

## RECOMENDACIÓN UIT-R F.1765

**Metodología para determinar la potencia isotrópica radiada equivalente combinada producida por aplicaciones de alta densidad punto a punto en el servicio fijo que funcionan en bandas por encima de 30 GHz**

(2006)

**Cometido**

Esta Recomendación presenta metodologías para obtener la potencia isotrópica radiada equivalente combinada (p.i.r.e.c.) para estaciones transmisoras de aplicaciones punto a punto (P-P) de alta densidad en el servicio fijo (HDFS) en bandas por encima de 30 GHz que pueden utilizar las administraciones que deseen evaluar la interferencia potencial causada por las estaciones P-P HDFS a otros servicios interferidos.

La Asamblea de Radiocomunicaciones de la UIT,

*considerando*

- a) que las administraciones que deseen evaluar a nivel nacional y bilateral la interferencia potencial causada por las estaciones P-P HDFS a otros servicios puede que deban realizar una estimación de la potencia isotrópica radiada equivalente combinada (p.i.r.e.c.) producida por las estaciones transmisoras de las instalaciones de alta densidad punto a punto (P-P) en el servicio fijo (HDFS) referidos a un punto central;
- b) que la utilización de control automático de la potencia del transmisor (CAPT) en los transmisores P-P reduciría la potencia radiada combinada;
- c) que también es necesario determinar la p.i.r.e.c. en función del ángulo de elevación que va a evaluarse, teniendo en cuenta los mecanismos de propagación de modo (2),

*reconociendo*

**1** que el número 5.547 del Reglamento de Radiocomunicaciones (RR) identifica las bandas 31,8-33,4 GHz; 37-40 GHz; 40,5-43,5 GHz; 51,4-52,6 GHz; 55,78-59 GHz y 64-66 GHz como disponibles para aplicaciones de alta densidad en el servicio fijo (HDFS),

*observando*

- a) que la Resolución 75 (CMR-2000) invita al UIT-R a que elabore con carácter de urgencia las bases técnicas para determinar la zona de coordinación de una estación terrena receptora del servicio de investigación espacial (espacio lejano) con estaciones de transmisión de HDFS en las bandas 31,8-32,3 GHz y 37-38 GHz;
- b) que la Resolución 79 (CMR-2000) invita al UIT-R a que realice estudios sobre la distancia de coordinación entre estaciones de radioastronomía que funcionan en la banda 42,5-43,5 GHz y sistemas HDFS,

*recomienda*

**1** que se utilicen provisionalmente los siguientes modelos matemáticos a fin de obtener la p.i.r.e.c. de las estaciones transmisoras P-P HDFS bajo la hipótesis de que los ángulos de elevación de todas las antenas transmisoras HDFS son de 0° (véanse las Notas 1, 2, 3, 5, 6 y 9).

- 1.1 cuando el ángulo de elevación de la dirección de la p.i.r.e.c. que va a evaluarse es 0°:

$$p.i.r.e.c. = P_t + 1,061 (\log N_t)^2 + (-0,1164 G_t + 6,103) \log N_t + 0,9428 G_t - 2,62 \text{ dBW}$$

- 1.2 cuando el ángulo de elevación de la dirección de la p.i.r.e.c. que va a evaluarse es 2,5°:

$$p.i.r.e.c. = P_t - 0,13743 (\log N_t)^3 + 1,8243 (\log N_t)^2 + 1,5569 \log N_t + 0,0052917 G_t^3 - 0,57530 G_t^2 + 19,985 G_t - 200,77 \text{ dBW}$$

- 1.3 cuando el ángulo de elevación de la dirección de la p.i.r.e.c. que va a evaluarse es 5°:

$$p.i.r.e.c. = P_t + 0,54858 (\log N_t)^2 + 5,6488 \log N_t - 0,0036218 G_t^3 + 0,42380 G_t^2 - 16,645 G_t + 227,44 \text{ dBW}$$

- 1.4 cuando el ángulo de elevación de la dirección de la p.i.r.e.c. que va a evaluarse es 10°:

$$p.i.r.e.c. = P_t + 9,086 \log N_t - 0,25 G_t + 8,30 \text{ dBW}$$

- 1.5 cuando el ángulo de elevación de la dirección de la p.i.r.e.c. que va a evaluarse es 15°:

$$p.i.r.e.c. = P_t + 9,344 \log N_t - 0,25 G_t + 5,19 \text{ dBW}$$

- 1.6 cuando el ángulo de elevación de la dirección de la p.i.r.e.c. que va a evaluarse es 20°:

$$p.i.r.e.c. = P_t + 9,522 \log N_t - 0,25 G_t + 3,19 \text{ dBW}$$

- 1.7 cuando el ángulo de elevación de la dirección de la p.i.r.e.c. que va a evaluarse es 25°:

$$p.i.r.e.c. = P_t + 9,663 \log N_t - 0,25 G_t + 1,78 \text{ dBW}$$

- 1.8 cuando el ángulo de elevación de la dirección de la p.i.r.e.c. que va a evaluarse es 30°:

$$p.i.r.e.c. = P_t + 9,775 \log N_t - 0,25 G_t + 0,74 \text{ dBW}$$

siendo:

$P_t$ : potencia del transmisor a la entrada de la antena (dBW)

$N_t$ : número de transmisores

$G_t$ : ganancia de antena (dBi)

2 que se utilicen provisionalmente los siguientes modelos matemáticos para obtener la p.i.r.e.c. de las estaciones transmisoras P-P HDFS bajo la hipótesis de que las antenas transmisoras HDFS tienen ángulos de elevación variables como se describe en el Anexo 1 (véanse las Notas 1, 2, 4, 5, 6, 8 y 9):

- 2.1 cuando el ángulo de elevación de la dirección de la p.i.r.e.c. que va a evaluarse es 0°:

$$p.i.r.e.c. = P_t + 0,82096 (\log N_t)^3 + (-0,15210 G_t - 0,92771) (\log N_t)^2 + (0,024504 G_t^2 - 1,0198 G_t + 27,270) \log N_t - 0,077296 G_t^2 + 5,1982 G_t - 73,62 \text{ dBW}$$

2.2 cuando el ángulo de elevación de la dirección de la p.i.r.e.c. que va a evaluarse es 2,5°:

$$p.i.r.e.c. = P_t + 0,93906 (\log N_t)^3 + (-0,31918 G_t + 3,4110) (\log N_t)^2 + (0,023524 G_t^2 + 0,096937 G_t - 4,8156) \log N_t + 0,0011791 G_t^3 - 0,21452 G_t^2 + 8,5619 G_t - 82,88 \text{ dBW}$$

2.3 cuando el ángulo de elevación de la dirección de la p.i.r.e.c. que va a evaluarse es 5°:

$$p.i.r.e.c. = P_t + (-0,10457 G_t + 3,0618) (\log N_t)^3 + (0,027889 G_t^2 - 1,1358 G_t + 9,7775) (\log N_t)^2 + (-0,15803 G_t^2 + 9,3247 G_t - 132,36) \log N_t + 0,20619 G_t^2 - 13,901 G_t + 247,30 \text{ dBW}$$

2.4 cuando el ángulo de elevación de la dirección de la p.i.r.e.c. que va a evaluarse es 10°:

$$p.i.r.e.c. = P_t + 9,263 \log N_t - 0,2511 G_t + 8,43 \text{ dBW}$$

2.5 cuando el ángulo de elevación de la dirección de la p.i.r.e.c. que va a evaluarse es 15°:

$$p.i.r.e.c. = P_t + 9,299 \log N_t - 0,25 G_t + 5,45 \text{ dBW}$$

2.6 cuando el ángulo de elevación de la dirección de la p.i.r.e.c. que va a evaluarse es 20°:

$$p.i.r.e.c. = P_t + 9,497 \log N_t - 0,25 G_t + 3,32 \text{ dBW}$$

2.7 cuando el ángulo de elevación de la dirección de la p.i.r.e.c. que va a evaluarse es 25°:

$$p.i.r.e.c. = P_t + 9,651 \log N_t - 0,25 G_t + 1,84 \text{ dBW}$$

2.8 cuando el ángulo de elevación de la dirección de la p.i.r.e.c. que va a evaluarse es 30°:

$$p.i.r.e.c. = P_t + 9,767 \log N_t - 0,25 G_t + 0,79 \text{ dBW};$$

3 que para otro valor del ángulo de elevación de la dirección de la p.i.r.e.c. que va a evaluarse, cuya fórmula no aparece en los *recomienda* 1 ó 2, la p.i.r.e.c. se estime mediante interpolación;

4 que la distancia a la estación interferida se mida normalmente desde el centro de la zona de instalación del sistema HDFS (véase la Nota 7).

