

## RECOMENDACIÓN UIT-R S.1553

**Posible método para tener en cuenta los efectos ambientales y de otro tipo sobre los diagramas de radiación de las antenas de satélite**

(Cuestión UIT-R 236/4)

(2002)

La Asamblea de Radiocomunicaciones de la UIT,

*considerando*

- a) que los efectos ambientales y de otro tipo son factores importantes para determinar el comportamiento de una antena de satélite al final de su vida útil;
- b) que los niveles del lóbulo lateral de las antenas de satélite pueden variar debido a factores ambientales, a factores operativos y al proceso de envejecimiento;
- c) que el diagrama de radiación de las antenas de satélite es un parámetro importante en los cálculos de interferencia;
- d) que está aumentando el uso de los sistemas de antenas activas en el ámbito de los satélites operativos;
- e) que los métodos para evaluar los efectos ambientales sobre el comportamiento de una antena de satélite dependen de las tecnologías utilizadas en la antena;
- f) que para algunos sistemas, la fuente primaria de la interferencia causada a una estación terrena, procede de los lóbulos laterales de la antena del satélite,

*reconociendo*

- a) que el procedimiento exacto y los factores de error pueden variar en función del vehículo espacial y de la arquitectura de su carga útil,

*recomienda*

- 1 que se utilicen los métodos y la información descritos en el Anexo 1 para orientar a los diseñadores de sistemas de satélites al determinar y evaluar las varianzas de los diagramas de radiación de una antena de satélite, en función del ángulo fuera del eje de puntería del satélite.

## ANEXO 1

**1 Introducción**

Los análisis efectuados en las antenas, para garantizar su comportamiento adecuado al final de la vida útil, no dependen de la órbita en la que se encuentra el vehículo espacial (geoestacionaria (OSG) o no OSG), sino del tipo de antena que se utiliza (es decir, antena activa o pasiva).

Para los dos tipos de antenas la filosofía general de las pruebas es similar:

- se prueba el comportamiento del diagrama de radiación en condiciones de gradiente de temperatura degradado;
- se realiza una evaluación de la máxima degradación mediante simulaciones validadas;
- se define el comportamiento de la antena al final de su vida útil mediante una combinación de los dos puntos anteriores.

En el presente Anexo se proporcionan algunos detalles sobre este enfoque general para evaluar el comportamiento de las antenas.

La terminología usada en las descripciones de antenas es la siguiente:

- una antena pasiva es una antena en la cual la componente de radiación no incluye ningún equipo activo (como el Amplificador de potencia de estado sólido (SSPA, *solid state power amplifier*), amplificador de bajo nivel de ruido (LNA), amplificador de tubo de ondas progresivas (ATOP), etc.). La amplificación se centraliza y forma parte del repetidor. La antena pasiva es el tipo de antena más común y puede acoplarse a un mecanismo de orientación para permitir una cobertura móvil;
- la antena activa es un subsistema en el que los elementos activos se integran entre los elementos de radiación de la red de conformación del haz. Esta tecnología permite la generación de haces múltiples reconfigurables.

Uno de los principios fundamentales de la teoría de las antenas activas es que el diagrama de radiación viene determinado por la distribución de la amplitud y la fase a través de la apertura. El diseñador de la antena puede, en principio, optimizar las leyes de iluminación y esperar que el diagrama resultante de radiación sea el previsto. En la práctica, sin embargo, habrá errores inevitables y el diagrama de radiación real será en cierta medida diferente del teórico.

## 2 Antenas pasivas

Las arquitecturas principales de las antenas pasivas se basan en las antenas reflectoras; es decir, en un reflector parabólico iluminado por un alimentador o subreflector primario situado en el foco del reflector principal o cerca de él.

Las características de radiación de la antena resultan afectadas por las distorsiones mecánicas y térmicas que dan lugar, principalmente, a un ligero cambio en la forma del reflector y, por consiguiente, afectan las leyes de iluminación.

Esas distorsiones mecánicas y térmicas aparecen en dos etapas:

- durante la fabricación del reflector: la superficie obtenida será diferente de la teórica,
- durante la vida útil de la antena: el entorno del satélite da lugar a una cierta distorsión mecánica y térmica que repercute en la geometría de la antena y, por lo tanto, en las características de radiación.

