

RECOMENDACIÓN UIT-R S.1257

MÉTODO ANALÍTICO PARA CALCULAR LAS ESTADÍSTICAS DE VISIBILIDAD DE LOS SATÉLITES NO GEOESTACIONARIOS VISTOS DESDE UN PUNTO SITUADO EN LA SUPERFICIE DE LA TIERRA

(Cuestión UIT-R 206/4 y UIT-R 231/4)

(1997)

La Asamblea de Radiocomunicaciones de la UIT,

considerando

- a) que en los estudios de interferencia o de compartición entre estaciones con la órbita de satélites no geoestacionaria (no OSG) y otras estaciones puede que sea necesario calcular las probabilidades de que se rebase un nivel de interferencia determinado;
- b) que existen programas de simulación por ordenador para obtener los valores estadísticos necesarios, pero puede que tales programas no estén ampliamente disponibles;
- c) que las simulaciones por ordenador pueden utilizarse para obtener un gran volumen de datos estadísticos con una buena precisión, pero pueden exigir una gran práctica para su utilización así como un periodo de tiempo considerable para su ejecución;
- d) que en algunos casos puede ahorrarse tiempo empleando métodos analíticos que necesitan medios menos sofisticados para calcular un volumen más limitado de valores estadísticos,

recomienda

1 que en los estudios de interferencia y compartición entre estaciones no OSG y otras estaciones se utilice la metodología analítica que figura en el Anexo 1 para obtener los valores estadísticos. (El término «probabilidad» no se utiliza en sentido matemático estricto. Significa «porcentaje de tiempo».)

NOTA 1 – La metodología puede emplearse para realizar los cálculos de interferencia entre los enlaces de conexión no OSG y estaciones con la órbita de satélites geoestacionarios (OSG). También puede aplicarse en todos los casos en que una antena esté apuntando a una dirección fija y la otra se encuentre a bordo de un satélite no OSG o esté efectuando el seguimiento de un satélite no OSG.

NOTA 2 – La metodología proporciona un valor medio para una constelación de satélites no síncronos. También es aplicable para una constelación en órbita síncrona (los recorridos de los satélites se repiten transcurrido un cierto periodo de tiempo) si existen varios recorridos de satélite en la zona de interés.

NOTA 3 – Deben tenerse en cuenta las limitaciones de la metodología descrita en el Anexo 1.

ANEXO 1

En el Apéndice 1 figura un método que define una superficie para la que va a calcularse la probabilidad de que un satélite se encuentre dentro de la misma.

En el Apéndice 2 se describe el método para calcular dicha probabilidad.

El Apéndice 3 ofrece el razonamiento seguido para obtener las fórmulas utilizadas en el Apéndice 2.

Cálculo del ángulo de discriminación necesario para un nivel de interferencia determinado

El caso considerado es la compartición no OSG/OSG.

La superficie se define en cuanto a la interferencia:

- a) causada por una estación terrena no OSG a un satélite OSG;
- b) causada por un satélite no OSG a una estación terrena OSG;
- c) causada por una estación terrena OSG a un satélite no OSG;
- d) causada por un satélite OSG a una estación terrena no OSG.

En las siguientes ecuaciones:

ε : ángulo de elevación de un satélite desde una estación

r : radio de la Tierra: 6 376 km

H : altitud del satélite OSG (km)

h : altitud del satélite no OSG (km)

d_I : distancia desde la fuente de interferencia al receptor interferido (km)

d_N : distancia al satélite no OSG desde una estación (km)

d_G : distancia al satélite OSG desde una estación (km)

f : frecuencia (GHz)

E : densidad espectral de p.i.r.e. (dB(W/Hz))

N_0 : densidad espectral de ruido (dB(W/Hz))

$G(\varphi)$: ganancia de antena en una dirección de φ (grados) con respecto al eje del haz principal (dB)

G : ganancia de la antena en el eje (dB)

El subíndice G se refiere a la red OSG

El subíndice N se refiere a la red no OSG

El subíndice E se refiere a una estación terrena

El subíndice S se refiere a un satélite

El subíndice T se refiere a un parámetro de transmisión

El subíndice R se refiere a un parámetro de recepción

RP : relación de protección.

Las distancias a un satélite no OSG y OSG desde una estación para el caso en línea son:

$$d_N = \sqrt{r^2 \operatorname{sen}^2 \varepsilon + 2r h + h^2} - r \operatorname{sen} \varepsilon \quad (1)$$

$$d_G = \sqrt{r^2 \operatorname{sen}^2 \varepsilon + 2r H + H^2} - r \operatorname{sen} \varepsilon \quad (2)$$

Método de C_0/I_0

$$(C_0/I_0)_{en\ línea} = E_{GE} - E_{NE} \quad \text{para el caso a)} \quad (3)$$

$$(C_0/I_0)_{en\ línea} = E_{GS} - E_{NS} - 20 \log d_G + 20 \log d_N \quad \text{para el caso b)} \quad (4)$$

$$(C_0/I_0)_{en\ línea} = E_{NE} - E_{GE} \quad \text{para el caso c)} \quad (5)$$

$$(C_0/I_0)_{en\ línea} = E_{NS} - E_{GS} - 20 \log d_N + 20 \log d_G \quad \text{para el caso d)} \quad (6)$$

Las estaciones terrenas OSG y no OSG deben estar situadas en el mismo emplazamiento o, en los casos a) y d), debe tenerse en cuenta la discriminación de la antena del satélite OSG, y en los casos b) y c) debe tenerse en cuenta la discriminación de la antena del satélite no OSG.

La discriminación de antena necesaria para la estación terrena OSG, en los casos a) y d), y para la estación terrena OSG en los casos b) y c) es:

$$G - G(\varphi) = (C_0/I_0)_{en\ línea} - RP \quad (7)$$

Para calcular el ángulo de evitación necesario φ deben utilizarse los diagramas de ganancia de antena adecuados. Para las estaciones terrenas OSG el diagrama de lóbulo lateral empleado en la ecuación (8) figura en la Recomendación UIT-R S.580. El ángulo de evitación en la zona del lóbulo lateral es:

$$\varphi = 10^{(29 - G(\varphi))/25} \quad (8)$$

Para la zona del haz principal, el ángulo de discriminación puede calcularse mediante la siguiente expresión:

$$\varphi = \varphi_0 \sqrt{\frac{G - G(\varphi)}{12}} \quad (9)$$

En el caso b) la distancia entre el satélite no OSG y la estación terrena OSG varía a medida que el satélite se desplaza en su órbita. Para pequeños valores de φ y ángulos de elevación altos ε no es necesario tener en cuenta el valor de ε , pero en otros casos la distancia d_N debe calcularse por separado para la elevación más alta ($\varepsilon + \varphi$) y para la elevación más baja ($\varepsilon - \varphi$) y deben utilizarse los nuevos valores en la ecuación (2).

