  $8 \leq f \leq 35$  GHz et à un angle  $\varepsilon_s \leq 60^\circ$ . La méthode permettant d'échelonner les résultats obtenus à des fréquences semblables est également présentée.

$$Dx_{pluie} = U - V(f) \log A_p \quad \text{dB}$$

où:

$$U = C_f + C_\tau + C_{\varepsilon_s} + C_\sigma \quad \text{et} \quad C_A = V(f) \log A_p$$

$$Dx_{pluie} = C_f + C_\tau + C_{\varepsilon_s} + C_\sigma - C_A \quad \text{dB}$$



avec les paramètres suivants:

$C_f$ : terme dépendant de la fréquence

$$C_f = 30 \log f \quad \text{pour } 8 \leq f \leq 35 \text{ GHz}$$

$C_\tau$ : facteur d'amélioration de la polarisation en fonction de l'angle d'inclinaison  $\tau$ :

$$C_\tau = -10 \log [1 - 0,484 (1 + \cos 4\tau)]$$

$C_\tau$  est égal à 0 pour  $\tau = 45^\circ$  et atteint une valeur maximale de 15 dB pour  $\tau = 0^\circ$  ou  $90^\circ$  (en cas de polarisation circulaire,  $\tau = 45^\circ$ )

$C_{\varepsilon_s}$ : terme dépendant de l'angle d'élévation

$$C_{\varepsilon_s} = -40 \log (\cos \varepsilon_s) \quad \text{pour } \varepsilon_s \leq 60^\circ$$

$C_\sigma$ : terme dépendant de l'angle d'obliquité des gouttes d'eau:

$$C_\sigma = 0,0052 \sigma^2$$

où  $\sigma$  (degrés) est l'écart type équivalent de la répartition des angles d'obliquité des gouttes d'eau. Les valeurs de  $\sigma$  sont de  $0^\circ$ ,  $5^\circ$ ,  $10^\circ$  et  $15^\circ$  pour, respectivement, 1%, 0,1%, 0,01% et 0,001% du temps

$C_A$ : terme dépendant de l'affaiblissement dû à la pluie:

$$C_A = V(f) \log A_p$$

où:

$$V(f) = 12,8 f^{0,19} \quad \text{pour } 8 \leq f \leq 20 \text{ GHz}$$

$$V(f) = 22,6 \quad \text{pour } 20 < f \leq 35 \text{ GHz}$$

### 3 Résumé analytique d'une méthode de calcul des statistiques à long terme d'affaiblissement dû à la pluie sur la base du taux de précipitation ponctuel (voir la Recommandation UIT-R P.618)

L'affaiblissement dû aux précipitations est également indiqué dans la Recommandation UIT-R P.618, qui décrit une méthode générale permettant de prédire l'affaiblissement à partir des précipitations et des nuages présents sur un trajet de propagation oblique. Le paramètre  $R_{0,01}$  (mm/h) est le taux de précipitation ponctuel pour le lieu pendant 0,01% d'une année moyenne.

L'affaiblissement  $A_p$  qui est dépassé pendant un pourcentage  $p\%$  d'une année moyenne, dans l'étendue de 0,001% à 1%, est calculé au moyen des formules suivantes, sur la base de l'affaiblissement  $A_{0,01}$  qui est dépassé pendant un pourcentage de 0,01% d'une année moyenne:

$$\frac{A_p}{A_{0,01}} = 0,12 p^{-(0,546 + 0,043 \log p)} \quad \text{pendant } p\% \text{ du temps d'une année moyenne}$$

$$A_{0,01} = \gamma_R L_s r_{0,01} \quad \text{pendant } 0,01\% \text{ du temps d'une année moyenne}$$

Les paramètres sont les suivants:

$\gamma_R$ : affaiblissement spécifiquement dû aux précipitations:

$$\gamma_R = k(f) (R_{0,01})^{\alpha(f)} \text{ (dB/km) (voir la Recommandation UIT-R P.838)}$$

$k(f)$  et  $\alpha(f)$  sont des coefficients qui dépendent de la fréquence, entre autres facteurs

$R_{0,01}$ : taux de précipitation (mm/h) dépassé pendant 0,01% d'une année moyenne (temps d'intégration: 1 min)

$r_{0,01}$ : facteur de réduction de la longueur du trajet des précipitations:

$$r_{0,01} = \frac{1}{1 + L_G/L_0}$$

où  $L_0 = 35 \exp(-0,015 R_{0,01})$

$L_s$ : longueur du trajet oblique au-dessus de la hauteur de pluie:

$$L_s = \frac{(h_R - h_s)}{\sin \varepsilon_s}$$

où la projection horizontale  $L_G = L_s \cos \varepsilon_s$  (km)