NOTA 1 – El Anexo 1 describe un método para determinar los valores de p.i.r.e.c. indicados en los *recomienda* 1 y 2. Los valores de p.i.r.e.c. correspondientes a ángulos de elevación de 0° o valores bajos de las direcciones que van a evaluarse serán útiles para estimar la interferencia a través de los mecanismos de propagación del modo (1), mientras que los correspondientes ángulos de elevación altos de las direcciones que van a evaluarse serán útiles para estimar la interferencia mediante los mecanismos de propagación del modo (2).

NOTA 2 – Las fórmulas de los *recomienda* 1 y 2 se obtuvieron como aproximaciones para  $G_t = 28$  a  $46$  dBi y  $N_t = 32$  a  $8\ 192$ . La probabilidad de que la p.i.r.e.c. rebase los valores indicados en los *recomienda* 1 y 2 es del 5% (es decir, el nivel de confianza de los cálculos es del 95%). Los máximos errores de las aproximaciones son normalmente del orden de 0,5 dB, pero pueden llegar aproximadamente a 1 dB en algunos casos de fórmulas de aproximación complicadas utilizando polinomios de tercer orden de  $G$  o  $\log N_t$ . La determinación de los niveles de confianza más adecuados debe ser objeto de más estudio.

NOTA 3 – Las fórmulas del *recomienda 1* se basan en la hipótesis de que los ángulos de acimut de las antenas HDFS están uniformemente distribuidos en la gama de 0° a 360° y sus ángulos de elevación son 0°.

NOTA 4 – Las fórmulas del *recomienda 2* se basan en la hipótesis de que los ángulos de acimut de las antenas HDFS están uniformemente distribuidos en la gama de 0° a 360° y sus ángulos de elevación son variables como se describe en el § 2.3 del Anexo 1. Se necesitan más estudios para establecer la función distribución de probabilidad más adecuada de los ángulos de elevación de la antena HDFS que deben utilizarse en cada banda de frecuencias.

NOTA 5 – Las fórmulas de los *recomienda 1* y 2 puede que sobreestimen la p.i.r.e.c. real ya que no se consideran las posibles pérdidas por ecos parásitos. Se necesitan más estudios para evaluar la magnitud de este factor.

NOTA 6 – En el caso de sistemas HDFS que utilizan CAPT,  $P_t$  en las fórmulas de los *recomienda 1* y 2 debe ser la potencia del transmisor en condiciones normales cuando no hay precipitaciones. De forma general puede decirse que la interferencia causada a la estación víctima será menos significativa durante la precipitación.

NOTA 7 – Generalmente, la distancia definida en el *recomienda 4* será apropiada para evaluar la p.i.r.e.c. siempre que la distancia entre el receptor víctima y la zona de instalación del sistema HDFS no sea demasiado corta en comparación con el radio de la zona de instalación del sistema HDFS (véase el § 1.3 del Anexo 1).

NOTA 8 – La Recomendación UIT-R F.1498 contiene otras distribuciones de ángulos de elevación de antenas HDFS que funcionan en la gama 37-40 GHz. Se necesitan más estudios para ampliar esta Recomendación de manera que cubra tales distribuciones.

NOTA 9 – A fin de facilitar la aplicación informática de esta Recomendación, el Apéndice 1 del Anexo 1 presenta las fórmulas aproximadas de los *recomienda 1* y 2 en forma tabular.

## Anexo 1

### Metodología para determinar la potencia de interferencia combinada causada por aplicaciones P-P HDFS

#### 1 Método de simulación

##### 1.1 Introducción

La Resolución 75 (CMR-2000) solicita la elaboración de bases técnicas para determinar la zona de coordinación entre estaciones terrenas receptoras del servicio de investigación espacial (espacio lejano) y estaciones transmisoras de aplicaciones de HDFS, en las bandas de frecuencias 31,8-32,3 GHz y 37-38 GHz. Además, la Resolución 79 (CMR-2000) invita al UIT-R a que realice estudios sobre la distancia de coordinación entre las estaciones de radioastronomía que funcionan en la banda 42,5-43,5 GHz y los sistemas HDFS.

La presente Recomendación proporciona metodologías para obtener la p.i.r.e.c. de las estaciones transmisoras P-P HDFS que pueden utilizar las administraciones que deseen evaluar la interferencia potencial causada por las estaciones P-P HDFS a otros servicios interferidos, en sus discusiones nacionales y bilaterales. Las administraciones que deseen responder a los *resuelve* de las Resoluciones 75 (CMR-2000) y 79 (CMR-2000) pueden utilizar las metodologías descritas en la presente Recomendación como base para efectuar nuevos estudios.

Utilizando la banda de 38 GHz como ejemplo, se han realizado simulaciones de redes P-P de aplicaciones de HDFS para elaborar un modelo matemático a partir del cual puede evaluarse la potencia interferente equivalente combinada radiada por dichas redes. Sin embargo, los resultados de los cálculos no dependen de la frecuencia. La potencia combinada se expresa en términos del número de transmisores, ganancias de antena y niveles de potencia del transmisor y se suma (logarítmicamente) a una cadencia inferior a  $10 \log N$ , siendo  $N$  el número de transmisores.

Ese punto describe una metodología para estimar la potencia radiada combinada procedente de una distribución de aplicaciones P-P HDFS utilizando una simulación informática.

Para determinar la potencia radiada equivalente combinada de un solo transmisor en el borde de la red más próxima al receptor de la estación interferida, se han disimulado transmisores P-P HDFS variando el número de transmisores, las ganancias de antena, los ángulos de elevación y los acimuts de antena. En este contexto, la potencia radiada total se define en términos de una potencia isotropa radiada equivalente combinada (p.i.r.e.c.). A efectos de esta simulación, ello representa la suma de las potencias radiadas por una red de transmisores distribuidos a lo largo de una zona y recibida en un punto distante, corregida por las pérdidas de trayecto en espacio libre entre dicho punto y el transmisor más próximo, es decir:

$$p.i.r.e.c. = \sum_{\text{todas las direcciones}} P_{\text{recibida}} + L_{el} \quad \text{dBW}^* \quad (1)$$

siendo:

$L_{el}$ : pérdidas de trayecto en espacio libre.

## 1.2 Parámetros del sistema

Se ha realizado un detenido examen de las aplicaciones P-P HDFS, que ha incluido la Recomendación UIT-R F.758, la documentación presentada al UIT-R y otras fuentes a partir del cual se obtuvo un conjunto genérico de parámetros del sistema que fueron utilizados en las simulaciones.

Como parámetros de entrada al modelo se consideraron tres ganancias de antena: 28, 36 y 44 dBi. Como diagrama de radiación de antena típico se utilizó el de la Recomendación UIT-R F.1245. En las simulaciones se utilizó una potencia del transmisor de 20 dBW pero el valor absoluto de la potencia no es importante. Los efectos de la polarización no se tuvieron en cuenta.

