

RECOMENDACIÓN UIT-R P.1407-3

Propagación por trayectos múltiples y parametrización de sus características

(Cuestión UIT-R 203/3)

(1999-2003-2005-2007)

Cometido

En la Recomendación UIT-R P.1407 se describe la naturaleza de la propagación por trayectos múltiples y se definen los parámetros adecuados para la descripción estadística de los efectos en trayectos múltiples, además de proporcionar ejemplos de los efectos de correlación entre múltiples trayectos de propagación y su cálculo.

La Asamblea de Radiocomunicaciones de la UIT,

considerando

- a) la necesidad de estimar el efecto de la propagación por trayectos múltiples en los servicios que utilizan sistemas digitales;
- b) que es conveniente normalizar la terminología y las expresiones utilizadas para caracterizar la propagación por trayectos múltiples,

recomienda

1 que, para describir de una manera coherente los conceptos relacionados con la propagación por trayectos múltiples, se utilicen los términos y definiciones que figuran en el Anexo 1.

Anexo 1**1 Introducción**

En los sistemas radioeléctricos con altura de antena pequeña, suele haber múltiples trayectos indirectos entre el transmisor y el receptor debido a la reflexión procedente de los objetos circundantes, además del trayecto directo cuando hay línea de visibilidad directa. Esta propagación por trayectos múltiples es particularmente importante en los medios urbanos donde las paredes de los edificios y las superficies pavimentadas generan intensas reflexiones. Como resultado de ello, la señal recibida está formada por la suma de varios componentes con diversas amplitudes, ángulos de fase y direcciones de llegada.

Puede considerarse que la consiguiente variabilidad espacial de la intensidad de la señal obedece a dos regímenes:

- a) un desvanecimiento rápido, que varía sobre distancias del orden de una longitud de onda, debido principalmente a los cambios en los ángulos de fase de los distintos componentes de la señal;
- b) un desvanecimiento lento, que varía sobre distancias más grandes, debido principalmente a los cambios en la pérdida por apantallamiento producida por los objetos circundantes.

Además, los diversos componentes de la señal pueden sufrir desplazamientos Doppler de distintas magnitudes debido al movimiento de la estación móvil o de objetos reflectantes, como vehículos.

El canal móvil con propagación por trayectos múltiples puede caracterizarse por su respuesta al impulso, que varía a un ritmo que depende de la velocidad del terminal móvil y/o de los objetos dispersantes. En consecuencia, un receptor debe ser capaz de afrontar la distorsión de la señal debida a los ecos del canal, así como las rápidas variaciones en la naturaleza de esta distorsión. A tales características del canal radioeléctrico móvil se les denomina perfiles de retardo de potencia y espectros Doppler y se obtienen mediante mediciones de sondeo del canal en banda ancha.

Las señales transmitidas hacia y desde vehículos en movimiento en medios urbanos o boscosos muestran considerables variaciones en la amplitud debida a la dispersión múltiple. Son corrientes los desvanecimientos de 30 dB o más por debajo del nivel medio. La intensidad de campo instantáneo medida en distancias de unas cuantas decenas de longitudes de onda, presenta una distribución que se aproxima a la de Rayleigh. Los valores medios de esas distribuciones para un sector pequeño varían considerablemente de una zona a otra, según la altura, la densidad y la distribución de colinas, árboles, edificios y otras estructuras.

Las características de propagación por trayectos múltiples son un factor importante para controlar la calidad de las comunicaciones móviles digitales. Físicamente, las características de propagación por trayectos múltiples incluyen el número de trayectos, las amplitudes, la diferencia de longitudes de trayecto (retardo), y el ángulo de llegada. Esto puede caracterizarse a partir del perfil de retardo de potencia. De otro modo, la transformación de Fourier de la respuesta de impulso complejo da lugar a la función de transferencia compleja cuya amplitud, frente a las características de propagación, proporciona la selectividad de frecuencia del trayecto múltiple y está relacionada con la anchura de banda de correlación.

En los § 2 y 3 se definen los parámetros del canal de sector pequeño (o pequeña escala). Las estadísticas de los parámetros de pequeña escala se utilizan posteriormente para producir funciones de distribución acumulativas (FDA). La FDA de media escala abarca un determinado recorrido de medición, que es del orden de decenas o cientos de metros. La combinación de un conjunto de datos para una serie de recorridos de media escala se considera como una caracterización global o de gran escala representativa del entorno estudiado, por ejemplo terrenos montañosos, urbanos, suburbanos, habitaciones grandes de interior, pasillos, etc.

Se ha demostrado que un canal lineal variable con el tiempo puede caracterizarse mediante un filtro transversal lineal. La salida de este filtro proporciona una suma de las versiones de la señal de entrada con retardo y con desplazamiento Doppler. Se representa entonces el canal mediante la función retardo-dispersión-Doppler, denominada a veces función de dispersión. Esta función representa el fenómeno del multitrayecto en tres dimensiones: retardo en exceso, frecuencia Doppler y densidad de potencia. Esta formulación resulta particularmente adecuada para la construcción de un simulador electrónico en forma de filtro transversal dinámico.

2 Parámetros multitrayecto

2.1 Definiciones

A continuación se indican los parámetros adecuados para la descripción estadística de los efectos multitrayecto. El *retardo medio* es la media de los retardos en exceso ponderados por su potencia y viene dado por el primer momento del perfil del retardo de potencia (raíz cuadrada de la amplitud de la respuesta al impulso).

La *dispersión (valor eficaz) del retardo* es la desviación típica de los retardos en exceso ponderada por su potencia y viene dada por el segundo momento del perfil del retardo de potencia. Proporciona una medida de la variabilidad del retardo medio.