En los cálculos de los Apéndices 2 y 3, el ángulo φ es el radio de la superficie para la que va a calcularse la probabilidad. Para el cálculo de los valores estadísticos $\varepsilon_1 = \varepsilon - \varphi/2$ y $\varepsilon_2 = \varepsilon + \varphi/2$.

Método de I_0/N_0

Para calcular el ángulo de evitación necesario en el caso basado en el requisito I_0/N_0 , se utilizan las siguientes ecuaciones:

$$G - G(\varphi) = (I_0/N_0)_{en\ línea} - (I_0/N_0)_{necesaria} \quad (10)$$

El valor de I_0/N_0 para el caso en línea puede calcularse mediante la expresión:

$$(I_0/N_0)_{en\ línea} = E - N_0 - 20 \log d_I - 20 \log f - 92,5 \quad (11)$$

donde:

E : p.i.r.e. del transmisor interferente

N_0 : densidad espectral de ruido del sistema de recepción deseado.

APÉNDICE 2

AL ANEXO 1

Cálculo de las estadísticas en la superficie para satélites no OSG

1 Introducción

El método descrito en este Apéndice puede utilizarse para calcular la probabilidad de que un satélite perteneciente a una constelación se encuentre en una superficie circular o rectangular (acimut/elevación o latitud/longitud). Una superficie circular puede ser, por ejemplo, un sistema de radioenlaces o la zona correspondiente al lóbulo lateral o al haz principal de una antena de estación terrena de satélite. Si la superficie se basa en un ángulo de desplazamiento donde aparece un cierto nivel de interferencia, el resultado es la probabilidad de que se rebase un determinado nivel de interferencia. El método puede emplearse para calcular la interferencia entre redes no OSG y OSG y también puede utilizarse para determinar la probabilidad de interferencia entre una estación terrena no OSG y una estación receptora del servicio fijo o una estación terrena receptora del servicio fijo por satélite (SFS). El cálculo hace uso del ángulo de discriminación para definir una zona en la que se rebase el nivel de interferencia admisible.

El método puede utilizarse para cualquier latitud del punto de observación (por ejemplo, la estación terrena) y para cualquier valor de la altitud, inclinación, acimut y elevación del satélite, pero solamente en el caso de que el satélite sea visible en la zona definida (véase el § 5).

2 Símbolos utilizados (en el Apéndice 2 y el Apéndice 3)

T_s : periodo orbital del satélite (min)

T_e : tiempo de revolución de la Tierra (min)

L_0 : latitud del punto de observación (rad)

L : latitud de la superficie (rad)

l_m : longitud media de las proyecciones del recorrido a través de un círculo

b : longitud de la superficie en sentido longitudinal (rad)

i : inclinación de la órbita del satélite (rad)

r_c : radio de la superficie circular (rad)

α : ángulo entre la proyección del recorrido en la superficie y la línea de latitud (rad)

A : área de una superficie esférica (estereorrad)

A_c : área de un círculo en una superficie esférica (estereorrad)

P_h : probabilidad de impactar sobre la superficie (cálculo para un satélite)

P_i : probabilidad de encontrarse dentro de la superficie si se produce el impacto durante la revolución (cálculo para un satélite)

- P : probabilidad de que un satélite se encuentre dentro de la superficie definida (cálculo para un satélite)
- P_c : probabilidad de que cualquiera de los satélites de la constelación se encuentre dentro de la superficie
- N : número de satélites en la constelación
- k : $r / (r + h)$
- Λ : acimut del centro de la superficie (rad)
- ε : elevación del centro de la superficie (rad)
- r : radio de la Tierra
- h : altitud del satélite
- γ : ángulo del nadir desde el punto subsatelital (véase la Fig. 3) (rad)
- θ_ε : ángulo geocéntrico en la dirección de elevación correspondiente a ε (rad)
- $\theta_{\varepsilon 2}$: ángulo geocéntrico para el punto más elevado de la superficie en la dirección de elevación (rad)
- $\theta_{\varepsilon 1}$: ángulo geocéntrico para el punto más bajo de la superficie en la dirección de elevación (rad)
- $\Delta\theta_\beta$: diferencia entre los ángulos geocéntricos en dirección perpendicular a θ_ε (rad)
- β : anchura de la zona en dirección acimutal (la anchura de haz de la antena en dirección acimutal)
- $\varepsilon_1, -\varepsilon_2$: elevación más alta y más baja de la superficie (rad) ($\varepsilon_1, -\varepsilon_2$ es, por ejemplo, la anchura de haz de la antena en la dirección de elevación).

3 Cálculo de la probabilidad

Las siguientes fórmulas son una recopilación de las que aparecen en el Apéndice 3 y aquí figuran únicamente las necesarias para el cálculo de la probabilidad. La numeración de las fórmulas coincide con la del Apéndice 3 donde se da una explicación de los parámetros calculados.

$$k = \frac{r}{r + h} \quad (21)$$

$$\theta_{\varepsilon 1} = \pi - \gamma - (\pi/2 + \varepsilon_1) = \arccos(k \cos \varepsilon_1) - \varepsilon_1 \quad (22)$$

$$\theta_{\varepsilon 2} = \pi - \gamma - (\pi/2 + \varepsilon_2) = \arccos(k \cos \varepsilon_2) - \varepsilon_2 \quad (22)$$

$$\Delta\theta_\varepsilon = \theta_{\varepsilon 2} - \theta_{\varepsilon 1} \quad (23)$$

$$\theta_\varepsilon = \frac{\theta_{\varepsilon 1} + \theta_{\varepsilon 2}}{2} \quad (24)$$

$$\Delta\theta_\beta = 2 \arccos \frac{\operatorname{tg}(\beta/2) \operatorname{sen} \theta_\varepsilon}{\cos \varepsilon} \quad (25)$$

$$L = \arccos(\cos \theta_\varepsilon \cdot \operatorname{sen} L_0 + \operatorname{sen} \theta_\varepsilon \cdot \cos L_0 \cdot \cos \Lambda) \quad (27)$$

$$\alpha = \arccos \frac{\cos i}{\cos L} \quad (15)$$

$$P = \frac{A}{2\pi^2} \frac{1}{\operatorname{sen} \alpha} \frac{1}{\cos L} \quad (19a)$$