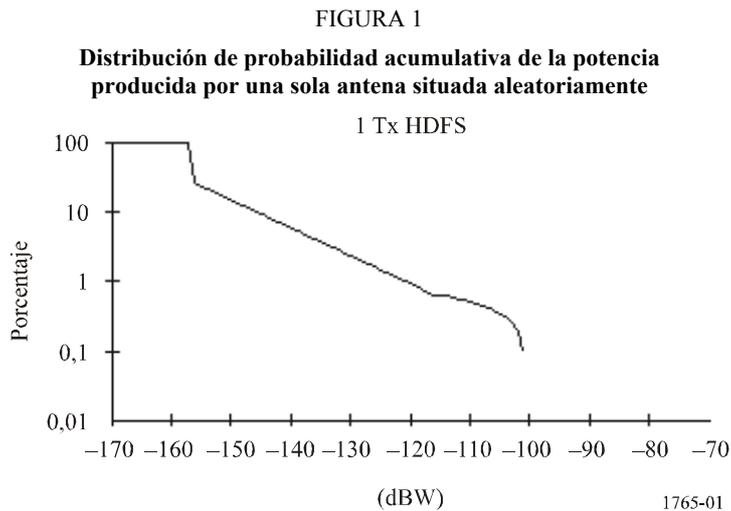
Las estaciones receptoras de prueba con antenas isotropas y ganancia de antena de 0 dBi, para combinar señales procedentes de todos los transmisores P-P se situaron a una distancia de 50, 100 y 150 km desde el borde de la red.

---

\* Potencia recibida por una antena isotropa (ganancia de antena de 0 dBi).

### 1.3 Simulaciones analíticas

Se han realizado simulaciones con un número variable de transmisores cuyas antenas giran en acimut con velocidades de exploración aleatorias entre 0 y 1 grado/s y los acimut de partida también se fijaron de forma aleatoria entre  $0^\circ$  y  $360^\circ$ . Muestreando la potencia combinada a lo largo de un periodo de tiempo, se obtienen distribuciones que describen la probabilidad de que las antenas apunten en una dirección determinada y pueden proporcionar estimaciones de los niveles de potencia de los casos más desfavorable para un cierto grado de riesgo. El examen de los niveles de potencia recibidos en los tres receptores de prueba a 50, 100 y 150 km desde el borde de la red, indicaron una escasa diferencia cuando se corrigieron con las pérdidas de trayecto en el espacio libre. Los receptores de prueba se situaron en una sola dirección a partir de la red ya que se aseguró la simetría circular mediante la rotación acimutal de todas las antenas transmisoras. Los transmisores se distribuyeron de manera uniforme a lo largo de una zona circular de un diámetro de 25 km y algunas de las simulaciones se repitieron con transmisores distribuidos en zonas circulares de 15 y 35 km de diámetro. La Fig. 1 representa la distribución acumulativa de los niveles de potencia producidos por un solo transmisor con una ganancia de antena de 44 dBi y un ángulo de elevación de la antena de  $0^\circ$ ; se observa claramente el diagrama de radiación de antena esperado.



A medida que se incluyeron más antenas varió la distribución de la probabilidad. La Fig. 2 muestra la distribución con 12 antenas giratorias aleatoriamente situadas. Dicha Figura muestra que se forman dos distribuciones: la potencia procedente del lóbulo principal de una sola antena se combina con la potencia procedente de los lóbulos laterales de las otras antenas de la red para producir un nivel de potencia de unos  $-90$  dBW (equivalente a unos 68 dBW cuando se corrige este valor con las pérdidas de trayecto en espacio libre), mientras que los lóbulos laterales de todas las antenas se combinan para formar una distribución asimétrica mayor a niveles de potencia más bajos. A medida que aumenta el número de transmisores, este valor de cresta más bajo procedente de los lóbulos laterales de la antena aumenta en magnitud hasta que, por último, se incluye en la cresta del lóbulo principal y la distribución se aproxima a una distribución log normal, como se muestra en los ejemplos de la Fig. 3.

FIGURA 2  
**Distribución de niveles de potencia producidos por 12 antenas situadas aleatoriamente**  
 12 Tx HDFS

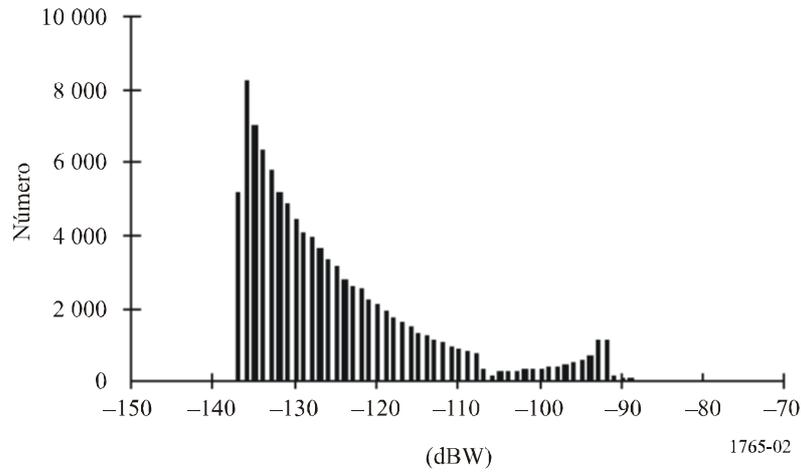
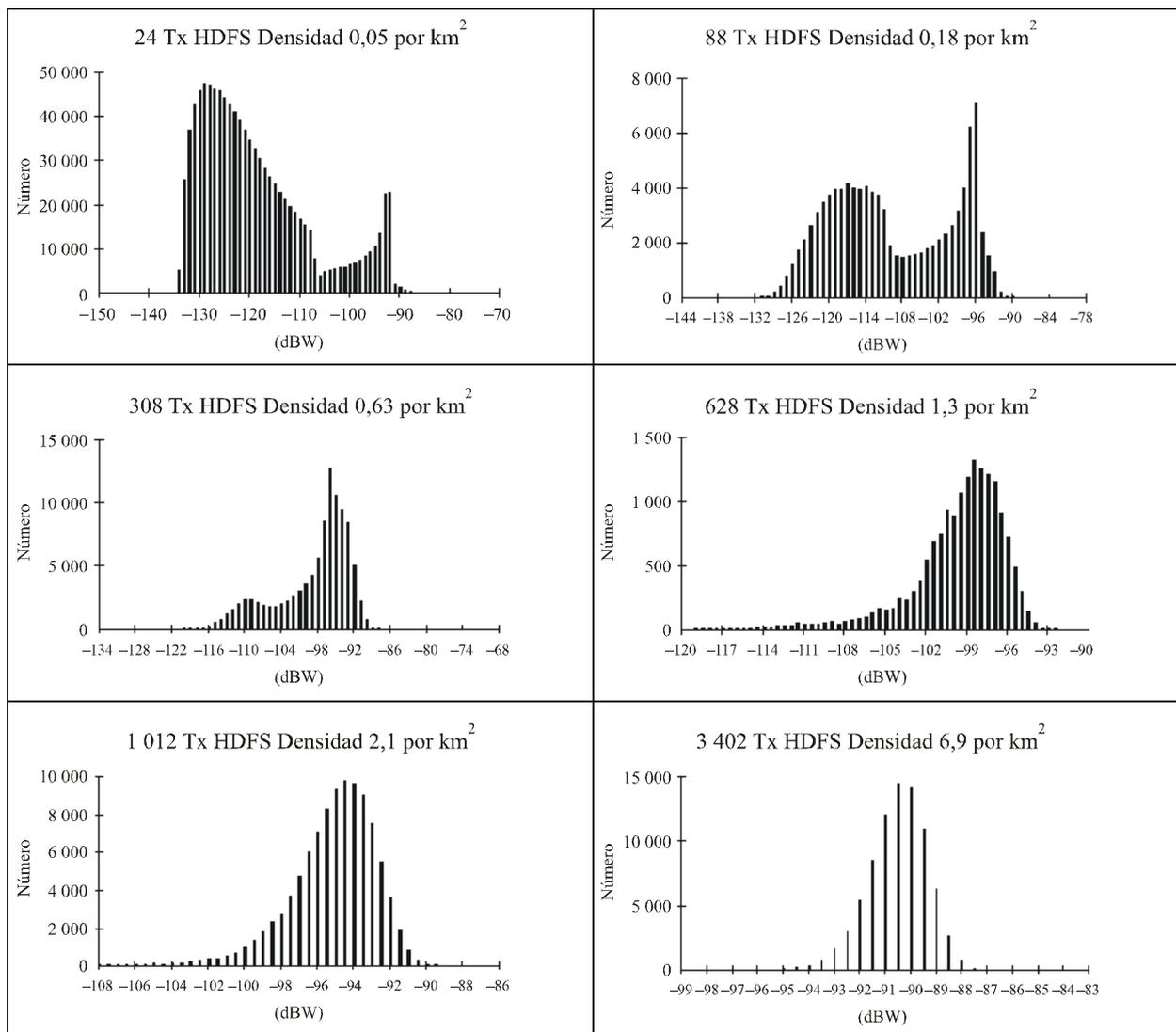