Estos efectos provocarán un aumento de los niveles del lóbulo lateral, una reducción de la ganancia en la dirección del eje del haz y, en menor grado, un error en la dirección del haz principal.

Se pueden predecir los errores causados por las distorsiones mecánicas y térmicas y puede calcularse el diagrama de radiación resultante utilizando los métodos clásicos basados en el conocimiento que se tenga de la misión, en la arquitectura de satélite y en la configuración de las antenas.

Una vez diseñada la configuración de la antena, se deben seguir los pasos descritos a continuación en el análisis para garantizar el comportamiento al final de la vida útil:

- caracterización de los errores de fabricación respecto a la forma teórica (se obtiene el valor eficaz de la desviación);
- revisión del modelo de antena teniendo en cuenta estos errores;
- medición de la característica de radiación de la antena a temperatura ambiente y su correlación con el modelo;

- investigación de los entornos térmico y mecánico, para saber cuál es el que da lugar a la distorsión de antena en caso más desfavorable (valor eficaz de la distorsión en caso más desfavorable);
- predicción analítica del diagrama de antena al final de la vida útil.

Los parámetros de comportamiento que se prueben a temperatura ambiente presentarán diferencias respecto a los especificados, y el análisis que figura en el último apartado de la lista anterior se encargará de confirmar si estos márgenes son suficientes para garantizar el comportamiento esperado hasta el final de la vida útil.

### 3 Antenas activas

La evaluación o la predicción del comportamiento de los sistemas de antenas en presencia de variaciones de excitación elemental (debido a factores ambientales y operativos, incluidos los fallos) es una parte importante del esfuerzo de ingeniería necesario para el desarrollo de antenas de alto rendimiento que funcionan en órbita. Como parte del proceso de ingeniería se compilan presupuestos de error para definir el comportamiento de la antena a lo largo de la vida útil del satélite.

Un diagrama de radiación de antena activa diferirá del modelo teórico debido a la dispersión de las características entre las cadenas activas que crean distorsiones de las leyes de iluminación de la amplitud y fase, conocidas como errores  $A/\phi$ .

Se pueden describir varios tipos de errores.

Los errores pueden dividirse en dos tipos según sean predecibles o aleatorios.

- Los errores predecibles (como los generados por el problema de la reproducibilidad, los de ensamblaje y los debidos a defectos del gradiente térmico) pueden compensarse mediante la calibración de antenas en puntos de calibración (frecuencia y/o temperatura) a nivel del equipo. La dispersión de estos errores a lo largo de las gamas de frecuencias y/o de temperaturas no se compensará y formarán parte del presupuesto  $A/\phi$ .
- Los errores aleatorios son causados por desviaciones accidentales de los parámetros de la antena con respecto a su valor de diseño. Estas desviaciones ocurrirán al comienzo de la vida útil (debido a dispersiones características de cada equipo y a las dispersiones entre ellos) y cambiarán a lo largo de ésta, para finalmente determinar el comportamiento de la antena al final de su vida útil. Aunque puedan ser pequeños, estos errores afectarán a las características de la ganancia del haz principal y del lóbulo lateral de la antena.

Se pueden identificar los tres siguientes elementos  $A/\phi$  en el análisis:

- error de calibración  $A/\phi$  en los puntos de calibración;
- dispersiones  $A/\phi$  de la gama de frecuencias y/o de temperaturas;
- dispersiones de  $A/\phi$  a lo largo de la vida útil.

En un análisis estadístico se usarán estos tres elementos combinados:

- para comparar los diagramas medidos con los diagramas de antena teóricos, en un conjunto reducido de condiciones de prueba (temperatura ambiente, algunos puntos de frecuencia, ...);
- para confirmar que los márgenes (con respecto a las especificaciones) obtenidos con el conjunto reducido de condiciones de prueba son suficientes para garantizar un determinado comportamiento durante la vida útil del satélite.

En este punto se identifican los parámetros que afectan al comportamiento de las antenas y se proporciona un método para calcular la varianza del lóbulo lateral de la antena en cada dirección. Esta varianza puede utilizarse para obtener el diagrama de ganancia de antena que no deberá rebasarse en un cierto nivel de confianza.