$$P_c = NP$$

Para una superficie circular:

$$A = A_c$$

$$A_c = \frac{\pi}{4} \Delta\theta_\varepsilon \Delta\theta_\beta$$

Para una superficie rectangular:

$$A = \beta (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \quad (26)$$

APÉNDICE 3*

AL ANEXO 1

Obtención de las fórmulas que aparecen en el Apéndice 2

1 Probabilidad de que un satélite se encuentre en una zona determinada

La Fig. 1 muestra la órbita de un satélite no OSG alrededor de la Tierra. Un caso sencillo es la órbita por encima de los polos. Si se proyecta sobre la superficie de la Tierra el recorrido del satélite se crean las proyecciones en la superficie. Si la Tierra fuese estacionaria sólo habría una proyección sobre los polos. Sin embargo, como la Tierra está girando mientras el satélite efectúa una revolución, la siguiente proyección en la superficie se encontrará desplazada con respecto a la anterior una diferencia de longitud igual a:

$$T_s / T_e \ 2\pi \quad (12)$$

En la Fig. 1 se representan varias proyecciones a lo largo de un periodo de tiempo más dilatado. La zona rectangular es la superficie en la que va a calcularse la probabilidad. La probabilidad de que el satélite impacte la superficie es la fracción de longitud $2b$ con respecto a la longitud total de la banda sombreada alrededor de la Tierra (véase la Fig. 1). El múltiplo 2 tiene en cuenta el hecho de que el satélite cruza la banda dos veces durante una revolución alrededor de la Tierra. La longitud de la banda es $2\pi \cos L$ y la probabilidad de impactar una superficie rectangular, como se representa en la Fig. 2, es:

$$P_h = \frac{b}{\pi} \frac{1}{\cos L} \quad (13)$$

En la ecuación (13), el valor de b aparece en radianes y es la longitud real expresada como un ángulo geocéntrico. Si se utiliza la diferencia de longitudes, entonces:

$$b = (\text{Diferencia de longitud}) \times \cos L \quad (13a)$$

Cabe señalar que la superficie utilizada en los cálculos es la zona situada en la bóveda orbital del satélite. Para un haz de antena circular dicha superficie es un elipsoide cuyo eje mayor se encuentra en la dirección de elevación. La latitud L utilizada en los cálculos no es la latitud de la estación sino la de un punto de la bóveda orbital proyectado sobre la superficie de la Tierra. En este caso, el punto proyectado es el centro de la superficie.

Para un caso común en el que la inclinación de la órbita del satélite es distinta de 90° , la probabilidad de que un satélite se encuentre dentro de una superficie definida es la probabilidad de que impacte en la superficie multiplicada por la longitud media de los recorridos dentro de la zona y dividida por la longitud de una revolución. La probabilidad de impactar la superficie depende de la longitud de su proyección en una línea de latitud que pase por el medio de la superficie. La proyección se hace paralela a las proyecciones en la superficie. Los cálculos aquí presentados son para el caso de una superficie circular, debido a que es el más ilustrativo.

* Los símbolos utilizados en este Apéndice aparecen explicados en el § 2 del Apéndice 2.

De acuerdo con la Fig. 2, la longitud de b es:

$$b = \frac{2r_c}{\text{sen } \alpha} \quad (14)$$

$$\alpha = \text{arc cos } \frac{\cos i}{\cos L} \quad (15)$$

α es el ángulo que forman el recorrido de satélite y la línea de latitud.

En el cálculo de la probabilidad, no es necesario tener en cuenta la velocidad de rotación de la Tierra pero sí sería preciso considerarla en caso de que fuese necesario determinar el ángulo real, en relación con la Tierra giratoria.

La longitud media de un número elevado de líneas paralelas equiespaciadas a través de un círculo es:

$$l_m = \frac{\pi r_c}{2} \quad (16)$$

Si el satélite impacta a la superficie durante una revolución, la probabilidad de que se encuentre dentro de la misma es la longitud del recorrido dentro de la superficie dividida por la longitud de una revolución:

$$P_i = \frac{l_m}{2\pi} = \frac{r_c}{4} \quad (17)$$

Por consiguiente, la probabilidad total es:

$$P = P_h P_i = \frac{r_c}{\pi} \frac{1}{\text{sen } \alpha} \frac{1}{\cos L} \frac{r_c}{2} \quad (18)$$

De lo que se deduce que:

$$P = \frac{A_c}{2\pi^2} \frac{1}{\text{sen } \alpha} \frac{1}{\cos L} \quad (19a)$$

$$P = \frac{A_c}{2\pi^2} \frac{1}{\sqrt{\text{sen}^2 i - \text{sen}^2 L}} \quad (19b)$$

Parte de la superficie puede encontrarse bajo el horizonte, como es el caso de las antenas de los radioenlaces. En esas circunstancias, sólo se utiliza la superficie situada por encima del horizonte.

La última parte de la ecuación (19b) puede considerarse un factor de conversión:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\text{sen}^2 i - \text{sen}^2 L}} \quad (19c)$$

Los valores de este factor aparecen en la Fig. 5.

Otros resultados de cálculos o simulaciones pueden convertirse a otras latitudes e inclinaciones para la misma altitud del satélite utilizando el factor de conversión:

$$c_{21} = \frac{\sqrt{\text{sen}^2 i_1 - \text{sen}^2 L_1}}{\sqrt{\text{sen}^2 i_2 - \text{sen}^2 L_2}} = \frac{c_2}{c_1} \quad (19d)$$

En el cálculo de la probabilidad no es necesario tener en cuenta la velocidad de rotación de la Tierra pero si hay que calcular el tiempo en que el satélite se encuentra en el interior de una superficie determinada, debe utilizarse el vector suma de la velocidad del satélite y la velocidad local de la Tierra.