FIGURA 3  
**Ejemplos de distribuciones de niveles de potencia procedente de un número creciente de transmisores P-P**



Los transmisores se distribuyeron, en número variable, en una rejilla uniforme superpuesta en zonas circulares con diámetro de 25 km y algunas simulaciones se repitieron para zonas con 15 km y 35 km de diámetro.

A fin de obtener una estimación de los probables niveles de potencia combinada para los cálculos de interferencia, es apropiado considerar los valores de caso más desfavorable de la interferencia producidos en las simulaciones que, cuando se corrigen con las pérdidas de trayecto en espacio libre, equivalen a la potencia radiada combinada de caso más desfavorable procedente de la red de transmisores. Como la magnitud de estas distribuciones continúa aumentando a medida que progresa la simulación, el nivel de potencia de interferencia de caso más desfavorable también aumenta y se llevó a cabo una serie exhaustiva de pruebas en las que el valor de caso más desfavorable continuó aumentando con el tiempo de simulación. Tras un abrupto aumento inicial, el crecimiento fue más lento. Se realizaron simulaciones con intervalos de tiempo de 1 s y 1 min, encontrándose muy poca diferencia entre ambas tras un cierto número de intervalos de tiempo. A medida que se añadían más transmisores a la simulación, la velocidad de la misma disminuyó considerablemente. Las simulaciones utilizadas en el análisis constaron todas ellas de 100 000 intervalos de 1 min para asegurar que los resultados representaban un riesgo comparable.

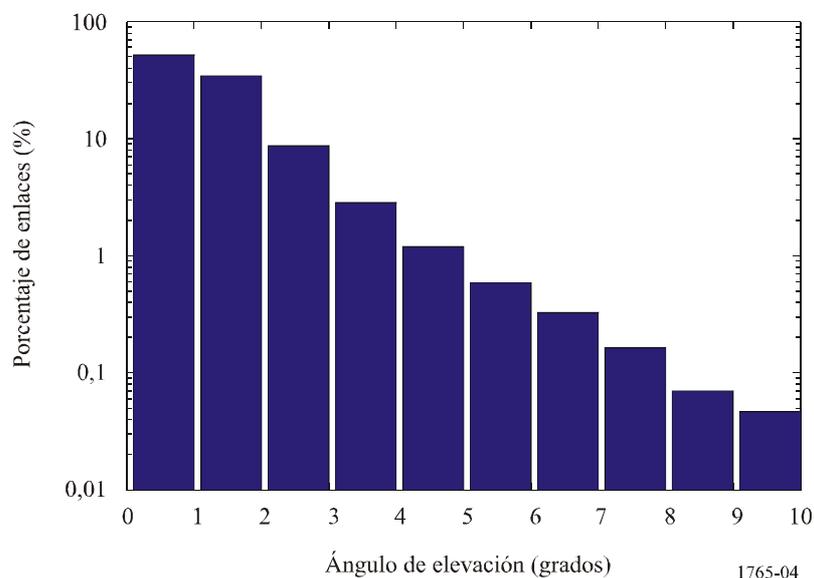
#### 1.4 Efectos de los ángulos de elevación de la antena HDFS

En el punto anterior, se hizo la hipótesis de que todos los ángulos de elevación de la antena HDFS eran de 0°. Sin embargo, la p.i.r.e.c. puede variar con una gama de ángulos de elevación de la antena HDFS. Por consiguiente, se analizó la distribución de los ángulos de elevación para 8 539 enlaces fijos en el Reino Unido que funcionaban en la banda de 38 GHz. Con ello se obtuvo una proporción de los transmisores según cuatro gamas de ángulos de elevación, como muestra el Cuadro 1, y se realizó otra simulación con cuatro grupos de transmisores en la misma proporción, para un total de 1 950. En cada grupo, el ángulo de elevación de la antena se fijó de manera aleatoria en la gama indicada en el Cuadro 1.

La simulación se llevó a cabo para dos casos con ángulos de elevación fijados aleatoriamente en los grupos indicados en el citado Cuadro 1 y con todos los ángulos de elevación fijados al valor cero. Los resultados se comparan en el Cuadro 2 donde aparece la potencia radiada combinada calculada.

FIGURA 4

Distribución de ángulos de elevación del enlace a 38 GHz en el Reino Unido (escala logarítmica en el eje vertical)



CUADRO 1

**Distribución de los ángulos de elevación de antena**

Gama de ángulos de elevación (grados)	Porcentaje de enlaces a 38 GHz en la gama, según la Fig. 4	Número de transmisores en cada grupo de simulación
0-1	51,7	1 012
1-2	34,4	665
2-5	12,7	249
5-10	1,2	24

CUADRO 2

Ganancia de antena (dBi)	p.i.r.e.c. (dBW)		Diferencia (dB)
	Ángulo de elevación variable	Ángulo de elevación cero	
28	64,9	65,4	0,5
36	68,9	70,1	1,2
44	73,3	75,2	1,9

Para distribuciones realistas de los ángulos de elevación considerados no existe diferencia significativa entre los resultados. Sin embargo, cabe señalar que el Cuadro 2 muestra el caso en que sólo se evaluó la p.i.r.e.c. hacia el horizonte ( $0^\circ$ ). El § 2 presenta los casos de p.i.r.e.c. en direcciones con ángulos de elevación superiores a  $0^\circ$ . En estos casos, las diferencias entre la situación del ángulo de elevación variable y la situación del ángulo de elevación cero pueden ser significativas dependiendo de la ganancia de antena HDFS.

Los anteriores resultados se obtuvieron para redes de transmisores de P-P HDFS distribuidos en una zona circular de 25 km de diámetro. Las simulaciones se repitieron para zonas con 15 km y 35 km de diámetro a fin de determinar la dependencia con la densidad de los enlaces.

Hubo muy poca diferencia entre la potencia radiada combinada cuando los transmisores se distribuyeron a lo largo de distintas zonas, al menos en los casos de 15 y 35 km de diámetro. Los niveles de potencia eran básicamente independientes de la zona en la cual estaban dispersos los transmisores con una variación de  $\pm 0,5$  dB. Por consiguiente, no se consideró necesario incluir la zona como un parámetro en el modelo para la p.i.r.e.c. producida por transmisores P-P HDFS.

## 2 Cálculos teóricos mediante la integral de convolución

### 2.1 Método general de análisis y nivel de confianza de los cálculos

En el punto anterior se describe un método de simulación para calcular la p.i.r.e.c. producida por un cierto número de transmisores HDFS. Sin embargo, hay que señalar que en general un método de simulación exige mucho tiempo para llegar a resultados fiables y debe evitarse en la medida de lo posible si se dispone de otros métodos; además, la magnitud de los errores de cálculo en los resultados no pueden cuantificarse con precisión, en particular en el caso de un pequeño porcentaje para el cual los valores pueden rebasarse.