La *ventana del retardo* es el intervalo de la porción intermedia del perfil del retardo de potencia que contiene un cierto porcentaje (normalmente el 90%) de la energía total de esa respuesta al impulso.

El *intervalo de retardo* se define como el intervalo de la respuesta al impulso entre dos valores del retardo en exceso que señalan el primer instante en que la amplitud de la respuesta al impulso rebasa un umbral determinado y el último instante en que es menor que dicho umbral. El umbral empleado depende de la gama dinámica del equipo de medición: un valor típico es 20 dB por debajo del nivel de cresta del perfil del retardo.

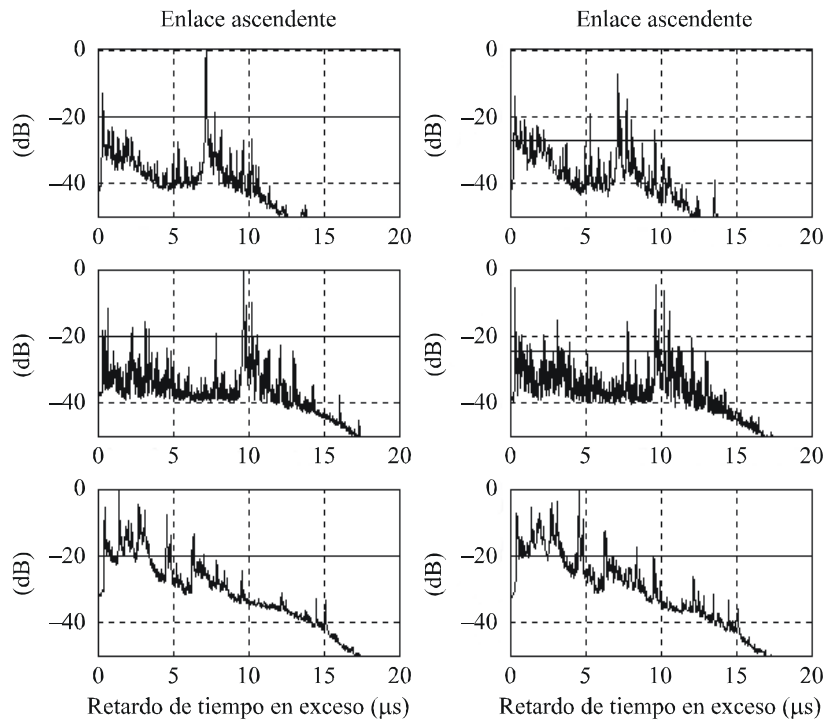
La *anchura de banda de correlación* se define como la banda de frecuencias para la cual la función de autocorrelación de la función de transferencia está por encima de un determinado umbral; su valor típico es 0,5.

El *número de componentes de señal o trayecto múltiple* es el número de crestas en un perfil de retardo de potencia cuya amplitud se encuentra dentro de A dB de la cresta más alta y por encima del umbral mínimo de ruido.

2.2 Discusión

Los parámetros adecuados para la descripción estadística de los efectos multitrayecto pueden calcularse a partir de los perfiles instantáneos del retardo de potencia o de los perfiles promediados del retardo de potencia, que representan los promedios temporales obtenidos con el receptor en reposo y corresponde al movimiento en el entorno, o bien representa los promedios espaciales obtenidos con el receptor en movimiento. En la Fig. 1 se muestran ejemplos de estos promedios medidos desde una camioneta; el perfil central se midió con la camioneta en reposo y los otros dos con la camioneta en movimiento. Los dos tipos de promedios deben calcularse para varias respuestas al impulso dentro del tiempo de integración coherente del canal, que se define como el tiempo (o el intervalo espacial) durante el cual los componentes multitrayecto no se mueven más de la mitad del intervalo del retardo de tiempo (o del intervalo espacial).

FIGURA 1



1407-01

Perfiles del retardo de potencia para las bandas dúplex por división de frecuencia del UMTS con promedio temporal (perfil central) y espacial (perfiles superior e inferior). Los perfiles se han normalizado para mostrar la densidad de potencia relativa en función de τ . La línea horizontal corresponde al intervalo de retardo de 20 dB.

La energía total, P_m , de la respuesta al impulso es:

$$P_m = \int_{t_0}^{t_3} P(t) dt \quad (1)$$

donde:

- $P(t)$: densidad de potencia de la respuesta al impulso
- t : retardo con respecto a la referencia de tiempo
- t_0 : instante en el que $P(t)$ rebasa el nivel de corte por primera vez
- t_3 : instante en el que $P(t)$ rebasa el nivel de corte por última vez.

El retardo medio, T_D , viene dado por el primer momento del perfil del retardo de potencia:

$$T_D = \frac{\int_0^{\tau_e} \tau P(\tau) d\tau}{\int_0^{\tau_e} P(\tau) d\tau} - \tau_a \quad (2a)$$

donde:

τ : variable del retardo de tiempo que es igual a $t - t_0$

τ_a : tiempo de llegada de la primera componente del multitrayecto recibida (la primera cresta del perfil)

$\tau_e = t_3 - t_0$.

La forma discreta de la ecuación (2a) es la siguiente:

$$T_D = \frac{\sum_{i=1}^N \tau_i P(\tau_i)}{\sum_{i=1}^N P(\tau_i)} - \tau_M \quad (2b)$$

donde $i = 1$ y N son, respectivamente, los índices de la primera y la última muestra del perfil de retardo por encima del nivel umbral y M es el índice de la primera componente del multitrayecto recibida (la primera cresta del perfil).