Puede demostrarse que el resultado es independiente de la forma de la superficie A , que en el caso de un círculo es πr^2 . Para una zona rectangular (acimut, elevación) el área de la superficie es:

$$A = \beta (\epsilon_2 - \epsilon_1)$$

2 Cálculo de la superficie

En lo que sigue, la superficie definida por los valores de los ángulos de elevación y acimut se proyecta sobre la bóveda orbital esférica de satélite. Para el triángulo de la Fig. 3:

$$\frac{\text{sen}(\varepsilon + \pi/2)}{r + h} = \frac{\text{sen} \gamma}{r} \quad (20)$$

$$k = \frac{r}{r + h} \quad (21)$$

$$\theta_\varepsilon = \pi - \gamma(\pi/2 + \varepsilon) = \text{arc cos}(k \cos \varepsilon) - \varepsilon \quad (22)$$

El ángulo se calcula separadamente para el punto más elevado de la superficie, ($\theta_{\varepsilon 2}$), y para el punto más bajo de la superficie, $\theta_{\varepsilon 1}$. El ángulo geocéntrico entre estos dos puntos, correspondientes a la «altura» de la superficie, es:

$$\Delta\theta_\varepsilon = \theta_{\varepsilon 2} - \theta_{\varepsilon 1} \quad (23)$$

En la Fig. 4, la distancia desde el punto de observación, O, a la bóveda orbital varía sólo lentamente con el ángulo en esta dirección y puede considerarse como constante. El ángulo geocéntrico correspondiente a la «anchura» de la superficie se calcula:

$$\theta_\varepsilon = \frac{\theta_{\varepsilon 1} + \theta_{\varepsilon 2}}{2} \quad (24)$$

$$\Delta\theta_\beta = 2 \text{ arc tg} \frac{\text{tg}(\beta/2) \text{ sen} \theta_\varepsilon}{\cos \varepsilon} \quad (25)$$

Los valores $\Delta\theta_\varepsilon$ y $\Delta\theta_\beta$ se utilizan para calcular la superficie A. Para un haz de antena, que es circular, la superficie en la bóveda orbital es un elipsoide y:

$$A_c = \frac{\pi}{4} \Delta\theta_\varepsilon \Delta\theta_\beta \quad (26)$$

La latitud del centro de la superficie viene dada por:

$$L = \text{arc sen}(\cos \theta_\varepsilon \text{ sen} L_0 + \text{sen} \theta_\varepsilon \cos L_0 \cos \Lambda) \quad (27)$$

Debe comprobarse que ninguna parte de la superficie presenta latitudes superiores a la inclinación de la órbita puesto que de ser así ningún satélite pasaría a través de esas partes.

3 Programa de simulación

Para verificar los resultados se utilizó un programa de ordenador que puede realizar la simulación de un satélite en órbita circular o elíptica verdadera, teniendo en cuenta además la deriva del nodo ascendente. El programa utiliza pequeños incrementos de tiempo para calcular la longitud del satélite en su órbita. Para cada punto, se calcula la longitud y latitud del punto subsatelital y se convierten a los ángulos de acimut y elevación. La magnitud del paso se da como ángulo geocéntrico. Para una órbita circular la magnitud del paso puede tomar cualquier valor pero para una óptica elíptica el valor mínimo es de $0,1^\circ$. El paso utilizado para verificar las órbitas circulares fue $0,01^\circ$, que corresponde a 0,2 s en algunas órbitas bajas. En el caso de porcentajes de tiempo más pequeños el tamaño de paso se redujo a 0,02 s.

El tamaño y el emplazamiento de una superficie, que puede ser circular o rectangular, puede definirse en una escala de elevación-acimut. El programa de simulación crea un registro de entradas y salidas de la superficie y calcula el tiempo total dentro de la misma. A partir de la representación gráfica puede verificarse si el tamaño del paso es el adecuado así como el número de recorridos dentro de la superficie.

FIGURA 1

Proyecciones del recorrido de un satélite en órbita polar
(Superficie rectangular para el cálculo)