En las Figs. 1 y 2 se presenta un ejemplo de un sistema de antenas con y sin errores de fase y amplitud en los elementos del conjunto. Las Figuras de la derecha representan el diagrama con 1° de varianza de fase y 1 dB de varianza de amplitud, por elemento del conjunto de antenas. Ambos diagramas fueron calculados usando un sistema rectangular con una separación de  $0,9 \lambda$  entre elementos.

FIGURA 1  
Sistema de antenas de baja ganancia con y sin errores de fase y amplitud

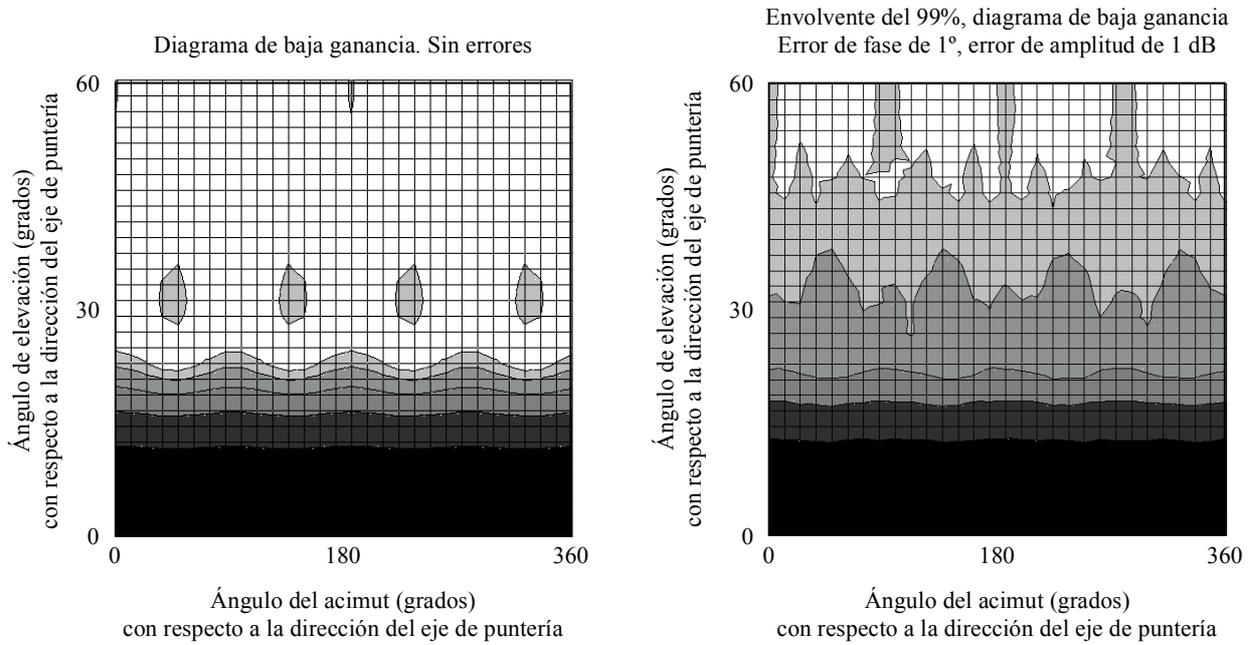
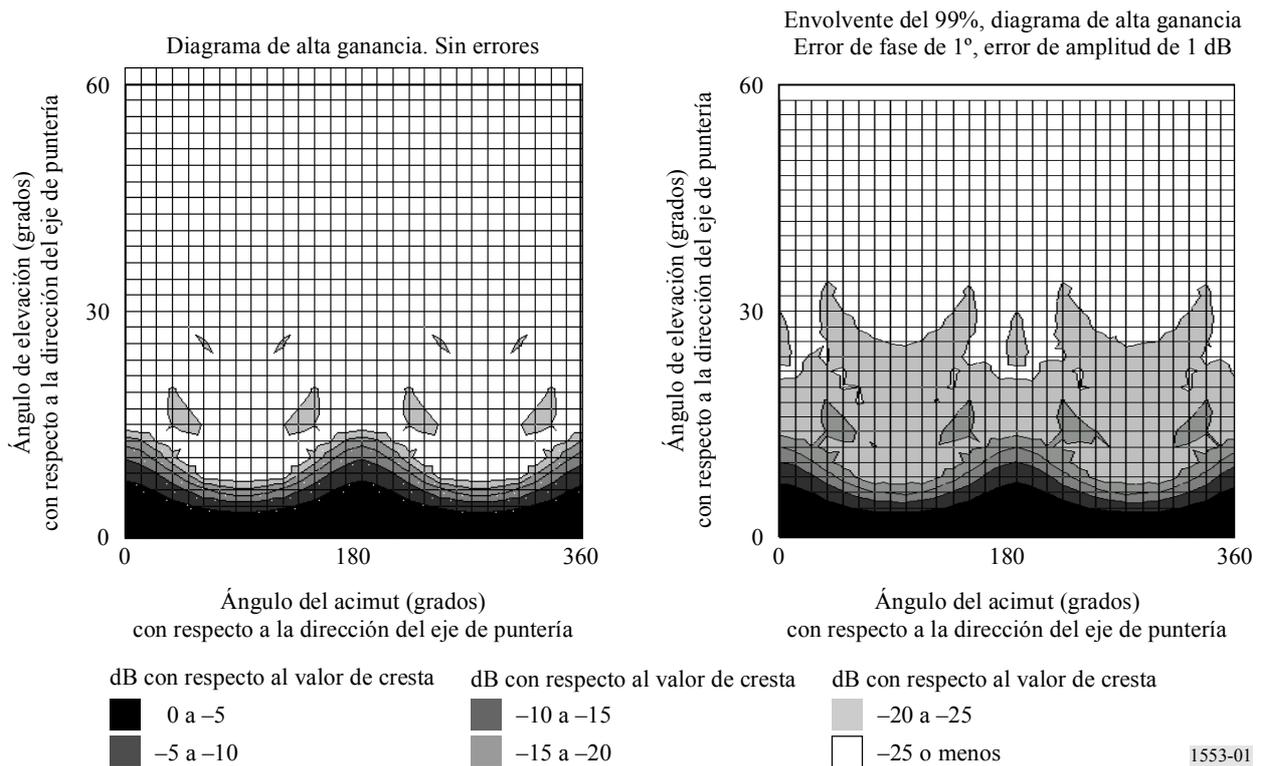