De hecho, el tema es un problema puramente matemático en el cual debe determinarse la función densidad de probabilidad (fdp) de la potencia radiada combinada por un cierto número de transmisores HDFS. La teoría asegura que el valor exacto de la fdp puede obtenerse analíticamente como sigue:

Suponiendo que  $p(N_t, x)$  es la fdp de la potencia radiada combinada,  $x$  (expresada en valor numérico), procedente de  $N_t$  transmisores, la fdp para la p.i.r.e.c. producida por  $M_t + N_t$  transmisores puede determinarse mediante la siguiente integral de convolución:

$$p(M_t + N_t, x) = \int_0^x p(M_t, u) \cdot p(N_t, x - u) \cdot du \quad (2)$$

La ecuación (2) supone que el ángulo de acimut de cada transmisor está ubicado aleatoriamente en la gama de  $0^\circ$  a  $360^\circ$  y que pueden ignorarse algunas diferencias en los emplazamientos de los transmisores HDFS en la zona de instalación. Repitiendo esta integral de convolución, puede calcularse la fdp para cualquier número de transmisores. En los cálculos reales el valor de  $M_t$  se eligió igual al de  $N_t$  y las fdp se calcularon para  $N_t = 1, 2, 4, 8, 16, \dots, 32\ 768$  transmisores.

Para  $N_t = 1$ , en primer lugar se supone que el ángulo de elevación y el ángulo de acimut de una antena transmisora HDFS son  $\epsilon_f$  y  $\alpha_f$ , respectivamente. El ángulo de elevación y el ángulo de acimut en la dirección de la interferencia que va a evaluarse se designará como  $\epsilon_u$  y  $\alpha_u$ , respectivamente. En este caso, el ángulo de separación,  $\phi$ , entre la dirección de la antena HDFS y la dirección de la interferencia que va a evaluarse se calcula como sigue:

$$\phi = \arccos(\cos \epsilon_f \cdot \cos \epsilon_u \cdot \cos(\alpha_f - \alpha_u) + \sin \epsilon_f \cdot \sin \epsilon_u) \quad (3)$$

Sin perder generalidad, es posible suponer que  $\alpha_u = 0$  y que  $\epsilon_u$  es un valor determinado (0 o un valor positivo). Además, puede suponerse que  $\alpha_f$  presenta una distribución uniforme en la gama de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ . Es necesario definir la distribución de  $\epsilon_f$  que se considerará con más detalle en los siguientes puntos.

Si el valor de  $\phi$  viene determinado por la ecuación (3), la ganancia de antena HDFS en dirección de la interferencia que va a evaluarse se calculará de acuerdo con el diagrama de radiación de antena definido en la Recomendación UIT-R F.1245. Por consiguiente, puede determinarse la fdp de la p.i.r.e.c. para  $N_t = 1$ .

Entonces, para  $N_t = 2$ , la fdp (pasos de 0,01 dB) puede calcularse de acuerdo con la ecuación (2). Este proceso puede repetirse para  $N_t = 4, 8, 16, \dots, 32\ 768$ .

A efectos de este estudio, se utilizó generalmente un nivel de confianza del 95%. Ello significa que la probabilidad de que la p.i.r.e.c. pueda rebasar los resultados del cálculo es del 5%. Además, algunos resultados, por ejemplo los del Cuadro 3b se presentan para un nivel de confianza del 99,9%.

## 2.2 Caso de antenas de HDFS con ángulo de elevación cero

En este caso, se suponen ángulos de elevación de todas las antenas HDFS de  $0^\circ$  ( $\epsilon_f = 0$  para todas las antenas HDFS). Para  $N_t = 1$ , la gama de acimut de 180 grados se dividió en 10 000 partes. Por consiguiente, se calculó la probabilidad para cada uno de los intervalos de 0,01 dB. Como la potencia del transmisor no es un factor importante, se supuso un valor de 0 dBW.

Para un valor de  $N_t$  mayor de 1, se calculó la fdp de acuerdo con la ecuación (2). La Fig. 5a representa los resultados para  $G_t = 28$  dB y  $\epsilon_u = 0^\circ, 2,5^\circ, 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ$ . La Fig. 5b representa el caso para  $G_t = 44$  dB. Se supone un valor de  $P_t$  de 0 dBW en todos los casos.

FIGURA 5a

p.i.r.e.c. en la dirección de varios ángulos de elevación en función del número total de transmisores HDFS ( $G_t = 28$  dB y todos los ángulos de elevación de antena HDFS son  $0^\circ$ )

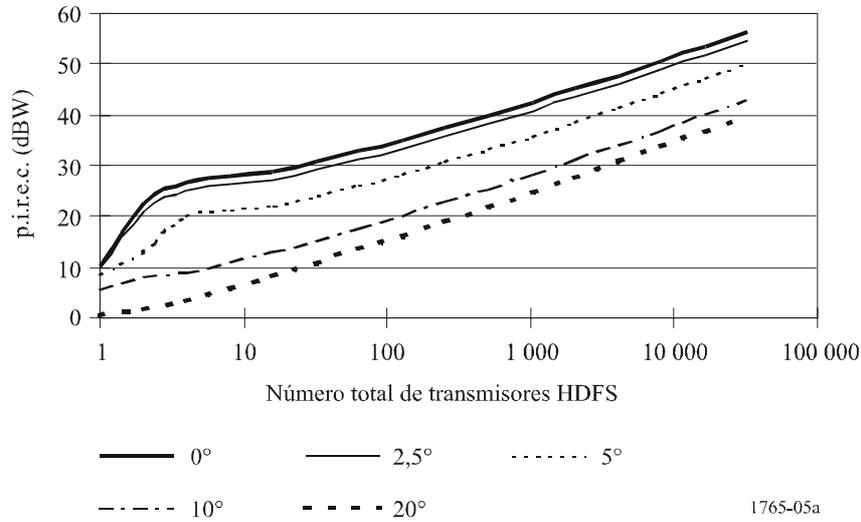
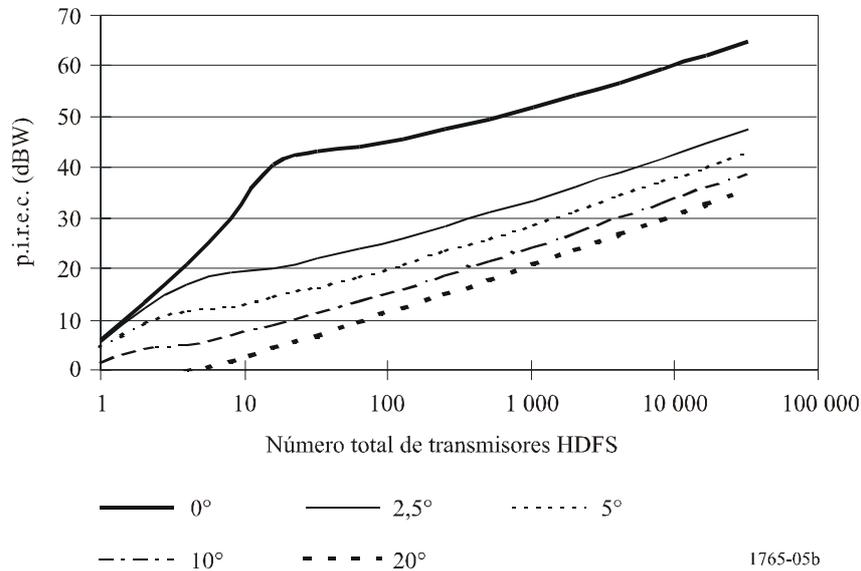


FIGURA 5b

p.i.r.e.c. en la dirección de varios ángulos de elevación en función del número total de transmisores HDFS ( $G_t = 44$  dB y todos los ángulos de elevación de antena HDFS son  $0^\circ$ )



Cabe señalar que en la Fig. 5a, la diferencia entre las curvas de  $\epsilon_u = 0^\circ$  y  $\epsilon_u = 2,5^\circ$  es muy pequeña debido a que la anchura de haz de la antena de ganancia 28 dBi es de  $6,7^\circ$  mientras que en la Fig. 5b), la diferencia entre las curvas de  $\epsilon_u = 0^\circ$  y  $\epsilon_u = 2,5^\circ$  es muy grande porque la anchura de haz de la antena de ganancia 44 dBi es sólo de  $1,1^\circ$ .