$h_s$ : altitude de la station terrienne au-dessus du niveau moyen de la mer (km)

$h_R$ : hauteur de pluie équivalente à la latitude de la station terrienne (km)

$$h_R = \begin{cases} 3 + 0,028 \psi_p & \text{pour } 0 \leq \psi_p < 36^\circ \\ 4 - 0,075 (\psi_p - 36) & \text{pour } \psi_p \geq 36^\circ \end{cases}$$

où  $\psi_p$  est la valeur absolue de la latitude de la station terrienne.

## 4 Dégradations de polarisation

La pluie et la neige peuvent dégrader l'orientation du vecteur de polarisation. Les gouttes de pluie ont une forme qui n'est pas sphérique mais généralement ellipsoïdale.

Lorsqu'une onde à polarisation rectiligne ou circulaire traverse de telles gouttes de pluie, les composantes du vecteur polaire subissent divers affaiblissements et divers déphasages, selon l'axe de l'ellipsoïde des gouttes. Par conséquent, l'onde est à polarisation rectiligne et a une composante à la normale de l'onde d'émission. C'est le phénomène de polarisation croisée ou de dépolarisation. L'orthogonalité des deux ondes à polarisation perpendiculaire est conservée avec l'effet de déphasage différentiel; mais cette orthogonalité n'est pas conservée avec l'effet d'affaiblissement différentiel.

L'effet de déphasage différentiel est prépondérant sur l'effet d'affaiblissement différentiel, qui est faible à 6/4 GHz en particulier, mais non négligeable aux très hautes fréquences.

Les niveaux de dépolarisation dépendent du taux de précipitation. Dans les régions qui ne sont pas très pluvieuses, les effets de polarisation croisée sont relativement légers et ne diminuent que faiblement le rapport de découplage de polarisation. Par ailleurs, dans les régions très pluvieuses, les effets de polarisation croisée sont forts et diminuent de manière inacceptable le rapport de découplage de polarisation.

C'est dans le cas d'une onde à polarisation circulaire, ou rectiligne avec un angle d'inclinaison  $\tau = 45^\circ$ , que la dégradation du découplage de polarisation est maximale. Cependant, cette dégradation est diminuée si la polarisation est presque horizontale ou verticale, à cause de la symétrie des gouttes de pluie.

## 5 Effets de la pluie sur l'atténuation des ondes

### 5.1 Estimations des atténuations

La structure des précipitations est mal connue quant au taux de précipitation et quant à son étendue horizontale et verticale. L'effet de la pluie est relativement faible au-dessous de 10 GHz mais notable au-dessus de cette fréquence. Le calcul de l'affaiblissement dû à la pluie est essentiellement fondé sur la connaissance des taux de précipitation.

Les forts affaiblissements pendant un très petit pourcentage du temps correspondent à des événements rares, d'une durée de quelques minutes. Un pourcentage de 0,01% d'une année moyenne correspond à une durée de 50 min. Ces événements à relativement court terme sont périodiques sur plusieurs années. Il est donc nécessaire de relever des mesures sur plusieurs années pour obtenir des données statistiques significatives.

L'effet de la pluie reste cependant un domaine nouveau et incomplet, dont les méthodes de calcul ne sont pas définitivement arrêtées.

Les principaux facteurs à prendre en compte sont les suivants:

a) *Angle d'élévation*

Les pluies de forte intensité ont une structure qui est plus verticale qu'horizontale. Pour des angles supérieurs à 15°, les affaiblissements forts dépendent très peu de l'angle d'élévation (régions compactes avec précipitations intenses). Pour des pluies de très faible intensité, l'affaiblissement est léger et suit la loi de la cosécante.

b) *Fréquence*

L'effet de la fréquence sur les calculs d'affaiblissement est complexe mais il existe des lois empiriques qui sont indépendantes de l'intensité des précipitations. Il existe également des lois semi-empiriques qui associent les affaiblissements  $A_{p1}$  et  $A_{p2}$  aux fréquences  $f_1$  et  $f_2$  au-dessous de 50 GHz (voir la Recommandation UIT-R P.618 concernant les similitudes en fréquence).

c) *Climat*

Les affaiblissements dépendent principalement de la répartition statistique de l'intensité de pluie en un point donné. Cette répartition permet de commencer le calcul des affaiblissements (selon les Recommandations UIT-R P.837, UIT-R P.838 et UIT-R P.839).

---