FIGURA 2  
Sistema de antenas de alta ganancia con y sin errores de fase y amplitud



### 3.1 Enfoque

Los errores aleatorios son causados por las desviaciones accidentales de los parámetros de la antena con respecto a su valor de diseño. Aunque sean pequeños, son sistemáticos y pueden limitar el nivel mínimo del lóbulo lateral que puede alcanzarse. No siempre es posible conocer la naturaleza estadística exacta de los errores aleatorios que puedan encontrarse en algún diseño particular. Sin embargo, este método puede ser coherente con cualquier descripción estadística.

El cálculo de los efectos de los errores aleatorios en un sistema de antenas requiere la simulación de parámetros aleatorios para cada elemento del sistema. En otras palabras, se calculan los campos eléctricos,  $E$ , para cada elemento, incluido un ejemplo de cada contribución aleatoria. La suma de estos campos para cada elemento proporciona la información sobre el diagrama de antena en cada dirección.

La simulación se realiza una gran cantidad de veces, con diferentes ejemplos de las contribuciones aleatorias. Para cada dirección de la antena se tabula un histograma de la ganancia de ésta. A partir de esta información, se puede deducir el nivel de la ganancia que no deberá rebasarse para un nivel de confianza especificado.

El primer paso en la evaluación de la antena es la identificación y tabulación de los parámetros aleatorios que afectan su funcionamiento. Puede simularse cada parámetro usando un generador de números aleatorios que genera las varianzas según su descripción estadística. El segundo paso es definir las ecuaciones que describen el diagrama de antena y el último paso es la generación del histograma de ganancia para cada dirección de orientación de la antena.

### 3.2 Parámetros que afectan al comportamiento de las antenas

El diagrama de radiación de las antenas del sistema puede diferir del deseado debido a errores de fase y amplitud de los elementos, fallos en los elementos, errores de polarización y errores de puntería mecánica. En este punto se enumeran todas las contribuciones a los errores aleatorios y se presenta una descripción estadística de ellas.