Cabe indicar igualmente que en la Fig. 5b, para  $\epsilon_u = 0^\circ$ , el aumento de la p.i.r.e.c. es rápido para un número menor de transmisores HDFS y disminuye para un número mayor de transmisores HDFS. Los valores de p.i.r.e.c. (dBW) en función de  $G_t$  (dBi) y el número de transmisores HDFS ( $N_t$ ) aparece en el Cuadro 3a para el caso de  $\epsilon_u = 0^\circ$  y un nivel de confianza del 95%.

El Cuadro 3b muestra los resultados para un nivel de confianza del 99,9%.

CUADRO 3a

**p.i.r.e.c. en dBW en función de  $G_t$  (dBi) y el número de transmisores ( $N_t$ ) (nivel de confianza del 95%)**

$G_t$ (dB)	p.i.r.e.c. (dBW) para un número variable de de transmisores HDFS ( $N_t = 32 \sim 32\,768$ )										
	32	64	128	256	512	1024	2 048	4 096	8 192	16 384	32 768
28	30,86	32,81	34,97	37,29	39,75	42,34	45,04	47,82	50,66	53,54	56,46
30	32,35	34,18	36,25	38,51	40,92	43,47	46,14	48,89	51,72	54,58	57,49
32	33,69	35,49	37,54	39,74	43,11	44,61	47,24	49,96	52,76	55,62	58,52
34	34,89	36,89	38,84	41,00	43,31	45,77	48,36	51,05	53,83	56,67	59,55
36	36,10	38,38	40,20	42,27	44,53	46,94	49,49	52,15	54,90	57,72	60,59
38	37,98	39,72	41,51	43,56	45,76	48,13	50,63	53,26	55,98	58,78	61,63
40	39,84	40,92	42,90	44,86	47,01	49,33	51,79	54,38	57,07	59,84	62,68
42	41,62	42,12	44,39	46,22	48,29	50,54	52,96	55,50	58,16	60,91	63,73
44	43,24	43,98	45,74	47,53	49,58	51,78	54,14	56,65	59,27	61,99	64,79
46	44,72	45,85	46,94	48,92	50,88	53,03	55,34	57,80	60,39	63,08	65,86

CUADRO 3b

**p.i.r.e.c. en dBW en función de  $G_t$  (dBi) y el número de transmisores ( $N_t$ ) (nivel de confianza del 99,9%)**

$G_t$ (dB)	p.i.r.e.c. (dBW) para un número variable de de transmisores ( $N_t = 32 \sim 32\,768$ )										
	32	64	128	256	512	1 024	2 048	4 096	8 192	16 384	32 768
28	33,59	35,11	36,85	38,79	40,92	43,24	45,71	48,31	51,02	53,81	56,65
30	35,13	36,60	38,26	40,13	42,20	44,46	46,88	49,44	52,11	54,87	57,70
32	36,67	38,10	39,70	41,50	43,50	45,70	48,06	50,58	53,22	55,95	58,76
34	38,34	39,64	41,16	42,89	44,82	46,95	49,26	51,73	54,33	57,03	59,82
36	39,94	41,18	42,64	44,30	46,16	48,23	50,48	52,90	55,46	58,13	60,89
38	41,44	42,71	44,14	45,73	47,53	49,52	51,72	54,08	56,60	59,23	61,96
40	43,00	44,37	45,67	47,19	48,91	50,84	52,97	55,28	57,75	60,35	63,05
42	44,85	45,98	47,21	48,67	50,32	52,18	54,25	56,50	58,91	61,47	64,14
44	46,66	47,48	48,73	50,16	51,75	53,54	55,54	57,73	60,10	62,61	65,24

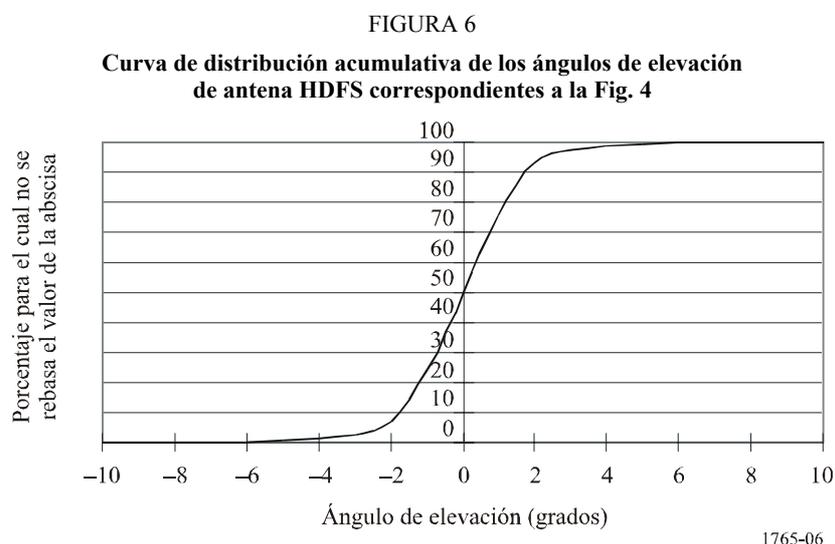
Se intentó buscar una fórmula adecuada que aproxime los valores de p.i.r.e.c. del Cuadro 3a aplicando el método de aproximación mini-max para dos variables y se obtuvo la siguiente fórmula como una aproximación razonable para  $G_t = 28$  a 46 dBi y  $N_t = 32$  a 8 192:

$$p.i.r.e.c. = P_t + 1,061 (\log N_t)^2 + (-0,1164 G_t + 6,103) \log N_t + 0,9428 G_t - 2,62 \quad \text{dBW} \quad (4)$$

Esta ecuación es la que figura en el *recomienda* 1.1 del texto principal. El máximo error de aproximación de la fórmula es 0,52 dB. Se aplicó el mismo método de aproximación a otros valores de  $\epsilon_u$  y se obtuvieron las fórmulas que aparecen en los *recomienda* 1.2 a 1.8 del texto principal. Cuando  $\epsilon_u = 2,5^\circ$  ó  $5^\circ$  grados, las curvas son más complicadas y, por consiguiente, las fórmulas de aproximación requieren polinomios de orden más elevado.

### 2.3 Caso de antenas HDFS con ángulos de elevación variables

El supuesto de ángulo de elevación cero adoptado en el punto anterior es algo hipotético. En situaciones reales, las antenas HDFS tendrán ángulos de elevación variables. Sin embargo, no es fácil establecer una fdp típica para los ángulos de elevación. En el análisis aquí realizado, se utilizará la Fig. 4 como ejemplo de fdp de ángulos de elevación de antena HDFS. No obstante, cabe señalar que todos los ángulos de elevación representados en la Fig. 4 tienen un valor 0 o positivo. En realidad, es razonable suponer que los ángulos de elevación pueden ser positivos o negativos y que la fdp es simétrica con respecto a ángulos de elevación de 0 grados. Por lo tanto, la fdp de la Fig. 4 se convierte en una distribución simétrica como la que presenta la Fig. 6 y el Cuadro 4.



CUADRO 4

**Distribución acumulativa de los ángulos de elevación de antena HDFS correspondientes a la Fig. 4**

<b>grados</b>	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0
<b>Porcentaje</b>	0	0,023	0,06	0,145	0,31	0,6	1,2	2,7	6,95	24,15	50
<b>grados</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
<b>Porcentaje</b>	75,85	93,05	97,3	98,8	99,4	99,69	99,855	99,94	99,977	100	

Con esta hipótesis, la fdp de la p.i.r.e.c. se calculó para  $N_t = 1$ . Para mayores valores de  $N_t$ , se calcularon las fdp de acuerdo con la ecuación (2). Los resultados se presentan en las Figs. 7a y 7b. Se supone que  $P_t$  toma el valor de 0 dBW en todos los casos.