Los retardos pueden determinarse mediante la siguiente relación:

$$t_i (\mu s) = 3,3 r_i \quad \text{km}$$

donde r_i es la suma de las distancias del transmisor al reflector multitrayecto y del reflector al receptor, o es la distancia total del transmisor al receptor para t_{LOS} .

La dispersión (valor eficaz (r.m.s.)) del retardo, S , viene dada por la raíz cuadrada del segundo momento central, esto es:

$$S = \sqrt{\frac{\int_0^{\tau_e} (\tau - T_D - \tau_a)^2 P(\tau) d\tau}{\int_0^{\tau_e} P(\tau) d\tau}} \quad (3)$$

o, en magnitudes discretas:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\tau_i - T_D - \tau_M)^2 P(\tau_i)}{\sum_{i=1}^N P(\tau_i)}} \quad (4)$$

La ventana de retardo, W_q , es la longitud de la porción central del perfil del retardo de potencia que contiene un cierto porcentaje, q , de la potencia total:

$$W_q = (t_2 - t_1) \quad (5)$$

donde los límites t_1 y t_2 están definidos mediante:

$$\int_{t_1}^{t_2} P(t) dt = \frac{q}{100} \int_{t_0}^{t_3} P(t) dt = \frac{q}{100} P_m \quad (6)$$

y la potencia fuera de la ventana se reparte en dos partes iguales $\left(\frac{100-q}{200}\right)P_m$.

Se define el intervalo de retardo, I_{th} , como la diferencia de tiempo entre el instante t_4 en que la amplitud del perfil del retardo de potencia rebasa por primera vez un umbral determinado P_{th} , y el instante t_5 en el que decae con respecto a ese umbral por última vez:

$$I_{th} = (t_5 - t_4) \quad (7)$$

La transformada de Fourier de la densidad de potencia de la propuesta al impulso da la autocorrelación $C(f)$ de la función de transferencia:

$$C(f) = \int_0^{\tau_e} P(\tau) \exp(-j 2 \pi f \tau) d\tau \quad (8)$$

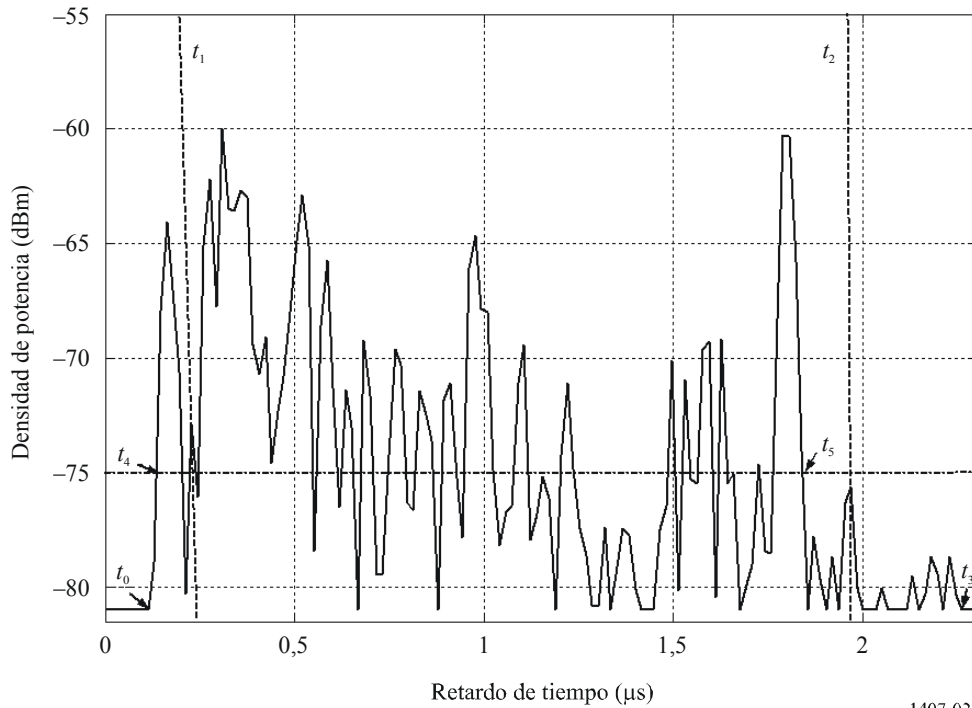
Para un canal de Rice, la ecuación (8) subestima el valor de la anchura de banda de correlación. Para este tipo de canales es más preciso determinar la anchura de banda de correlación a partir de la función de correlación de frecuencias separadas, que se obtiene de la función de transferencia compleja que varía con el tiempo mediante el cálculo de coeficiente de correlación para diferentes separaciones de frecuencia.

La anchura de banda de correlación, B_x , se define como la frecuencia para la cual $|C(f)|$ es igual a $x\%$ de $C(f=0)$.

Para el análisis de los datos se recomienda utilizar ventanas de retardo correspondientes al 50%, 75% y 90% de la potencia, intervalos de retardo para los umbrales de 9 dB, 12 dB y 15 dB por debajo del valor de cresta y anchuras de banda de correlación para un 50% y un 90% de correlación. Debe subrayarse que pueden ser muy importantes los efectos del ruido y de las señales espurias sobre el sistema (desde la etapa de RF al tratamiento de los datos). Por consiguiente es importante determinar con exactitud el umbral del ruido y/o señales no esenciales en el sistema, para poder establecer un margen de seguridad en la parte superior de ese nivel de corte. Se recomienda el empleo de un margen de seguridad de 3 dB y con el fin de asegurar la integridad de los resultados, se recomienda, asimismo, utilizar como criterio de aceptación una relación mínima de cresta/señal no esencial de, por ejemplo, 15 dB (excluyendo el margen de seguridad de 3 dB) antes de incluir estadísticamente un impulso de respuesta.