#### 3.2.1 Presupuestos de errores de fase y amplitud

Cada componente en una antena presenta un comportamiento que varía en función de la tolerancia de fabricación ( $M_{tol}$ ), la temperatura, la frecuencia y el tiempo en funcionamiento. Además, algunos dispositivos de control digital pueden sufrir errores de cuantificación. El Cuadro 1 presenta una plantilla de presupuesto típica. La plantilla es apropiada tanto para variaciones de fase como de amplitud. Dependiendo de la arquitectura de la antena, pueden agregarse o suprimirse algunas contribuciones.

Las variaciones de amplitud y fase se modelan con frecuencia como errores aleatorios con distribución gaussiana. El teorema central del límite permite suponer que si bien algunas contribuciones individuales pueden no ser gaussianas la suma de todas ellas sí lo será. Por lo tanto, puesto que sólo la suma se usa en los cálculos finales esta aproximación es razonable.

Si los errores se modelan como distribuciones gaussianas, las desviaciones típicas de la fase y la magnitud de cada parámetro se incluyen en el presupuesto de error. La desviación típica de error total se calcula generalmente extrayendo la raíz cuadrada de la suma de las varianzas de error. Se supone que no existen correlaciones entre las contribuciones individuales.

La distribución de errores de amplitud final (teniendo en cuenta todas las componentes de error presentadas en el Cuadro 1) es gaussiana de media cero, con  $\sigma = \sigma_a$  y dada por  $G(0, \sigma_a)$ . Asimismo, puede suponerse que  $G(0, \sigma_p)$  es la distribución final de fases, siempre y cuando las contribuciones de errores de fase sean pequeñas.

## CUADRO 1

**Plantilla de presupuesto típica, que incluye varianzas de error de amplitud o fase, para un sistema de antenas**

Fuente	$M_{Tol}$	Temperatura	Frecuencia	Tiempo (fin de vida útil)
<b>Total de distribución de potencia de RF</b> – Divisor de columna – Divisor de fila – Transición				
<b>Total de dispositivos electrónicos de RF</b> – Transición – Desfasador – Amplificador excitador – Amplificador final – Determinación de la impedancia de salida del amplificador – Variación de la fuente de alimentación – Transición				
<b>Total de dispositivos de microondas pasivos</b> – Filtro – Polarizador – Elemento radiante				
<b>Suma cuadrática total</b>				

Este enfoque puede también incluir los errores aleatorios que no sean gaussianos. Si los errores aleatorios no están correlacionados, se puede calcular cada varianza aleatoria por separado y el error total viene dado por la suma de las componentes individuales. Por consiguiente, si las varianzas

aleatorias son  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$ , la varianza total de error es  $\sum_{i=1}^N x_i$ .

Cuando se disponga de información de correlación (procedente de mediciones) debe ser tenida en cuenta mediante presupuestos adicionales de error. Por ejemplo, es probable que exista alguna correlación de los parámetros en función de la temperatura. Los datos que resultan de las mediciones pueden usarse para construir un presupuesto de error separado para cada temperatura de funcionamiento. De esta manera, puede evaluarse dentro de unos ciertos márgenes el comportamiento de las antenas para cada una de estas temperaturas.

Los valores  $M_{tol}$  representan las variaciones en ganancia o fase entre diferentes trayectos en el sistema de antenas, que existen después de la fabricación y calibración. Las variaciones de temperatura son generalmente diurnas y las variaciones de frecuencias se miden a lo largo de toda la gama de frecuencias de funcionamiento del sistema. Los efectos de fin de vida útil son causados por el envejecimiento de los dispositivos electrónicos.

### 3.2.2 Fallos

Los fallos de los elementos pueden ocurrir en cualquier parte del sistema. Debe especificarse la probabilidad de fallo de cada elemento a lo largo de la vida útil del satélite. En general, se utiliza como modelo estadístico una distribución de Bernoulli. Se puede seguir el procedimiento descrito en el § 3.1 en el caso de fallos de elementos que obedezcan a una distribución diferente.