FIGURA 7a

p.i.r.e.c. en la dirección de varios ángulos de elevación en función del número total de transmisores HDFS ( $G_t = 28$  dB y ángulos de elevación de la antena HDFS variables)

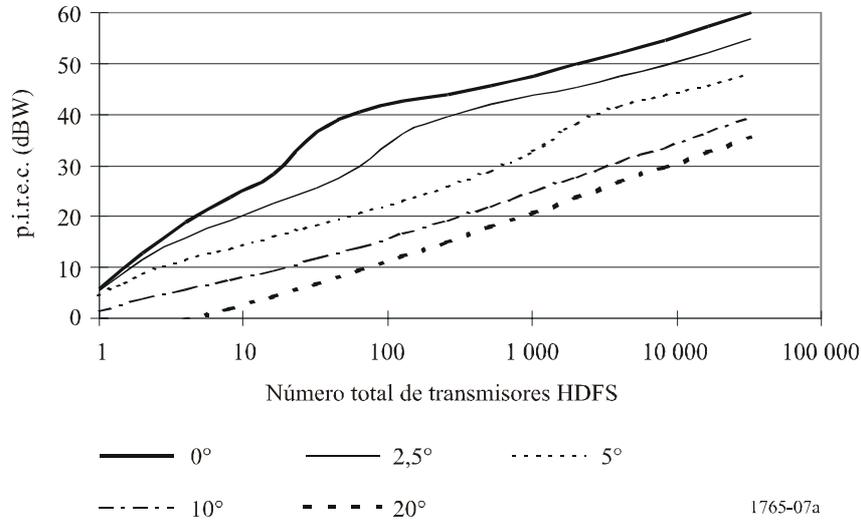
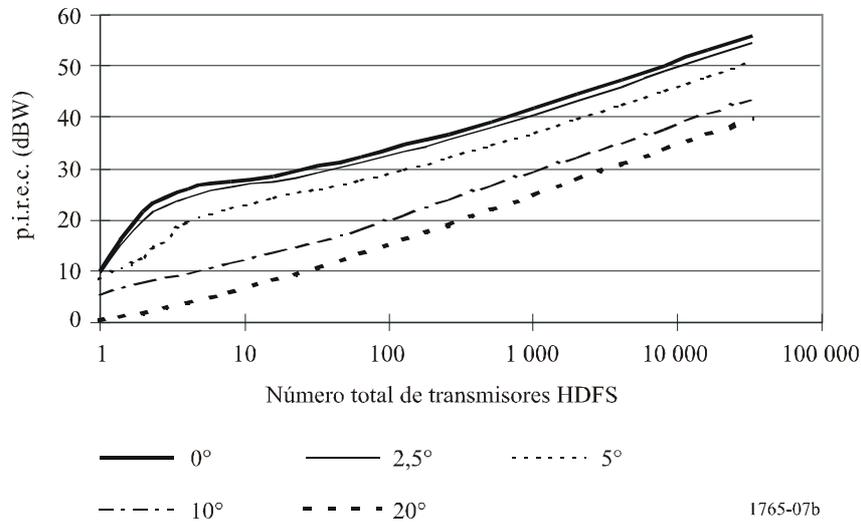


FIGURA 7b

p.i.r.e.c. en la dirección de varios ángulos de elevación en función del número total de transmisores HDFS ( $G_t = 44$  dB y ángulos de elevación de la antena HDFS variables)



Si se comparan las Figs. 5a y 7a, puede observarse que las diferencias son muy pequeñas. Ello significa que cuando la ganancia de antena HDFS es pequeña, la hipótesis de ángulos de elevación variables causará poco efecto sobre la p.i.r.e.c. porque la anchura de haz de la antena es bastante amplia. Por otro lado, las diferencias entre las Figs. 5b y 7b son importantes porque la anchura de haz de la antena es muy pequeña. Ello indica que los efectos de los ángulos de elevación variable son distintos dependiendo de la ganancia de antena HDFS.

Se han obtenido un cierto número de fórmulas de aproximación para la gama de  $G_t = 28$  a 46 dBi y  $N_t = 32$  a 8 192 para varios ángulos de  $\epsilon_u$ . Los resultados figuran en el *recomienda 2* del texto principal. Puede señalarse que cuando  $\epsilon_u = 0^\circ, 2,5^\circ$  ó  $5^\circ$  las curvas son complicadas y, por lo tanto, se necesitan polinomios de orden más elevado para lograr una buena aproximación.

### 3 Comparación entre simulación analítica y probabilística

Se llevó a cabo una simulación para comparar los resultados obtenidos en el § 2. Esta simulación se basaba en células cuadradas de 1 km de lado con una densidad determinada (igual en este caso al número) de transmisores HDFS (UT) sin control de potencia alguna, una máxima ganancia de antena de 44 dBi con un diagrama de antena con arreglo a la Recomendación UIT-R F.1245 y un ángulo de elevación de 0°, un receptor situado en un acimut aleatorio con respecto a la célula HDFS y a una distancia de 100 km con una ganancia de antena de 0 dBi.

En este caso, la potencia recibida en el receptor viene dada por la ecuación (5).

$$P_r = PIREC + 20 \log\left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right) \quad (5)$$

donde:

$P_r$ : potencia recibida por la antena de 0 dBi situada a una distancia  $d$  de la célula HDFS (dBW)

$PIREC$ : p.i.r.e. combinada producida por el UT de la célula (dBW)

$\lambda$ : longitud de onda (m)

$d$ : distancia entre la célula y la antena de 0 dBi donde se evalúa la potencia (m).

para un solo UT,  $P_r$  viene dada por la ecuación (6).

$$P_r = P_e + G_e + 20 \log\left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right) \quad (6)$$

donde:

$P_r$ : potencia recibida por la antena de 0 dBi situada a una distancia  $d$  de la célula HDFS (dBW)

$P_e$ : potencia de la emisión producida por el único UT de la célula (dBW)

$G_e$ : ganancia de antena del UT en dirección del receptor de la antena de 0 dBi

$\lambda$ : longitud de onda (m)

$d$ : distancia entre la célula y la antena de 0 dBi donde se evalúa la potencia (m).

La ganancia de antena es la única variable y oscila entre -12 y 44 dBi de acuerdo con el acimut siguiendo la curva de fda representada en la Fig. 8.

La potencia teórica recibida por un receptor de 0 dBi, por lo tanto, viene dada por la Fig. 9, así como la potencia obtenida para un solo transmisor HDFS.

Suponiendo una potencia de emisión de 0 dBW para todos los UT, es posible comparar los resultados obtenidos mediante la simulación analítica indicados en el § 2 del presente Anexo y los obtenidos por el método probabilístico, para un nivel de confianza de 95% calculado a lo largo de 10 000 ensayos (véase el Cuadro 3a).