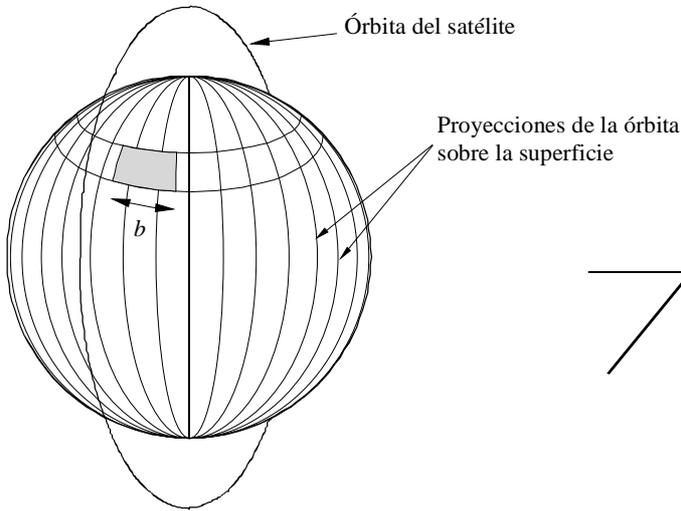


FIGURA 2

Longitud b de la proyección de una superficie circular en una línea de latitud

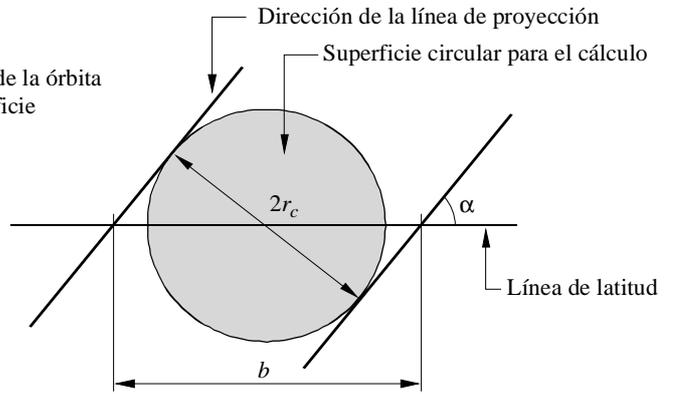


FIGURA 3

Ángulos en la dirección de elevación

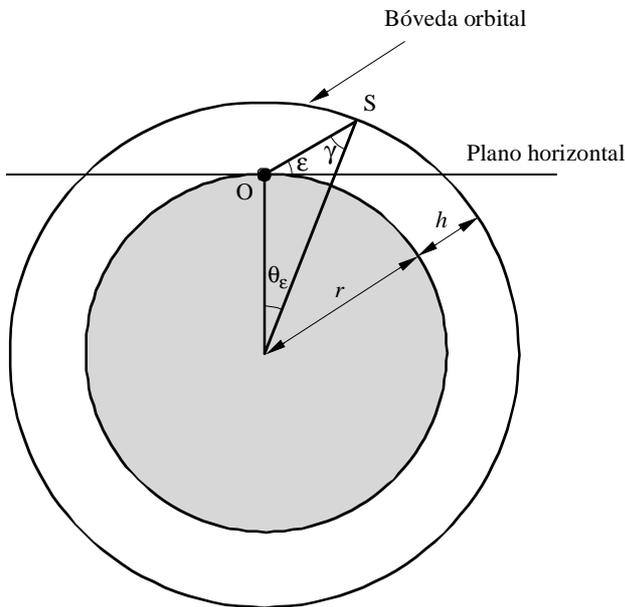
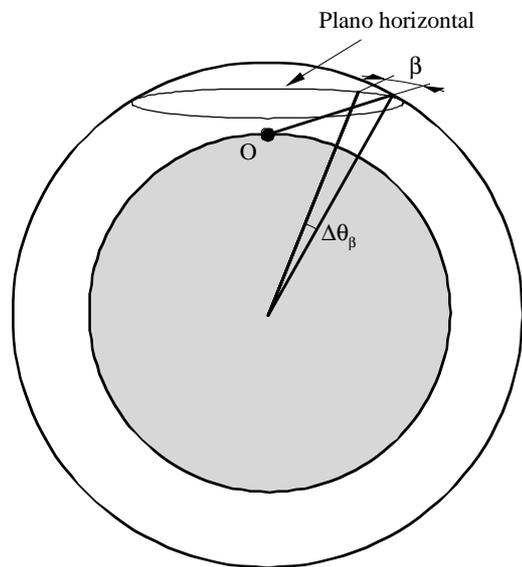


FIGURA 4

Ángulos para movimiento acimutal del satélite



O: punto de observación
S: satélite

4 Verificación de las fórmulas

A efectos de la verificación, en el programa de simulación se detuvo la rotación de la Tierra y la deriva del nodo ascendente se fijó a un valor artificial de $0,06^\circ$ /rotación o inferior, de forma que hubiese al menos 20 recorridos en toda la superficie. El tamaño del paso fue de $0,01^\circ$. En el Cuadro 1 estos valores corresponden a una simulación de unos 450 días y 216 000 000 de posiciones del satélite.

En el Cuadro 1 se realiza una comparación entre los valores calculados y simulados para dos latitudes de estación terrena del SFS y varios ángulos de elevación y acimutes de antenas, todos ellos dirigidos hacia la órbita de los satélites geoestacionarios. La anchura de haz de la estación terrena es de 2° . La constelación consta de 48 satélites, la altitud de la órbita es de 1 406,8 km y su inclinación de 52° .

CUADRO 1

Latitud de la estación terrena del SFS (grados)	Ángulo de elevación de la antena de la estación terrena (grados)	Acimut de la antena de la estación terrena (grados)	Probabilidad para toda la constelación (%)	
			Simulación	Cálculo
50	2,0	103,0	0,219	0,219
50	19,9	129,4	0,087	0,089
50	32,6	176,7	0,049	0,049
50	21,4	227,6	0,082	0,082
50	2,0	257,0	0,219	0,219
10	3,6	92,2	0,143	0,143
10	24,5	96,4	0,0479	0,0480
10	67,0	119,6	0,0115	0,0118
10	63,9	244,5	0,0123	0,0125
10	26,6	263,1	0,0433	0,0434
10	2,0	268,1	0,155	0,155

En el Cuadro 2 aparecen valores para los casos en que el método de cálculo tendría menos precisión debido a la baja altitud del satélite, a la latitud de la estación y a los ángulos acimutales más difíciles. La órbita del satélite es circular, la altitud de 780 km, la inclinación de 86° y el número de satélites es de 66. La superficie es circular y su diámetro es 2° .

CUADRO 2

Latitud de la estación (grados)	Ángulo de elevación de la antena (grados)	Acimut de la antena (grados)	Probabilidad para toda la constelación (%)	
			Simulación	Cálculo
50	1	65,5	0,277	0,277
60	1	45	0,381	0,385
60	1	10	1,683	1,674
60	41	10	0,0267	0,0267

En el Cuadro 3 se utiliza el mismo satélite anterior para demostrar la precisión del cálculo a medida que aumenta el diámetro de la superficie circular. La latitud de la estación y sus ángulos de elevación y de acimut se eligen de tal forma que la latitud proyectada del centro de la superficie en la órbita sea aproximadamente de 60° y el desplazamiento del satélite sea de forma casi paralela al eje mayor de la elipse formada por la intersección de la superficie circular con la bóveda orbital.

CUADRO 3

Latitud de la estación terrena (grados)	Ángulo de elevación de la antena (grados)	Acimut de la antena (grados)	Diámetro de la superficie (grados)	Probabilidad para toda la constelación (%)	
				Simulación	Cálculo
40	5	10	2	0,217	0,219
40	5	10	10	5,660	5,658
40	10	10	20	15,236	15,555

Los siguientes cálculos y simulaciones se realizaron para comprobar la variación en el porcentaje de tiempo si la estación terrena se encuentra a 65° de latitud y el acimut está próximo a la latitud más elevada de la órbita del satélite. El satélite se encontraba a una altitud de 1 406,85 km y tenía una inclinación de 52° . La superficie utilizada fue circular, con un diámetro de 2° y un ángulo de elevación de 1° .

CUADRO 4

Latitud de la estación (grados)	Acimut (grados)	Latitud de la superficie (grados)	Probabilidad para toda la constelación (1 000%)	
			Simulación	Cálculo
0	90	0	3,36	3,36
65	180	31	4,43	4,43
65	83	51,27	29,58	23,7
65	86	50,15	15,18	14,90
65	90	48,7	11,2	11,1

Puede llegarse a la conclusión de que las fórmulas proporcionan una buena precisión si las latitudes de la superficie son al menos unos pocos grados inferiores a la inclinación de la órbita. En la práctica ello significa que la pendiente de las curvas de la Fig. 5 no debe cambiar considerablemente dentro de la superficie.

Otra conclusión es que al aumentar la latitud del punto subsatelital, también aumenta la probabilidad. Para un caso específico del Cuadro 4, la probabilidad fue 8,8 veces superior que en el Ecuador.