### 3.2.3 Error de puntería mecánico

El error de puntería mecánico se puede describir mediante dos variables aleatorias,  $\varepsilon_\theta$  y  $\varepsilon_\varphi$ , correspondientes al error en los términos  $\theta$  y  $\varphi$  de un sistema de coordenadas esféricas.

### 3.2.4 Polarización

Cada elemento puede tener un error de polarización. La polarización se especifica mediante el ángulo de inclinación y la relación axial. Ambas variables pueden modelarse como variables aleatorias Gaussianas, representadas por el valor medio y varianza  $G(m_\tau, \sigma_\tau)$  para el error del ángulo de inclinación, y  $G(m_r, \sigma_r)$  para el error de la relación axial. Es posible utilizar otras distribuciones.

## 4 Descripción matemática del lóbulo lateral de antena con errores

En este punto se desarrolla la expresión para calcular los diagramas de ganancia, incluidos los errores. La ecuación final puede utilizarse en una simulación de las componentes aleatorias de error para obtener los histogramas del diagrama de ganancia.

La intensidad de campo eléctrico para un elemento del sistema viene dado por la ecuación (1):

$$\begin{aligned} E_{\theta_i}(\theta, \varphi) &= A_i(\theta, \varphi)[r_{A_i}(\theta, \varphi) \cos(\tau_{A_i}(\theta, \varphi)) + j \operatorname{sen}(\tau_{A_i}(\theta, \varphi))] \\ E_{\varphi_i}(\theta, \varphi) &= A_i(\theta, \varphi)[-r_{A_i}(\theta, \varphi) \operatorname{sen}(\tau_{A_i}(\theta, \varphi)) + j \cos(\tau_{A_i}(\theta, \varphi))] \end{aligned} \quad (1)$$

donde:

$E_{\theta_i}(\theta, \varphi)$ : intensidad de campo eléctrico (V/m suponiendo una esfera unitaria) del  $i$ -ésimo elemento que apunta en la dirección  $\theta$

$E_{\varphi_i}(\theta, \varphi)$ : intensidad de campo eléctrico (V/m suponiendo una esfera unitaria) del  $i$ -ésimo elemento que apunta en la dirección  $\varphi$ .

Las variables  $\theta$  y  $\varphi$  representan las dos coordenadas angulares en un sistema de coordenadas esféricas. Se supone que el sistema de coordenadas está centrado en el punto focal de la antena. La orientación del sistema de coordenadas respecto a los tipos de la antena es arbitraria. En el sistema de coordenadas esféricas se usan tres variables ( $\theta$ ,  $\varphi$ ,  $r$ ) para ubicar un punto en el espacio. Las expresiones para realizar la transformación de coordenadas esféricas a rectangulares son las siguientes:

$$x = r \operatorname{sen}(\theta) \cos(\varphi)$$

$$y = r \operatorname{sen}(\theta) \operatorname{sen}(\varphi)$$

$$z = r \cos(\theta)$$

Se define un vector  $(x,y,z)$  en la dirección  $\theta$  para cada punto  $(\theta, \varphi, r)$

$$x = \cos(\theta) \cos(\varphi)$$

$$y = \cos(\theta) \sin(\varphi)$$

$$z = -\sin(\theta)$$

La dirección  $\varphi$  se define como:

$$x = -\sin(\varphi)$$

$$y = \cos(\varphi)$$

$$z = 0$$

La conversión de coordenadas rectangulares a coordenadas esféricas se efectúa de la forma siguiente:

$$r = (x^2 + y^2 + z^2)^{0,5}$$

$$\varphi = \text{tg}^{-1}(y/x)$$

$$\theta = \cos^{-1}(z/r)$$

Las coordenadas  $(\theta, \varphi)$  representan una dirección si el valor de la variable  $r$  se fija a 1.

El campo eléctrico  $E$  en la dirección  $(\theta, \varphi)$  está dado por  $E(\theta, \varphi)$ . Se puede representar un campo  $E$  en una dirección determinada mediante tres componentes ortogonales complejas ( $E_\theta$ ,  $E_\varphi$  y  $E_r$ ). Sin embargo, cuando una onda electromagnética se propaga a través del espacio el término  $E_r$  tiende a 0. La notación usada anteriormente representa las dos componentes restantes del campo  $E$  en la dirección  $(\theta, \varphi)$ . La fase y la magnitud relativas de estas dos componentes definen la polarización. Por ejemplo, si  $|E_\theta| = |E_\varphi|$  y la diferencia de fase es de  $90^\circ$ , la onda electromagnética tendrá una polarización circular.