La Fig. 2 muestra un ejemplo de utilización de alguno de estos términos.

FIGURA 2

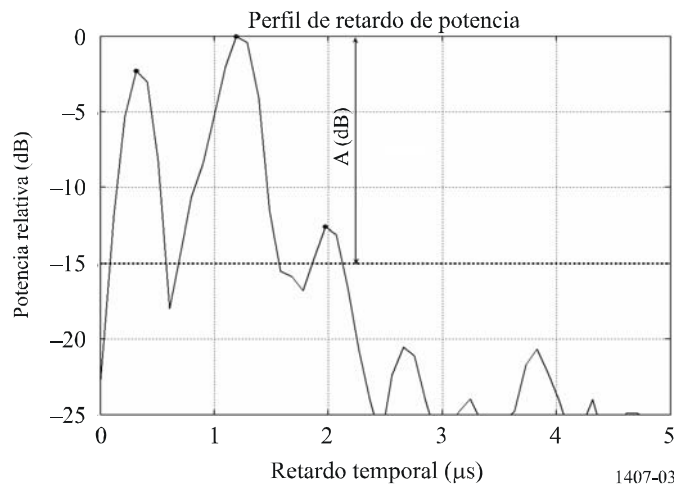


1407-02

Este perfil del retardo de potencia ilustra los siguientes parámetros: la ventana de retardo, W_{90} , que contiene el 90% de la potencia recibida y está delimitada por las dos líneas discontinuas verticales (t_1 y t_2), y el intervalo de retardo, I_{15} , que contiene la señal superior al nivel de 15 dB por debajo del valor de cresta y se encuentra entre t_4 y t_5 . Los instantes t_0 y t_3 indican el principio y el final del perfil por encima del umbral mínimo de ruido.

FIGURA 3

Perfil de retardo de potencia que indica los componentes de trayecto múltiple por encima del nivel de umbral



1407-03

3 Parámetros de la dirección de llegada

3.1 Definiciones

A continuación figuran las definiciones de los parámetros adecuados para la descripción estadística de los efectos en trayectos múltiples.

El *ángulo de llegada medio* es el promedio ponderado en potencia de las direcciones de llegada medidas y está dado por el primer momento del espectro de acimut de potencia (también puede denominarse perfil angular de potencia).

El *perfil angular* de potencia es la potencia angular característica dentro del plano horizontal/del acimut.

La *r.m.s. angular eficaz* es la excursión normalizada ponderada en potencia de la dirección de llegada y está dada por el segundo momento del perfil angular de potencia. Ésta ofrece una medida de la variabilidad del ángulo de llegada medio.

La *ventana angular* es la anchura de la porción media del perfil angular de potencia que contiene el porcentaje definido de la energía total encontrada en esa medición del perfil angular de potencia.

El *intervalo de ángulo* (o *espaciamiento angular*) se define como la anchura de la respuesta del impulso (o anchura del perfil angular) entre dos valores de dirección de llegada. Éste marca el primer ángulo en el cual la amplitud del perfil angular excede un umbral determinado, y el último ángulo en el cual dicha amplitud cae por debajo de ese umbral. El umbral utilizado depende de la gama dinámica del equipo de medición: un valor típico es 20 dB por debajo del nivel de cresta del perfil angular.

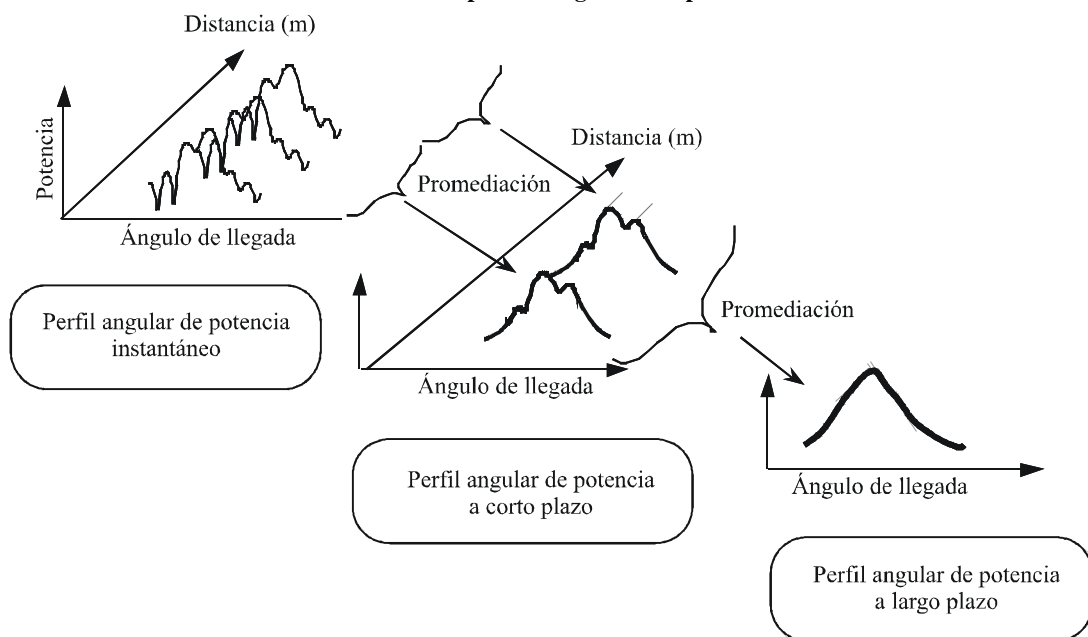
3.2 Debate

Los parámetros adecuados para la descripción estadística de los efectos en trayecto múltiple pueden calcularse ya sea a partir de los perfiles angulares de potencia instantáneos, los perfiles angulares de potencia a corto plazo o los perfiles angulares de potencia a largo plazo. Esta cantidad representa los promedios de tiempo obtenidos cuando el receptor se encuentra en posición estacionaria y representa el movimiento en el entorno, o bien los promedios espaciales obtenidos cuando el receptor está en movimiento.