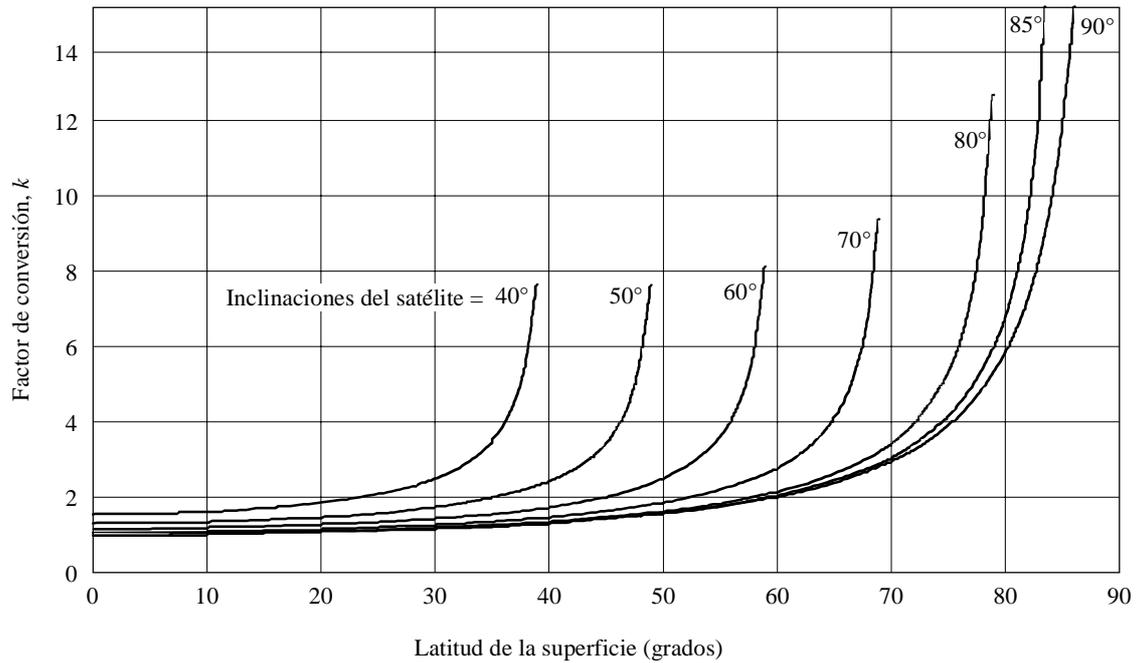
En las Figs. 7a y 7b aparecen ejemplos de valores estadísticos para un sistema LEO-F en un caso particular. Se trata de resultados de simulaciones y muestran la dependencia de la probabilidad con respecto al acimut y a la elevación de la antena.

5 Visibilidad y acimut de caso más desfavorable

Las Figs. 6a) y 6b) se han obtenido mediante simulaciones por ordenador. Muestran las posiciones del satélite en incrementos de tiempo de simulación. En las Figuras pueden verse las superficies en que los satélites no son visibles. En tales superficies no es aplicable la ecuación (19a) y la probabilidad es cero. Esas mismas superficies pueden encontrarse en las Figs. 7a y 7b que representan los resultados de una simulación por ordenador de un sistema LEO-F para un caso particular.

FIGURA 5

Factores de conversión para distintas inclinaciones y latitudes de la superficie



$$c = \frac{1}{\sqrt{\sin^2 i - \sin^2 L}} \quad \text{(Ecuación (19c))}$$

1257-05

A partir de las ecuaciones puede llegarse a la conclusión de que para un ángulo de elevación determinado si:

- a) $i < |L_0| - \theta_\epsilon$ un satélite no será visible para ningún acimut;
- b) $i \geq |L_0| + \theta_\epsilon$ un satélite será visible para todos los acimutes;
- c) $|L_0| - \theta_\epsilon \leq i < |L_0| + \theta_\epsilon$ un satélite será visible para algunos pero no para todos los acimutes.

En el caso a) la probabilidad P es cero para todos los acimutes y no se aplica la ecuación (19a). En el caso b) la probabilidad P es más elevada en los acimutes de 0° ó 180° , respectivamente en el hemisferio Norte o Sur. En el caso c) el valor más elevado de la probabilidad se produce en el punto en que la latitud subsatelital $L = \pm i$ y la probabilidad no depende de la latitud de la estación.

Los acimutes donde la probabilidad es más elevada se denominan acimutes de caso más desfavorable.

En el caso de una superficie de tamaño cero, los acimutes de caso más desfavorable correspondientes son:

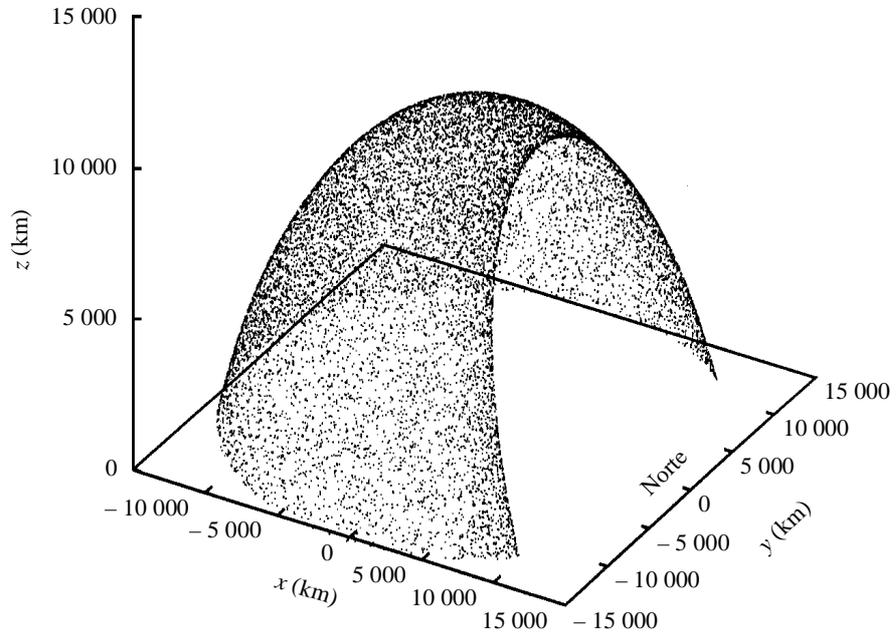
$$\Lambda_1 = \arccos \frac{\sin i - \cos \theta_\epsilon \sin L_0}{\sin \theta_\epsilon \cos L_0} \quad (28a)$$