$A_i(\theta, \varphi)$ : señal compleja de elemento transmitida (V/m suponiendo una esfera unitaria), en función de  $\theta$  y  $\varphi$ , para el  $i$ -ésimo elemento sin errores

$r_{A_i}(\theta, \varphi)$ : relación axial transmitida, en función de  $\theta$ ,  $\varphi$ , para el  $i$ -ésimo elemento sin errores

$\tau_{A_i}(\theta, \varphi)$ : ángulo de inclinación transmitido, en función de  $\theta$  y  $\varphi$ , para el  $i$ -ésimo elemento sin errores.

Los errores aleatorios mencionados distorsionan la expresión de campo indicada en la ecuación (1). Primero se debe incluir el error de puntería mecánico. Tal como se dijo antes, son necesarias dos variables aleatorias para describir este error. Se pueden crear ejemplos de variable aleatoria a partir de las especificaciones de la varianza de error y suponiendo que las variables aleatorias presentan una distribución Gaussiana de media cero. Puede calcularse un ejemplo de error en la dirección de puntería de la antena  $(\theta, \varphi)$  mediante una transformación de esos errores. La expresión del campo, incluido el error de puntería mecánico, se muestra en la ecuación (2).

$$\hat{E}_{\theta_i} = E_{\theta_i}((\theta + \varepsilon_\theta); (\varphi + \varepsilon_\varphi))$$

$$\hat{E}_{\varphi_i} = E_{\varphi_i}((\theta + \varepsilon_\theta); (\varphi + \varepsilon_\varphi)) \quad (2)$$

donde:

$\hat{E}_{\theta_i}$ : intensidad de campo eléctrico del  $i$ -ésimo elemento en la dirección  $\theta$ , incluido el error de puntería mecánico

$\hat{E}_{\varphi_i}$ : intensidad de campo eléctrico del  $i$ -ésimo elemento en la dirección  $\varphi$ , incluido el error de puntería mecánico

$\epsilon_\theta$ : ejemplo de error aleatorio de puntería mecánico en la dirección  $\theta$

$\epsilon_\varphi$ : ejemplo de error aleatorio de puntería mecánico en la dirección  $\varphi$ .

En el miembro izquierdo de la ecuación (2) no aparecen explícitamente ( $\theta$ ,  $\varphi$ ) ni el error de puntería mecánico. Con el fin de hacer las ecuaciones más concisas, de aquí en adelante la dirección de puntería y su error no se indicarán explícitamente.

La ecuación (3) presenta la intensidad de campo eléctrico para un elemento del sistema, incluidos todos los errores.

$$\begin{aligned} E'_{\theta_i} &= P_i A_i (1 + \epsilon_{a_i}) [r_{A_i} (1 + \epsilon_{r_i}) \cos(\tau_{A_i} + \partial\tau_i) + j \operatorname{sen}(\tau_{A_i} + \partial\tau_i)] e^{-j\partial_p} \\ E'_{\varphi_i} &= P_i A_i (1 + \epsilon_{a_i}) [-r_{A_i} (1 + \epsilon_{r_i}) \operatorname{sen}(\tau_{A_i} + \partial\tau_i) + j \cos(\tau_{A_i} + \partial\tau_i)] e^{-j\partial_p} \end{aligned} \quad (3)$$

donde:

$E'_{\theta_i}$ : intensidad de campo eléctrico del  $i$ -ésimo elemento en la dirección  $\theta$  con errores

$E'_{\varphi_i}$ : intensidad de campo eléctrico del  $i$ -ésimo elemento en la dirección  $\varphi$  con errores

$P_i$ : 1 ó 0.  $P_i = 1$  es la probabilidad de que el  $i$ -ésimo elemento no falle

$\epsilon_{a_i}$ : ejemplo de error de amplitud fraccionaria con distribución  $G(0, \sigma_a)$  para el  $i$ -ésimo elemento

$\epsilon_{r_i}$ : ejemplo de error de relación axial fraccionaria con distribución  $G(0, \sigma_r)$  para el  $i$ -ésimo elemento

$\partial\tau_i$ : ejemplo de error de ángulo de inclinación con distribución  $G(0, \sigma_\tau)$  para el  $i$ -ésimo elemento

$\partial_p$ : ejemplo de error de fase con distribución  $G(0, \sigma_p)$  para el  $i$ -ésimo elemento.