Tal como se ilustra en la Fig. 4, los perfiles angulares de potencia a corto plazo se obtienen mediante una promediación espacial de los perfiles angulares de potencia instantáneos a lo largo de varias decenas de longitudes de onda, con miras a suprimir la variación del desvanecimiento rápido; los perfiles angulares de potencia a largo plazo se obtienen mediante una promediación espacial de los perfiles angulares de potencia a corto plazo a aproximadamente la misma distancia de la estación de base (BS), con miras a suprimir la variación debida al sombreado.

FIGURA 4

Definición de perfiles angulares de potencia



1407-04

3.2.1 Energía total

Suponiendo que la potencia recibida en la dirección θ es $P(\theta)$.

La *energía total* P_0 , del perfil angular se define como la potencia por encima del nivel de umbral L_0 que separa a la señal del ruido, según se indica en la Fig. 5:

$$P_0 = \int_{\theta_0}^{\theta_3} P(\theta) d\theta \tag{9a}$$

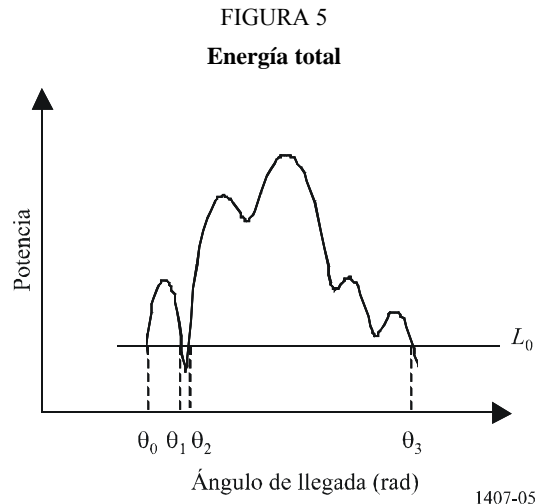
siendo:

- θ : radianes, se mide a partir de la dirección de la señal principal (suponiendo que ésta sea estacionaria durante la medición)
- $P(\theta)$: potencia del perfil angular por encima del nivel de umbral L_0 ; por debajo de L_0 , $P(\theta) = 0$
- L_0 : nivel con cierto margen (3 dB recomendado) por encima del umbral mínimo de ruido
- θ_0 : ángulo de llegada cuando $P(\theta)$ rebasa el nivel de umbral L_0 por primera vez en $\theta_{m\acute{a}x}(-\pi, \pi)$
- θ_3 : ángulo de llegada cuando $P(\theta)$ rebasa el nivel de umbral L_0 por última vez en $\theta_{m\acute{a}x}(-\pi, \pi)$.

En valores discretos, la ecuación (9a) se transforma en:

$$P_0 = \sum_{i=1}^N P(\theta_i) \quad (9b)$$

siendo $i = 1$ y N los índices de la primera y la última muestras del perfil angular de potencia por encima del nivel de umbral, respectivamente.



3.2.2 Ángulo medio de llegada

El ángulo medio de llegada, T_A , está dado por el primer momento del perfil angular de potencia:

$$T_A = \frac{1}{P_0} \int_{\theta_0}^{\theta_3} \theta P(\theta) d\theta \quad (10a)$$

En valores discretos, la ecuación (10a) pasa a ser:

$$T_A = \frac{\sum_{i=1}^N \theta P(\theta_i)}{\sum_{i=1}^N P(\theta_i)} \quad (10b)$$

siendo $i = 1$ y N los índices de la primera y la última muestras del perfil angular de potencia por encima del nivel de umbral, respectivamente.

3.2.3 Dispersión angular expresada en r.m.s

La dispersión angular en valor eficaz S_A de la dirección de llegada se define como sigue:

$$S_A = \sqrt{\frac{1}{P_0} \int_{\theta_0}^{\theta_3} (\theta - T_A)^2 P(\theta) d\theta} \quad (11a)$$

En valores discretos, la ecuación (11a) se transforma en:

$$S_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\theta_i - T_A)^2 P(\theta_i)}{\sum_{i=1}^N P(\theta_i)}} \quad (11b)$$

siendo $i = 1$ y N los índices de la primera y la última muestras del perfil angular de potencia por encima del nivel de umbral, respectivamente.

3.2.4 Ventana angular

La ventana angular, θ_w , es la anchura de la porción media del perfil angular de potencia que contiene un porcentaje, q , de la potencia total, según se indica en la Fig. 6:

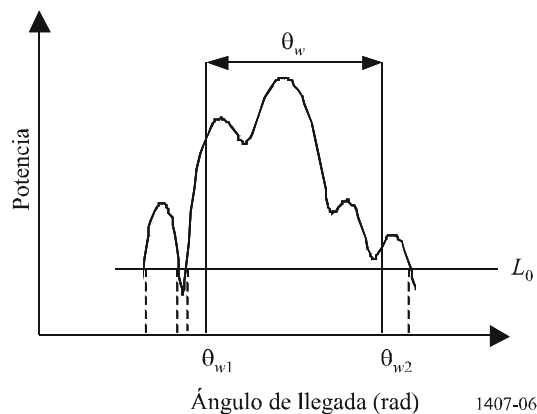
$$\theta_w = \theta_{w2} - \theta_{w1} \quad (12)$$

en la cual las fronteras θ_{w1} y θ_{w2} se definen mediante:

$$\int_{\theta_{w1}}^{\theta_{w2}} P(\theta) d\theta = \frac{q}{100} \int_{\theta_0}^{\theta_3} P(\theta) d\theta = \frac{q}{100} P_0 \quad (13)$$

y la energía fuera de la ventana se divide en dos partes iguales $\left(\frac{100-q}{200}\right) P_0$.