$$\Lambda_2 = 2\pi - \Lambda_1 \quad (28b)$$

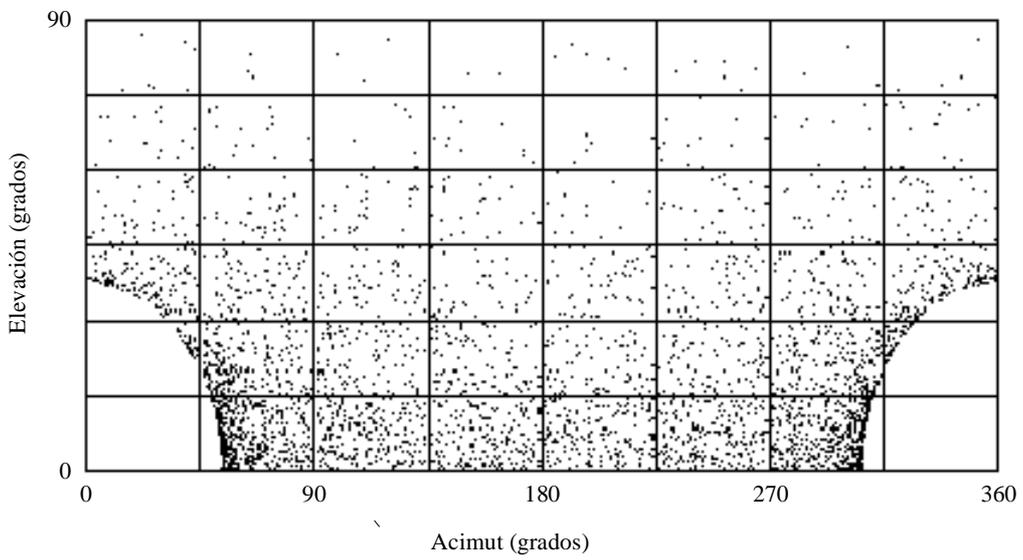
$$\Lambda_3 = \arccos \frac{-\sin i - \cos \theta_\epsilon \sin L_0}{\sin \theta_\epsilon \cos L_0} \quad (29a)$$

$$\Lambda_4 = 2\pi - \Lambda_3 \quad (29b)$$

FIGURA 6
Dos coberturas celestes típicas para satélites no OSG

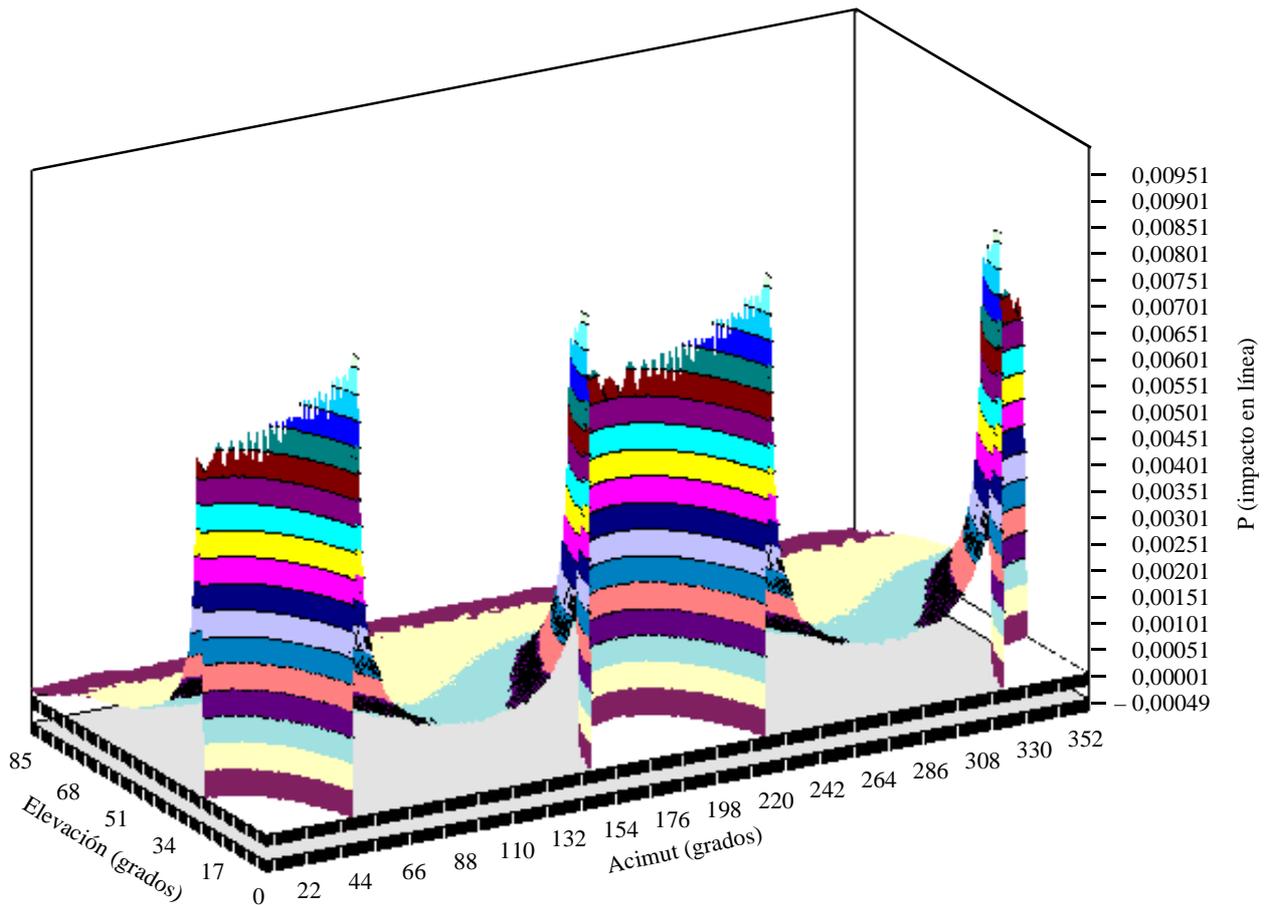


a)