La intensidad de campo eléctrico total para el diagrama de antena es la suma de los campos elementales como se indica en la ecuación (4).

$$\begin{aligned} E_\theta &= \sum_{i=1}^N E'_{\theta_i} e^{j2\pi(D \cdot L_i)/\lambda} \\ E_\varphi &= \sum_{i=1}^N E'_{\varphi_i} e^{j2\pi(D \cdot L_i)/\lambda} \end{aligned} \quad (4)$$

donde:

$E_\theta$ : intensidad de campo eléctrico total en la dirección  $\theta$  con errores

$E_\varphi$ : intensidad de campo eléctrico total en la dirección  $\varphi$  con errores

$N$ : número de elementos

$D$ :  $(x,y,z) = (\operatorname{sen}(\theta) \cos(\varphi), \operatorname{sen}(\theta) \operatorname{sen}(\varphi), \cos(\theta)) =$  vector unitario en la dirección  $\theta, \varphi$

$L_i$ : (x,y,z) posición del  $i$ -ésimo elemento ( $L_i$  puede definirse en cualquier sistema inercial de coordenadas)

$\lambda$ : longitud de onda.

$$G(\theta, \varphi) = 10 \log_{10}(E_{\theta}^2 + E_{\varphi}^2) - \text{Campo máx} \quad (5)$$

donde:

$$\text{Campo máx} = 10 \log(\text{máx}_{\text{All}\theta\varphi}(E_{\theta}^2 + E_{\varphi}^2)) \quad \text{para } E_{\varphi} \text{ y } E_{\theta} \text{ calculados sin errores}$$

$G$ : ganancia de antena (dB) respecto a la ganancia de cresta sin errores.

## 5 Método para el cálculo del límite $X\%$ de un diagrama de ganancia de antena

Se puede calcular el límite  $X\%$  de un diagrama utilizando una simulación Monte Carlo. Pueden aplicarse los siguiente pasos para calcular el diagrama limitado correspondiente a un límite de confianza del  $X\%$ .

*Paso 1:* Calcular las varianzas de amplitud  $\sigma_a$  y fase  $\sigma_p$  del elemento (y, cuando corresponda, sus valores medios) basándose en los valores indicados en el Cuadro 1.

*Paso 2:* Determinar las distribuciones de errores para las variables ( $\varepsilon_{\theta}$ ,  $\varepsilon_{\varphi}$ ,  $P_i$ ,  $\varepsilon_{a_i}$ ,  $\varepsilon_{r_i}$ ,  $\partial_{\tau_i}$ ,  $\partial_p$ ).

*Paso 3:* Generar números aleatorios independientes (Gaussianos o binarios) para cada variable aleatoria ( $\varepsilon_{\theta}$ ,  $\varepsilon_{\varphi}$ ,  $P_i$ ,  $\varepsilon_{a_i}$ ,  $\varepsilon_{r_i}$ ,  $\partial_{\tau_i}$ ,  $\partial_p$ ) en cada elemento del sistema.

*Paso 4:* Sumar las contribuciones de los elementos (ecuación (5)) para obtener un ejemplo de ganancia en una dirección ( $\theta$ ,  $\varphi$ ) particular.

*Paso 5:* Crear un histograma del nivel de ganancia.

*Paso 6:* Repetir los Pasos 3 a 5,  $Y$  veces, utilizando siempre variables aleatorias independientes.  $Y$  debe ser lo suficientemente grande como para asegurar que el porcentaje se puede calcular con una exactitud razonable.

*Paso 7:* Integrar y normalizar (dividir por el valor máximo) el histograma para determinar la función de distribución acumulativa (FDA). El límite  $X\%$  para la dirección ( $\theta$ ,  $\varphi$ ) corresponde al punto  $X\%$  en la curva FDA.

*Paso 8:* Repetir los Pasos 3 a 6 hasta simular todas las direcciones.

---