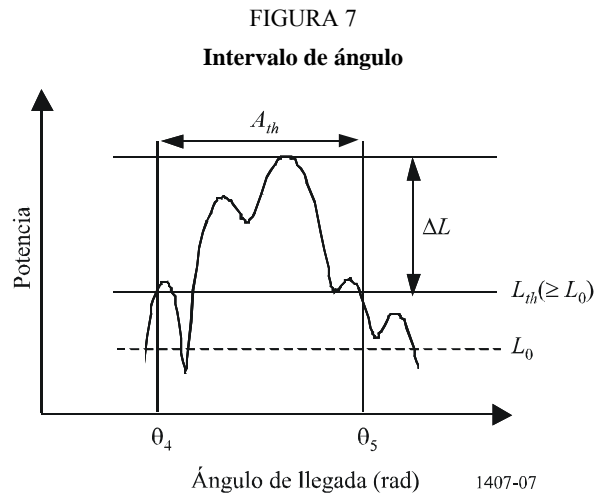
FIGURA 6
Ventana angular



3.2.5 Intervalo de ángulo (espaciamiento angular)

El intervalo de ángulo A_{th} se define como la diferencia angular entre el ángulo θ_4 cuando la amplitud del perfil angular de potencia excede por primera vez un umbral dado L_{th} y el ángulo θ_5 cuando éste cae por debajo de ese umbral por última vez, según se indica en la Fig. 7:

$$A_{th} = \theta_5 - \theta_4 \quad (14)$$



3.2.6 Distancia de correlación espacial

En particular para los canales de múltiple salida y múltiple entrada (MIMO), el coeficiente de la correlación espacial para diferentes espaciamentos d se obtiene a partir de la variante angular de la función de transferencia compleja del perfil angular de potencia. El coeficiente de correlación espacial, $R(d)$, se define como sigue:

$$R(d) = \frac{\int_{\theta_0}^{\theta_3} P(\theta) \exp(-j2\pi d \sin \theta / \lambda) d\theta}{\int_{\theta_0}^{\theta_3} P(\theta) d\theta} \quad (15)$$

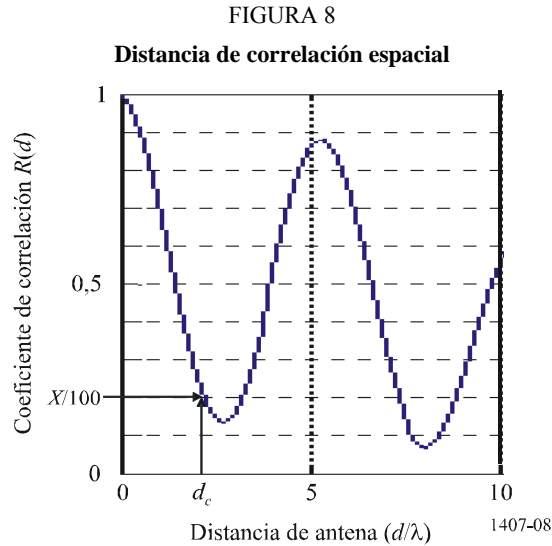
siendo:

d : distancia para diferentes espaciamentos

λ : longitud de onda.

Según se indica en la Fig. 8, la distancia de correlación espacial d_c se define como la primera distancia de corte en la cual $|R(d)|$ es igual a $x\%$ de $|R(d=0)|$

$$|R(d_c)| / |R(0)| = x / 100 \quad (16)$$

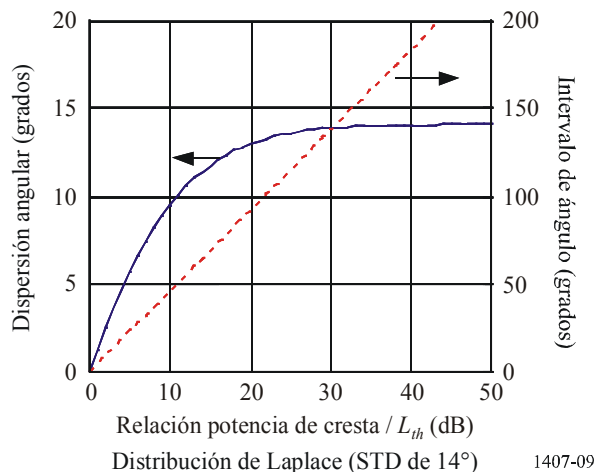


3.2.7 Parámetros recomendados

Para poder efectuar un análisis detallado de los datos se recomienda utilizar unas ventanas angulares correspondientes al 50%, 75% y 90% de la potencia, intervalos de ángulo para umbrales de 9, 12 y 15 dB por debajo del nivel de cresta, y unas distancias de correlación para 50% y 90% de correlación. Además, cabe señalar que los efectos del ruido y las señales parásitas del sistema (desde la etapa de RF hasta el procesamiento de datos) pueden ser muy apreciables. Por lo tanto, es importante determinar con precisión el umbral de ruido y/o de señales parásitas de los sistemas y ofrecer además un margen de seguridad. Se recomienda un margen de seguridad de 3 dB y, con miras a garantizar la integridad de los resultados, se recomienda utilizar una relación mínima de cresta/señal parásita de, por ejemplo, 15 dB (con exclusión del margen de seguridad de 3 dB) como un criterio de aceptación que limita los perfiles angulares incluidos en las estadísticas. En la Fig. 9 se muestra un ejemplo del efecto que tiene la fijación de la magnitud de una relación mínima de cresta a L_{th} (ΔL). En esta figura se supone que el perfil angular de potencia es una distribución de Laplace (doble distribución exponencial) con una dispersión angular de 14° ; la dispersión y el intervalo angulares se calculan como funciones de la relación de potencia de cresta a L_{th} . En esta figura se muestra que esos parámetros registran cambios considerables aun para valores básicamente idénticos. Por lo tanto, en la evaluación estadística se debe especificar el valor utilizado como ΔL .