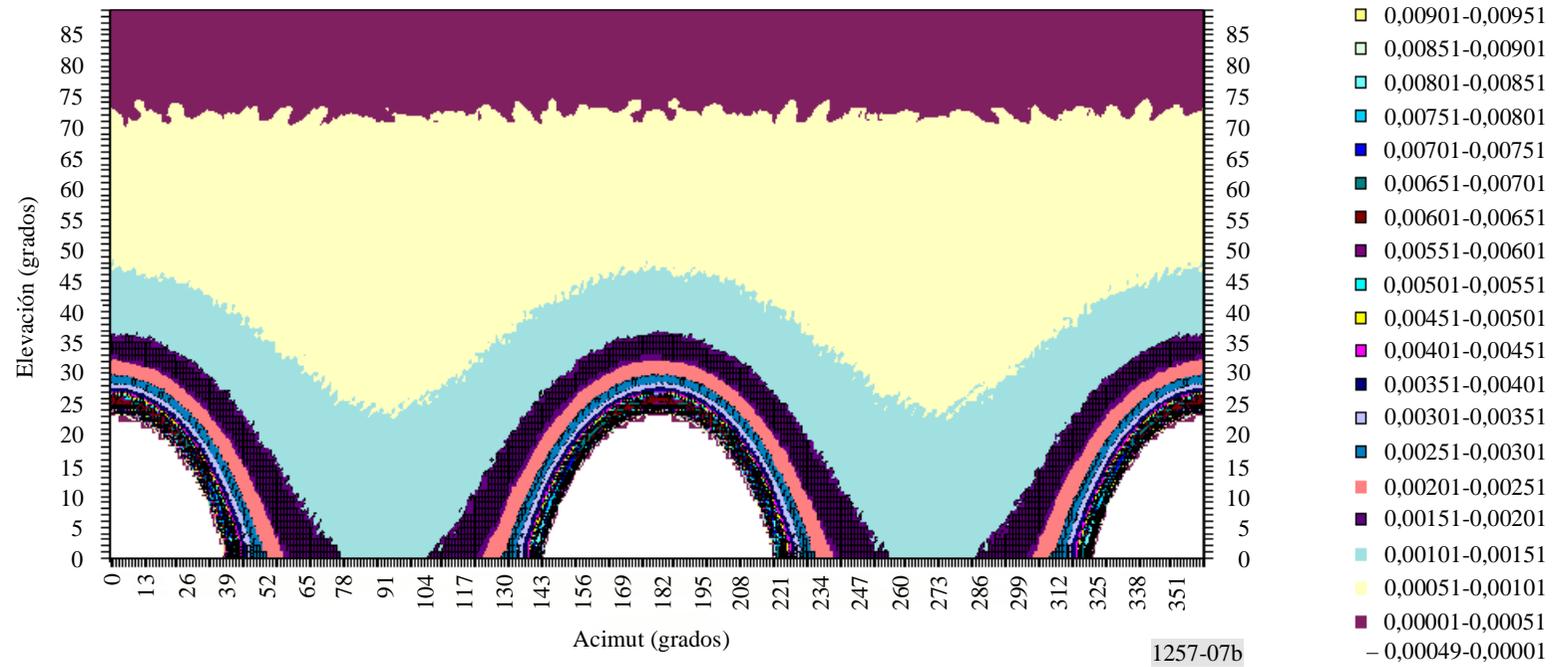
b)

FIGURA 7a
 Valores estadísticos en línea para distintas direcciones de puntería:
 caso LEO-F, $L_0 = 0^\circ$, tamaño del haz = 3°



■ 0,00901-0,00951	■ 0,00401-0,00451
■ 0,00851-0,00901	■ 0,00351-0,00401
■ 0,00801-0,00851	■ 0,00301-0,00351
■ 0,00751-0,00801	■ 0,00251-0,00301
■ 0,00701-0,00751	■ 0,00201-0,00251
■ 0,00651-0,00701	■ 0,00151-0,00201
■ 0,00601-0,00651	■ 0,00101-0,00151
■ 0,00551-0,00601	■ 0,00051-0,00101
■ 0,00501-0,00551	■ 0,00001-0,00051
■ 0,00451-0,00501	■ -0,00049-0,00001

FIGURA 7b
 Vista topográfica de los valores estadísticos en línea para distintas direcciones
 de puntería: caso LEO-F, $L_0 = 0^\circ$, tamaño del haz = 3°



Los acimutes obtenidos mediante las ecuaciones (28) y (29) son simétricos con respecto al Norte ($\Lambda = 0^\circ$) y al Sur ($\Lambda = 180^\circ$) y dependen únicamente de los parámetros L_0 , ε , h e i .

Estos acimutes de caso más desfavorable existen con la condición de que exista la función $\arccos x$. Dicha función existe si el argumento $|x| \leq 1$ y, por consiguiente, los acimutes existen si:

Para la ecuación (28a):

$$\begin{aligned} \operatorname{sen} i &\leq \operatorname{sen}(L_0 + \theta_\varepsilon) && \text{y} \\ \operatorname{sen} i &\geq \operatorname{sen}(L_0 - \theta_\varepsilon) \end{aligned} \quad (30a)$$

Para la ecuación (29a):

$$\begin{aligned} -\operatorname{sen} i &\leq \operatorname{sen}(L_0 + \theta_\varepsilon) && \text{y} \\ -\operatorname{sen} i &\geq \operatorname{sen}(L_0 - \theta_\varepsilon) \end{aligned} \quad (30b)$$

Si para un ángulo de elevación determinado ε no se cumple la condición de la ecuación (30a), las ecuaciones (28) no se aplican y no proporcionan el acimut de caso más desfavorable. Lo mismo cabe decir con respecto a la ecuación (30b) y las ecuaciones (29). Las ecuaciones (28) o (29) pueden aplicarse de forma independiente. Si en la ecuación (30a) o (30b) se aplica la desigualdad, la ecuación (28) o la correspondiente ecuación (29) proporciona dos máximos. Si se aplica la igualdad, la ecuación correspondiente proporciona un máximo. Aun cuando una de las ecuaciones (28) o (29) no se aplique puede haber un máximo de valor inferior para los acimutes de 0° ó 180° .

Cabe señalar que las ecuaciones (28) proporcionan los valores precisos de los acimutes de caso más desfavorable únicamente si el tamaño de la superficie de interés es nulo. En un caso práctico, como el haz de una antena de estación terrena de satélite, el valor exacto del acimut de caso más desfavorable depende, por ejemplo, de la anchura de haz de la antena de la estación terrenal, pero las ecuaciones proporcionan una estimación que normalmente no difiere del valor real del acimut de caso más desfavorable más que aproximadamente la mitad de la anchura del haz. No se ha determinado la relación exacta entre la anchura del haz y el acimut de caso más desfavorable. Además, en los casos prácticos los máximos pueden ser de distintas amplitudes dependiendo de la anchura del haz.

6 Conclusión

De los Cuadros anteriores puede deducirse que el método de cálculo presentado en esta Recomendación proporciona resultados lo suficientemente precisos para la mayoría de los casos prácticos. Aunque no se ha comprobado en este caso, cabe esperar que el método sea inexacto cerca de las latitudes más alta y más baja de la órbita de un satélite, debido fundamentalmente al hecho de que algunas partes de la superficie pueden encontrarse fuera de la visibilidad del satélite.