FIGURA 8

**Función densidad acumulativa (FDA) de la ganancia de antena de la Recomendación UIT-R F.1245 para una máxima ganancia de antena de 44 dBi**

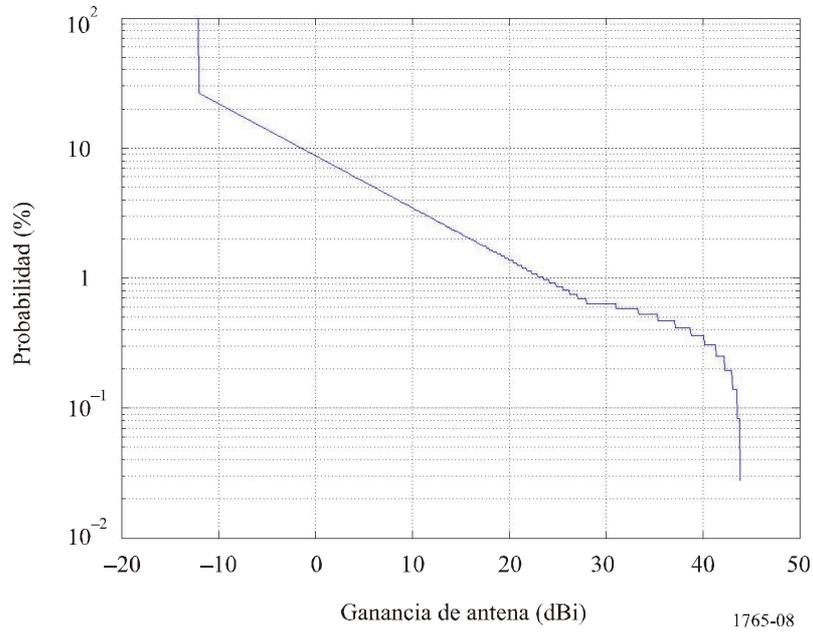
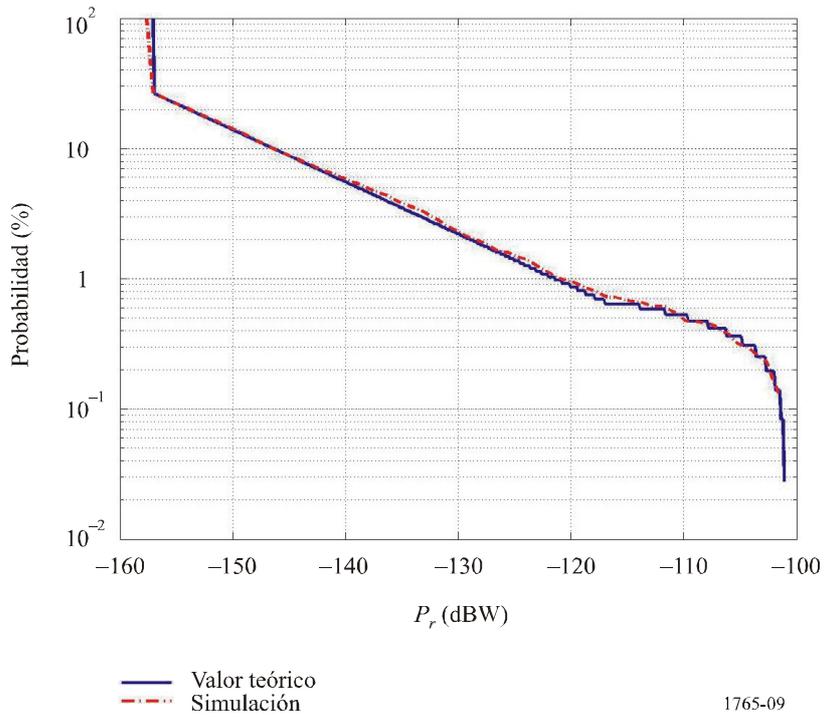


FIGURA 9

**Potencia recibida por una antena 0 dBi situada a 100 km del UT HDFS con una potencia de 20 dBW**



CUADRO 5

**Máxima ganancia de antena HDFS de 44 dBi**

	p.i.r.e.c. (dBW) para diversos números de transmisores HDFS ( $N_t = 32$ a $2\ 048$ )						
	32	64	128	256	512	1 024	2 048
Simulación analítica	43,24	43,98	45,74	47,53	49,58	51,78	54,14
Simulación probabilística	43,33	43,94	45,73	47,37	49,59	51,81	54,19

CUADRO 6

**Máxima ganancia de antena HDFS de 28 dBi**

	p.i.r.e.c. (dBW) para diversos números de transmisores HDFS ( $N_t = 32$ a $2\ 048$ )						
	32	64	128	256	512	1 024	2 048
Simulación analítica	30,86	32,81	34,97	37,29	39,75	42,34	45,04
Simulación probabilística	30,84	32,78	34,97	37,28	39,74	42,37	45,04

La comparación de los resultados obtenidos por el método probabilístico y analítico muestra una muy buena concordancia entre ellos.

**Apéndice 1  
al Anexo 1**

**Fórmulas aproximadas para la p.i.r.e.c.**

Este Apéndice presenta las fórmulas aproximadas de los *recomienda* 1 y 2 de esta Recomendación en forma tabular para facilitar la aplicación informática.

Fórmulas en el *recomienda* 1 (los ángulos de elevación de todas las antenas HDFS son de 0°)

Ángulo de elevación de la dirección de la p.i.r.e.c. que va a evaluarse: 0°, 2,5° ó 5°:

$$p.i.r.e.c. = P_t + a_{30} (\log N_t)^3 + a_{20} (\log N_t)^2 + (a_{11} G_t + a_{10}) \log N_t + a_{03} G_t^3 + a_{02} G_t^2 + A_{01} G_t + a_{00}$$

CUADRO 7a

Ángulo de elevación que va a evaluarse (grados)	$a_{30}$	$a_{20}$	$a_{11}$	$a_{10}$	$a_{03}$	$a_{02}$	$a_{01}$	$a_{00}$
0	0	1,061	-0,1164	6,103	0	0	0,9428	-2,62
2,5	-0,13743	1,8243	0	1,5569	0,0052917	-0,57530	19,985	-200,77
5	0	0,54858	0	5,6488	-0,0036218	0,42380	-16,645	227,44

Ángulo de elevación de la dirección de la p.i.r.e.c. que va a evaluarse: 10°, 15°, 20°, 25° ó 30°:

$$p.i.r.e.c. = P_t + a_{10} \log N_t + a_{01} G_t + a_{00}$$

CUADRO 7b

Ángulo de elevación que va a evaluarse (grados)	$a_{10}$	$a_{01}$	$a_{00}$
10	9,086	-0,25	8,30
15	9,344	-0,25	5,19
20	9,522	-0,25	3,19
25	9,633	-0,25	1,78
30	9,775	-0,25	0,74

Fórmulas en el *recomienda 2* (los ángulos de elevación de todas las antenas HDFS son variables).

Ángulo de elevación de la dirección de la p.i.r.e.c. que va a evaluarse: 0, 2,5 ó 5 grados:

$$p.i.r.e.c. = P_t + (a_{31} G_t + a_{30}) (\log N_t)^3 + (a_{22} G_t^2 + a_{21} G_t + a_{20}) (\log N_t)^2 + (a_{12} G_t^2 + a_{11} G_t + a_{10}) \log N_t + a_{03} G_t^3 + a_{02} G_t^2 + a_{01} G_t + a_{00}$$

CUADRO 8a

Ángulo de elevación que va a evaluarse (grados)	$a_{31}$	$a_{30}$	$a_{22}$	$a_{21}$	$a_{20}$	$a_{12}$
0	0	0,82096	0	-0,15210	0,92771	0,024504
2,5	0	0,93906	0	-0,31918	3,4110	0,023524
5	-0,10457	3,0618	0,027889	-1,1358	9,7775	-0,15803

Ángulo de elevación que va a evaluarse (grados)	$a_{11}$	$a_{10}$	$a_{03}$	$a_{02}$	$a_{01}$	$a_{00}$
0	-1,0198	27,270	0	-0,077296	5,1982	-73,62
2,5	0,096937	-4,8156	0,0011791	-0,21452	8,5619	-82,88
5	9,3247	-132,36	0	0,20619	-13,901	247,30

Ángulo de elevación de la dirección de la p.i.r.e.c. que va a evaluarse: 10°, 15°, 20°, 25° ó 30°:

$$p.i.r.e.c. = P_i + a_{10} \log N_i + a_{01} G_i + a_{00}$$

CUADRO 8b

Ángulo de elevación que va a evaluarse (grados)	$a_{10}$	$a_{01}$	$a_{00}$
10	9,263	-0,2511	8,43
15	9,299	-0,25	5,45
20	9,497	-0,25	3,32
25	9,651	-0,25	1,84
30	9,767	-0,25	0,79