FIGURA 9

Efecto del ejemplo de una relación mínima de potencia de cresta a L_{th} (ΔL)



Anexo 2

1 Introducción

En este Anexo se ilustran algunos resultados del cálculo de los coeficientes de correlación a partir de un perfil angular de potencia y el efecto que tienen esos coeficientes de correlación en la capacidad de MIMO.

2 Cálculo de los coeficientes de correlación espacial

Se ha utilizado la definición contenida en la ecuación (15) del Anexo 1 para calcular la correlación espacial. En este Anexo se expone brevemente un resultado y se ilustra cómo se ve afectada la correlación por el espaciamiento de la antena.

En la Fig. 10 se muestra una función Laplaciana truncada ideal aplicada al espectro potencia-acimut (PAS, *power-azimuth spectrum*), como por ejemplo:

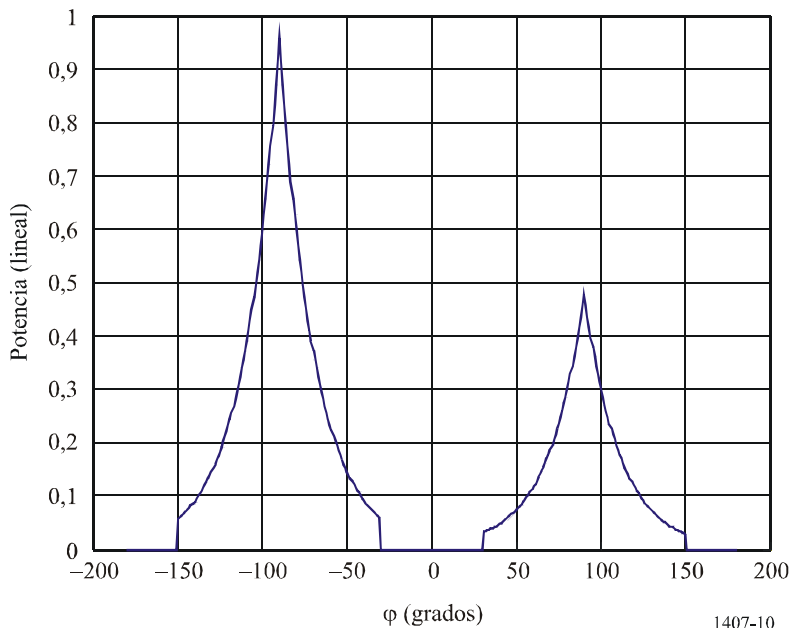
$$PAS_L(\varphi) = \sum_{k=1}^{N_c} \frac{Q_{L,k}}{\sigma_{L,k} \sqrt{2}} \exp\left[-\frac{\sqrt{2}|\varphi - \varphi_{0,k}|}{\sigma_{L,k}}\right] \left\{ \varepsilon[\varphi - (\varphi_{0,k} - \Delta\varphi_k)] - \varepsilon[\varphi - (\varphi_{0,k} + \Delta\varphi_k)] \right\} \quad (17)$$

siendo $\varepsilon(\varphi)$ la función escalón y N_c el número de conglomerados, $\varphi_{0,k}$ el ángulo medio de incidencia del k -ésimo conglomerado y $\sigma_{L,k}$ la dispersión angular. El PAS se define a lo largo de $[\varphi_0 - \Delta\varphi, \varphi_0 + \Delta\varphi]$. Se supone que la condición de normalización de potencia es:

$$\sum_{k=1}^{N_c} Q_{L,k} \left[1 - \exp\left(-\frac{\sqrt{2}\Delta\varphi_k}{\sigma_{L,k}}\right) \right] = 1 \quad (18)$$

FIGURA 10

Función Laplaciana truncada ideal aplicada al espectro potencia-acimut (PAS)



PAS Laplaciano normalizado para un caso de dos conglomerados $AS = 30^\circ$, $\varphi_0 \in [-90^\circ, +90^\circ]$. Por otro lado, el conglomerado de $+90^\circ$ tiene la mitad de potencia que el caso de -90° .

Entonces el coeficiente de correlación de la envolvente está dado por:

$$\rho_e(D) = |R_{XX}(D) + jR_{XY}(D)|^2 \tag{19}$$

siendo:

$$D = 2\pi d/\lambda$$

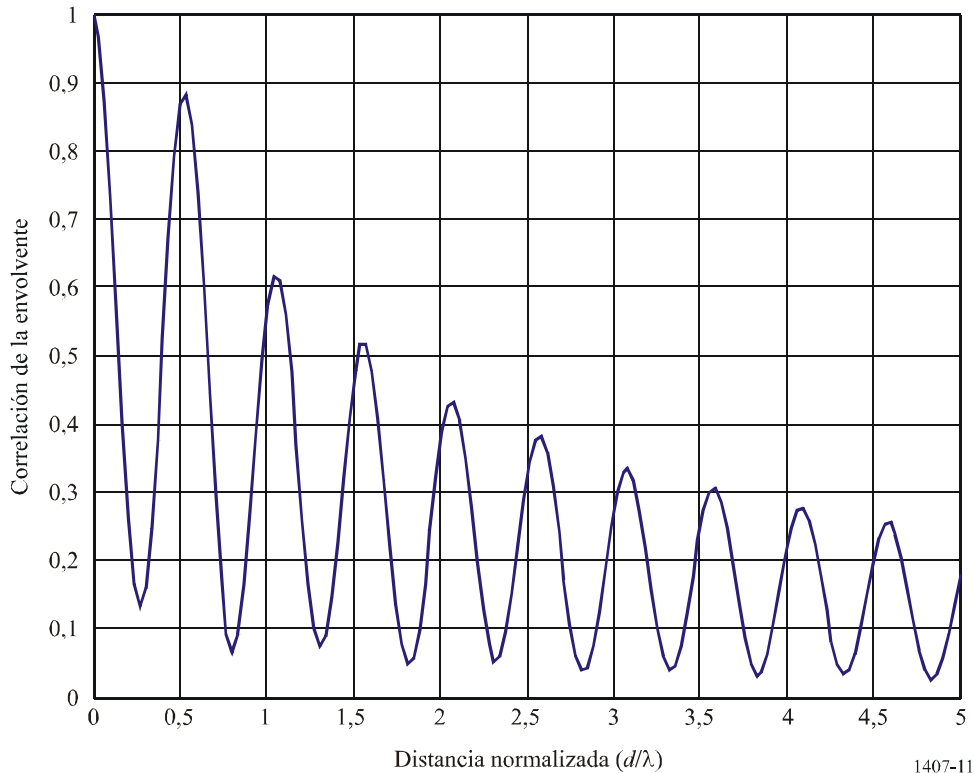
d : espaciamiento de antena

λ : longitud de onda,

y las funciones de correlación cruzada $R_{XX}(D)$ y $R_{XY}(D)$ las definidas en la anterior ecuación (16).

En la Fig. 11 se ilustra la correlación espacial resultante.

FIGURA 11
Correlación espacial resultante



Coefficiente de correlación de la envolvente frente a la distancia normalizada ($= d/\lambda$) para el caso de dos conglomerados ilustrados en la Fig. 10.

3 Efecto de los coeficientes de correlación en la capacidad MIMO

En el caso de los canales de desvanecimiento de Rayleigh, la capacidad MIMO ergódica sin conocimiento de canal en el transmisor es:

$$C = \log_2 \det \left(I_{n_R} + \frac{P}{n_T \sigma^2} R_R^{1/2} H_w R_T H_w^H (R_R^{1/2})^H \right) = \log_2 \det \left(I_{n_R} + \frac{P}{n_T \sigma^2} H_w R_T H_w^H R_R^H \right) \tag{20}$$

siendo:

n_R y n_T : número de antenas del receptor y el transmisor, respectivamente

P : potencia de transmisión total

I_{n_R} : matriz identidad $n_R \times n_R$

$(\cdot)^H$ y $\det(\cdot)$: respectivamente, operador Hermitiano y operación determinante

H_w : matriz cuyos elementos son variables independientes aleatorias Gaussianas complejas distribuidas idénticamente cuya media es cero y su varianza la unidad

$(\cdot)^{1/2}$: raíz cuadrada Hermitiana de una matriz.

Las matrices R_R y R_T determinan las correlaciones espaciales entre los receptores y los transmisores, respectivamente, la matriz de canal H está definida por $H = R_R^{1/2} H_w R_T^{1/2}$, $R_R^{1/2}$ y $R_T^{1/2}$ son matrices Hermitianas definidas positivas y, por último, se supone que están normalizadas de modo que $[R_R]_{j,j} = 1$ para $j = 1, K, n_R$ y $[R_T]_{i,i} = 1$ para $i = 1, K, n_T$.

Suponiendo que R_R y R_T tienen el rango más amplio y que $n_R = n_T = n$, entonces a un nivel elevado de relación señal/ruido se puede aproximar la capacidad de la siguiente manera:

$$C \approx \log_2 \det \left(\frac{P}{n_T \sigma^2} H_w H_w^H \right) + \log_2 \det(R_R) + \log_2 \det(R_T) \quad (21)$$

Si indicamos los valores propios de R_R con λ_i , $i = 1, K, n$, entonces $\sum_{i=1}^n \lambda_i = n$. A partir de la desigualdad entre la media geométrica y la media aritmética:

$$\prod_{i=1}^n \lambda_i \leq 1 \quad (22)$$

puesto que $\det(R_R) = \prod_{i=1}^n \lambda_i$, se desprende que $\log_2 \det(R_R) \leq 0$ y es cero únicamente si todos los

valores propios de R_R son iguales, es decir, $R_R = I_n$. Así pues, la correlación determina la capacidad MIMO y la pérdida de capacidad ergódica a niveles elevados de relación S/N queda determinada por $(\log_2 \det(R_R) + \log_2 \det(R_T))$ bit/s/Hz.

En la Fig. 12 se ilustra el efecto de las correlaciones espaciales en la capacidad ergódica de un canal MIMO con $n_R = n_T = 2$. En la Fig. 12 se supone que $R_T = I_2$. La matriz de correlación del receptor se elige de conformidad con:

$$R_R = \begin{bmatrix} 1 & \rho_R \\ \rho_R^* & 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

donde ρ_R indica la correlación espacial entre las antenas receptoras.

FIGURA 12

Capacidad ergódica con una correlación de recepción baja y alta

